

光纤出射光的空间相干性

SPATIAL COHERENCE OF LIGHT EMITTED FROM OPTIC FIBER

潘英俊

Pan Yingjun

(光电精密机械研究所)

摘要 建立了光纤光源的数学模型,研究了光纤出射光的物理特性,得出了高斯型振幅分布的光纤出射光波在夫琅和费衍射域内的空间相干长度和平均强度的扩展与光纤归一化频率的关系并与符合 Van Cittert-Zernike 定理的非相干光源衍射场进行了比较。实验验证了理论分析。

关键词 光纤;相干性;Van Cittert-Zernike 定理

中国图书资料分类法分类号 O436.1

ABSTRACT The mathematic model of light emitted from optic fiber as source is given, and physical characteristics of the light is discussed. The relationship between V number of optic fiber, and coherent length & mean intensity extension of light emitted from fiber with a Gaussian intensity distribution is obtained in the Fraunhofer diffraction domain. The comparison between this theory and diffraction field of incoherent source agrees with Van Cittert-Zernike law is made. The experimental result coincides with theory.

KEY WORDS optic fiber; coherence; Van Cittert-Zernike law

0 引言

纤维光学和光导纤维的理论与应用研究中,还有一个感兴趣的问题,即把光纤出射光作为二次光源,对其衍射场的物理特性的探讨。在光纤出射端,把光场作为随机的相互独立的方向和位相的平面波的组合,导出夫琅和费衍射场中两点间的相互强度,由此分析空间相干长度和平均强度分布的扩展。再将分析的结果与用 Van Cittert-Zernike 定理分析普通非相干光源的相互强度导出的上述参数进行比较,从而阐明了作为光源的光纤出射光的物理特性。

1 光纤光源模型

在光纤中传输的波导光由光纤的光学构造决定的边界条件支配,其边界条件依赖于光纤的芯和包层的交界处的波动、折射率分布的微观不均匀、以及因光纤的弯曲产生的应力分布等很多不确定因素,因而光纤出射端的光场存在随机的概率过程。解析地处理存在概率过程的场的时候,数学模型是必要的。在这里,把光纤的出射端作为二次光源考虑,把光场作为具有随机的、相互独立的平面波的集合,统计地研究光波的传输特性,我们把这样的光源称为光纤光源。

* 收文日期 1990-07-17

为简便起见,把光纤的出射端考虑为一维的二次光源。图1中画出了必要的坐标系。这一简化模型相当于光纤中传输的光线全部为子午光线。每一条光线相当于垂直于传播方向的一个平面波,在光纤出射端的 U 平面上,光场 V 为所有平面波的和,可表示如下式:

$$V(\xi) = \sum_n e_n(\xi) \exp(i\Phi_n) \exp[ik(\xi \sin\gamma_n + Z \cos\gamma_n)] \quad (1)$$

上式中, \sum_n 表示 $n=1$ 到 $n=N$ 的从光纤出射端发出的 N 个平面波之和, $e_n(\xi)$ 和 Φ_n 分别是第 n 个平面波的振幅和位相, γ_n 为第 n 个平面波的出射方向与 Z 轴的夹角,光的中心波长为 $\lambda, k=2\pi/\lambda$ 。

为了统计地研究(1)式的复振幅分布在夫琅和费衍射区内的传输特性,作如下假设:

1. 出射平面波的振幅 $e_n(\xi)$ 对于所有的 n 具有相同的振幅分布 $e_0(\xi)$ 。
2. 光线的出射角 γ_n 在光轴周围服从平均值为零的高斯分布,其标准偏差是极小的。
3. 位相 Φ_n 是因模噪声而引起的随机变数,不同的平面波的位相之间不相关。
4. 对于所有的 n , 放射角 γ_n 和位相 Φ_n 是统计独立的。

据条件(1)、(2), $e_n(\xi) = e_0(\xi), \sin\gamma_n = \gamma_n, \cos\gamma_n = 1$, 则(1)式变为:

$$V_0(\xi) = e_0(\xi) \sum_n \exp(i\Phi_n) \exp[ik(\xi \gamma_n + Z)] \quad (2)$$

在离出射端距离为 R 的夫琅和费衍射域的观察面内,光的复振幅分布为:

$$\begin{aligned} V(x) &= \int V_0(\xi) \exp(-ik\xi x/R) d\xi \\ &= \exp(ikz) \sum_n \int e_0(\xi) \exp(i\Phi_n) \exp(ik\gamma_n \xi) \exp(-ik\xi x/R) d\xi \end{aligned} \quad (3)$$

(3)式包含因光纤弯曲,导波路分散或芯和包层的微小变化产生的随机变数 Φ_n, γ_n , 因而其强度 $I(x) = |V(x)|^2$ 也作为一般的随机模型被观测。

2 相互强度

为了在观测面内研究空间相干性,对点 x_1, x_2 求(3)式的复振幅的相互强度 $J(x_1, x_2)$ 。

$$\begin{aligned} J(x_1, x_2) &= \langle V(x_1) V^*(x_2) \rangle \\ &= \langle \sum_n \sum_m \iint e_0(\xi_1) e_0^*(\xi_2) \exp[i(\Phi_n - \Phi_m)] \cdot \end{aligned}$$

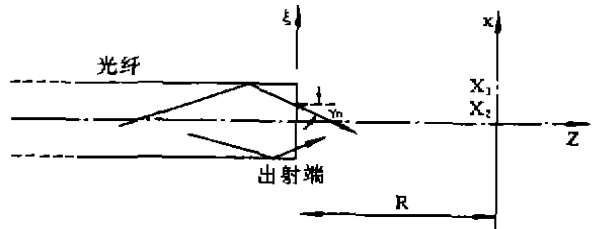


图1 坐标系

$$\exp[ik(\gamma_n \xi_1 - \gamma_n \xi_2)] \exp[-ik(x_1 \xi_1 - x_2 \xi_2)/R] d\xi_1 d\xi_2 \quad (4)$$

尖括号 $\langle \rangle$ 表示对其内的物理量求统计平均; * 表示复数共轭。据条件(4), 因为随机变数 Φ_n, γ_n 是相互独立的, 式(4)可改写为:

$$J(x_1, x_2) = \sum_n \sum_m \iint e_0(\xi_1) e_0^*(\xi_2) \langle \exp[i(\Phi_n - \Phi_m)] \rangle \langle \exp[ik(\gamma_n \xi_1 - \gamma_m \xi_2)] \rangle \exp[-ik(x_1 \xi_1 - x_2 \xi_2)/R] d\xi_1 d\xi_2 \quad (5)$$

又由条件(3), $\langle \exp[i(\Phi_n - \Phi_m)] \rangle = \delta_{nm}$ (6)
 δ_{nm} 为克罗内克尔(Kronecker)符号, 于是(5)式成为:

$$J(x_1, x_2) = \sum_n \iint e_0(\xi_1) e_0^*(\xi_2) \langle \exp[ik\gamma_n(\xi_1 - \xi_2)] \rangle \exp[-ik(x_1 \xi_1 - x_2 \xi_2)/R] d\xi_1 d\xi_2 \quad (7)$$

又据条件(2), γ_n 服从高斯统计时, 下式成立

$$\langle \exp[ik\gamma_n(\xi_1 - \xi_2)] \rangle = \exp[-\frac{1}{2}k^2(\xi_1 - \xi_2)\langle \gamma^2 \rangle] \quad (8)$$

于是(7)式成为:

$$J(x_1, x_2) = N \iint e_0(\xi_1) e_0^*(\xi_2) \exp[-\frac{1}{2}k^2(\xi_1 - \xi_2)\langle \gamma^2 \rangle] \exp[-ik(x_1 \xi_1 - x_2 \xi_2)/R] d\xi_1 d\xi_2 \quad (9)$$

这里, $\langle \gamma^2 \rangle$ 意味着紧接出射端后出射角扩展的分散。若在式(9)中使用如下变数变换, $x_1 = x, x_2 = x + X$, 则可以证明

$$J(x, x + X) = N\lambda(2\pi\langle \gamma^2 \rangle)^{1/2} \int E_0(u) E_0^*(u + X) \exp[-2(x - u)^2/q^2] du \quad (10)$$

上式中, E_0 为 $e_0(\xi)$ 的傅里叶变换, 即

$$E_0(u) = \int e_0(\xi) \exp(-iku\xi/R) d\xi \quad (11)$$

$$q = 2\langle \gamma^2 \rangle^{1/2} R \quad (12)$$

由(10)式可知,平均强度

$$\langle I(x) \rangle = J(x, x) = C \int |E_0(u)|^2 \exp[-2(x-u)^2/q^2] du \quad (13)$$

上式中 $C = N\lambda(2\pi\langle y^2 \rangle)^{-1/2}$

(10)式与(13)式表示,相互强度和平均强度依赖于观察点的空间坐标,因而光纤出射光在空间随观察点的位置而变化。

3 高斯型振幅分布的情况

作为一个例子,考虑出射平面波的振幅分布由下面的高斯函数给出的例子。

$$e_0(\xi) = (I_0)^{1/2} \exp(-\xi^2/a^2) \quad (14)$$

(14)式中, a 为光纤出射端的实际有效芯半径。用下面的傅里叶变换公式,

$$\int \exp(-Ax^2) \exp(\pm iBx) dx = \left(\frac{\pi}{A}\right)^{1/2} \exp(-B^2/4A) \quad (15)$$

(11)式成为:

$$E_0(u) = (\pi I_0)^{1/2} a \exp(-u^2/\Delta x^2) \quad (16)$$

其中, $\Delta x = \frac{\lambda R}{\pi a}$ (17)

(16)式的物理意义是:出射平面波在夫琅和费衍射域内的振幅分布。强度分布则为:

$$I_0(u) = \pi a^2 I_0 \exp(-2u^2/\Delta x^2) \quad (18)$$

由此可知,由(17)式定义的 Δx 意味着光源的衍射图的扩展,即表示,由(14)给出的相干高斯光束照明下,夫琅和费衍射域内散斑图的平均半径^[3]。

将(16)式代入(10)式,计算得:

$$J(x, x+X) = J(0,0) \exp(-X/\Delta 2x^2) \exp[-2(x+X/2)^2/(q^2 + \Delta x^2)] \quad (19)$$

其中, $J(0,0) = N\lambda\pi a^2 I_0 / \langle y^2 \rangle^{1/2}$

特别地,考虑近轴情况,使 $x=0$ 时,则:

$$J(0, X) = J(0,0) \exp(-X/2\Delta X^2) \quad (20)$$

$$\text{其中} \quad \Delta X_c = \Delta x [1 + 1/(1 + q^2/\Delta x^2)]^{1/2} \quad (21)$$

(21)式是(20)式的相互强度函数分布的标准偏差,它表示在观察面上光轴近傍的光波的空间相干长度。

由(19)式,当 $x=0$ 时,夫琅和费衍射域中的平均强度为:

$$\langle I(x) \rangle = J(x, x) = J(0, 0) \exp(-x^2/\Delta Q^2) \quad (22)$$

$$\text{其中,} \quad \Delta Q = \Delta x (1 + q^2/\Delta x^2)^{1/2} \quad (23)$$

ΔQ 的物理意义为平均强度分布的扩展。

由(21)式和(23)式可知,空间相干长度和平均强度分布的扩展强烈地依赖于参数 $q/\Delta x$, 下面考察这一参数是怎样与光纤的物理参数相关联的。

4 与光纤 V 数的关系

理想光纤中传输模的特性由纤芯半径 a 以及芯与包层的折射率 n_1, n_2 决定。在光纤入射端,可被芯导光的入射光线的最大角度或从出射端出射的最大角度由数值孔径 $N.A.$ 决定 ($N.A.$ 与折射率差 $\Delta = (n_1 - n_2)/n_1$ 的关系为 $N.A. = n_1(2\Delta)^{1/2}$)。用 $N.A.$ 来定义光纤的归一化频率 V 数为:

$$V = ka(N.A.) \quad (24)$$

该 V 数为光纤中传输模的最大数。现在认为,数值孔径 $N.A.$ 与前面的发射角的标准偏差 $(\gamma^2)^{1/2}$ 相等,则

$$V = ka(\gamma^2)^{1/2} = q/\Delta x \quad (25)$$

于是,由(21)式和(23)式给出的空间相干长度 ΔX_c 和平均强度的扩展 ΔQ 分别为:

$$\Delta X_c = \Delta x [1 + 1/(1 + V^2)]^{-1/2} \quad (26)$$

$$\Delta Q = \Delta x (1 + V^2)^{1/2} \quad (27)$$

图2与图3表示作为 V 数的函数的 ΔX_c 和 ΔQ 的变化。 ΔX_c 在相当于单模的情况下,即 V 值

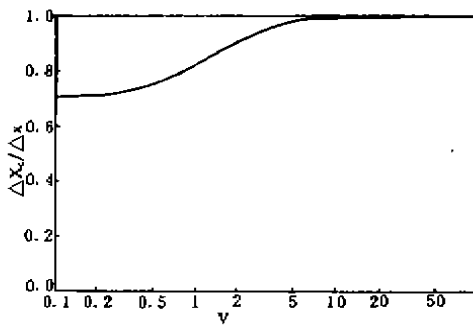


图 2 归一化相干长度 $\Delta X_c/\Delta x$ 与 V 数的关系

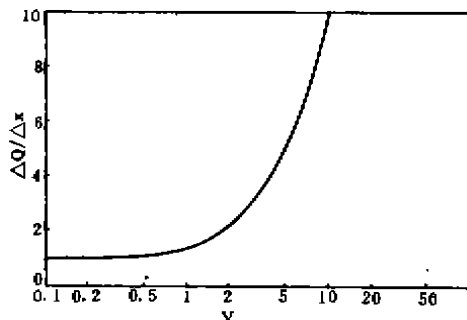


图 3 归一化空间强度分布的扩展 $\Delta Q/\Delta x$ 与 V 数的关系

十分小的场合取 $\Delta x / \sqrt{2}$ ($= 0.707 \Delta x$) 的值, 随着 V 数增加即模数增加而单调增加, 最终接近 Δx 的值。另一方面, 平均强度的扩展 ΔQ 在 $V \ll 1$ 时取 Δx 的值, 随着 V 数增加而急剧地增加。

5 与 Van Cittert-Zernike 定理的比较

对内部各点独立发射光波的非相干光源, 据 Van Cittert-Zernike 定理, 在夫琅和费衍射域内光波的相互强度由下式决定(设光源的强度分布为 $I(\xi)$)。

$$J(x_1, x_2) = \int I(\xi) \exp[-ik(x_1 - x_2)\xi/R] d\xi \quad (28)$$

把由(15)式表示的光源的高斯型强度分布式代入上式得:

$$J(x_1, x_2) = J(0, 0) \exp[-(x_1 - x_2)^2 / \Delta x^2] \quad (29)$$

其中, $J(0, 0) = I_0 \pi^{1/2} a$, 由该结果可知, 把 Van Cittert-Zernike 定理应用于由高斯函数给出的非相干光源的强度分布时, 夫琅和费衍射域内的空间相干长度为(17)式定义的 Δx 。把这一结论与(26)式比较, 当 $V \gg 1$ 时, $\Delta X_c = \Delta x$, 此时, 由光纤光源模型得到的空间相干长度与符合 Van Cittert-Zernike 定理的非相干光源一致。

从(28)式和(29)可知, 符合 Van Cittert-Zernike 定理的非相干光源在夫琅和费衍射域内的光场是稳定的, 即平均强度在观察面内是一定的。但由(27)式可知, 光纤光源模型给出有限的平均强度扩展 ΔQ 。只是在 $V \gg 1$ 的场合, ΔQ 比 V 数大。所以, 观察面内的光场随着 V 数的增大接近稳定场。

结论是, 根据光纤光源模型得出的结果适用于从单模光纤到多模光纤的宽广范围。Van Cittert-Zernike 定理适用于 $V \gg 1$ 的多模光纤, 但对单模光纤或接近单模光纤的出射光不适用。

以上是设光纤出射光场为高斯分布的情况, 实际的光场分布根据光纤的情况有所不同, 我们曾研究过出射光场按乘方分布的情况, 最终结果与高斯型分布的情况类似, 此处不再赘述。

6 实 验

实验装置如图4所示, 在同一光学布置中使用了芯径不同的三种光纤和波长不同的两种激光做了四种组合实验, 其衍射图和各自的平均强度分布如图5所示。图5(a)为单模传输状态, (b)、(c)、(d)是随模数增大时的情况。如图中所示, 单模状态时, 只有一个斑点图, 随着模数增加, 衍射图成为随机分布的许多斑点, 即散斑状态, 同时平均强度的扩展也随之增大。相应于

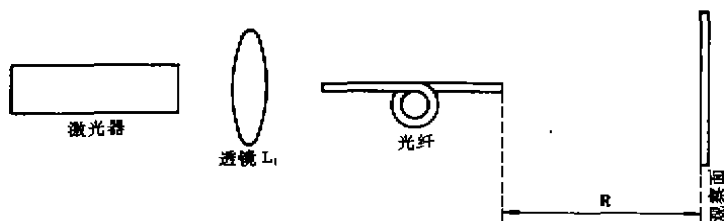


图4 实验装置示意图

模数增加各个斑点的大小也发生变化,其平均大小相应于空间相干长度。从而可知,光纤出射光波的空间相干长度和平均强度的扩展依赖于光纤中的传输条件。

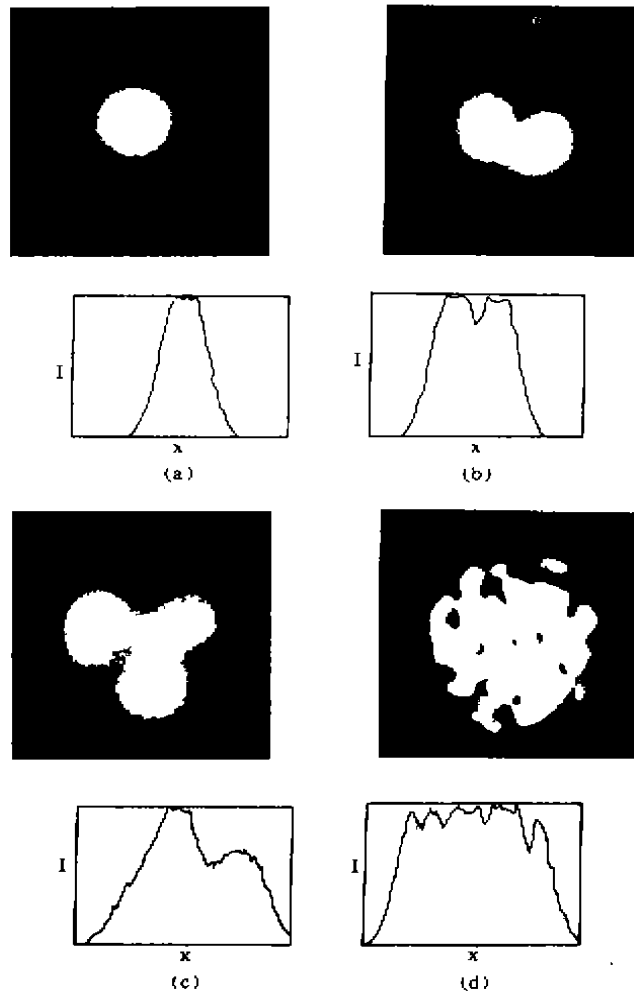


图 5 衍射图及平均强度分布

- (a) 光纤芯径 $a=2.5\mu\text{m}$ 激光波长 $\lambda=0.6328\mu\text{m}$ 。 (b) $a=2.5\mu\text{m}$, $\lambda=0.4880\mu\text{m}$,
(c) $a=4.5\mu\text{m}$, $\lambda=0.4880\mu\text{m}$ 。 (d) $a=25\mu\text{m}$, $\lambda=0.6328\mu\text{m}$ 。

参 考 文 献

- 1 Goodman J W, Statistical Optics, John Wiley and Sons, New York, 1985, 116-236
- 2 Bom M and Wolf E, Principle of Optics, Pergamon, London, 1975, 491-555
- 3 Takai N and Asakura T, J. O. S. A. .1985, 2, 1282-1290