

# 一种研究血液触变性的新方法

A NEWLY METHOD OF RESEARCHING BLOOD THIXOTROPY

王伯初

Wang Bochu

(生物工程研究中心)

**摘要** 对人体血触变性进行研究,建立了描述血液触变性本构方程的新方法,并提出了以触变程度函数和触变指数函数为评价触变性的新指标。

**关键词** 触变性;本构方程 / 程度函数;指数函数;流变特性

中国图书资料分类法分类号 Q66;R318.01

**ABSTRACT** Based on analysis of formation and dissolution of thixotropy of human blood, this paper provides a new method to describe constitutive relations of blood thixotropy. Two parameters act as reasonable parameters as thixotropic degree function and index function, for appraising thixotropy of blood.

**KEY WORDS** thixotropy; constitutive equation / degree function; index function; rheological property

## 0 前 言

触变性这个术语由 H. Freundlich 于1935年首次提出,后来许多学者提出了来同的定义。若加以归纳可以认为流体的触变性是一种有时间依赖关系的非牛顿流体,在单纯剪切流动中的流体表观粘度不仅依赖于切变率,而且依赖于剪切时间。触变流体一般有下列特性:

- (1)当有一机械扰动施加于该系统,能引起等温结构变化;
- (2)机械扰动撤除后一定时间,此系统恢复其原有的结构状态;
- (3)此流体的流动曲线有滞后环(hysteresis loop)。

许多学者<sup>[1]</sup>,通过实验所得的两种流变图(滞后环、扭矩衰减曲线图),推导出适用于血流触变性的不同本构方程。其中以 Huang 等<sup>[2]</sup>提出的本构方程较为完善,它的具体形式为:

$$\tau - \tau_0 = \mu \dot{\gamma} + CA\dot{\gamma}^n \exp\left(-\int_0^t C\dot{\gamma} dt\right) \quad (1)$$

其中  $\tau$  是应切力;  $\dot{\gamma}$  是切变率;  $t$  为剪切时间;  $\tau_0$ 、 $\mu$ 、 $C$ 、 $A$ 、 $n$  是方程的触变参数,且具有一定的物理意义。但是,众所周知,滞后环是通过剪切率上升与下降时对应的剪切应力作出的,而上升和

\* 收文日期1989-12-13

\* 国家自然科学基金资助项目

下降的速率,最大剪切率的大小,在滞后环的测试中都没有统一的规定。尽管用滞后环评价流体材料的触变性已为多数工程师所采用,且在同样条件下进行相对大小的比较它是直观有效的,但在进行理论研究时,却不能反映触变性大小的绝对值。而且,滞后环随加载条件变化,在特定条件下,非触变性材料也会出现滞后环<sup>[2]</sup>。所以,通过本文的研究,提出评价触变定量的新指标。

## 1 用滞后环描述触变性方法

通过在剪切率为 $0.1\text{s}^{-1} \sim 10\text{s}^{-1}$ 条件下,实验研究(具体参见文献<sup>[1]</sup>)可获得:图1所示的滞后环两根曲线;图2所示的扭矩衰减曲线。

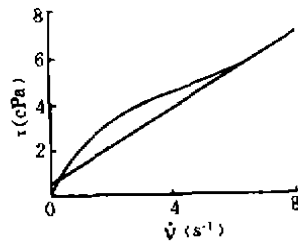


图1 滞后环曲线

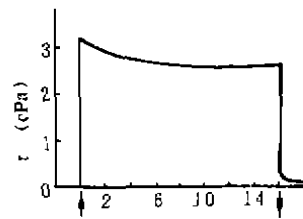


图2 扭矩衰减曲线

再由方程(1)式,可导出下述的三个不同方程:

(1)当 $0 \leq t \leq t_1$ ,切变率作线性增加,则

$$\begin{aligned} v &= \alpha t \\ \tau - \tau_0 &= \left\{ \mu + CA\dot{\gamma}^{n-1} \exp\left[-\frac{Cv^{n+1}}{a(n+1)}\right] \right\} \dot{\gamma} \end{aligned} \quad (2)$$

(2)当 $t_1 < t \leq 2t_1$ 时,切变率线性降低,则  $\dot{\gamma} = \alpha(2t_1 - t)$

$$\tau - \tau_0 = \left\{ \mu + CA\dot{\gamma}^{n-1} \exp\left[-\frac{C}{2(n+1)} [2(\dot{\gamma}(t_1))^{n+1} - \dot{\gamma}^{n+1}] \right] \right\} \dot{\gamma} \quad (3)$$

其中 $t$ 是使切变率达到最大值的时间, $\dot{\gamma}(t_1)$ 是 $t=t_1$ 时的最大切变率, $\alpha$ 是切变率和时间之间的比例常数。在上述条件下, $\alpha=1.6\text{s}^{-2}$ <sup>[1]</sup>

(3)对于扭矩衰减曲线,从方程(1)式,可得到:

$$\tau - \tau_0 = u\dot{\gamma} + CA\dot{\gamma}^n \exp(-C\dot{\gamma}t) \quad (4)$$

其中 $\tau_0$ 为屈服应力,是静止的血液开始流动所需之最小的切应力; $u$ 为血液粘度的牛顿分量; $C$ 为缢串分散成单个红细胞的解体反应的动力速度常数; $A$ 为结构安排平衡衡量参数,它表示切应力为零时,缢串和分散成单个红细胞之间的平衡量常数, $A$ 值越高,表示静止血液缢串的数量越多,聚集的程度也越高; $n$ 为剪切使缢串解体的反应方程数。

根据 Huang 氏方程,触变流体的表观粘度能表示为切变率和剪切时间的函数。

$$\mu_{app} = \tau/\dot{\gamma} = \mu - \tau_0/\dot{\gamma} + CA\dot{\gamma}^{n-1}\exp\left(-\int_0^t C\dot{\gamma}^n dt\right) \quad (5)$$

这是一般用滞后环,扭矩衰减曲线描述触变性本构方程的一般方法。本文将从不同的角度参数,建立定量的触变性本构方程。

## 2 新的触变本构方程的研究

Cheng 和 Evans<sup>[2]</sup>认为触变性液体的行为一般可用下列方程表示:

$$\tau = \eta(\lambda, \dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad (6)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = g(\lambda, \dot{\gamma}) \quad (7)$$

式中  $\eta, g$  为结构参数  $\lambda$  和剪切率  $\dot{\gamma}$  的函数;  $\tau$  为剪应力;  $t$  为时间;  $\eta$  为液体的粘度 ( $\eta$  的物理意义)。

为了研究简化起见,我们取  $\tau$  为  $\lambda$  的线性函数,则为:

$$\tau = f_1(\dot{\gamma}) + f_2(\dot{\gamma})\lambda \quad (8)$$

实验结果分析表明<sup>[2]</sup>,这种简化是合理的。再由化学动力学中的浓度的变化与浓度之间的关系给我们以启发,当我们取液体结构和破坏的速率为:

$$\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)_1 = K_1(\dot{\gamma})(\lambda_{ie} - \lambda)^p \quad (9)$$

$$\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)_2 = -K_2(\dot{\gamma})(\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_{ie})^q \quad (10)$$

式中  $k_1(\dot{\gamma})$  和  $k_2(\dot{\gamma})$  分别为触变形液体的结构形成和破坏过程的速度系数;  $\lambda_{ie}$  为体系在剪切速率  $\dot{\gamma}$  作用很长时间后的结构参数;  $p, q$  分别为结构形成和破坏过程的速度指数。当触变液体体系处于结构状态时取(9)式,若处于破坏状态时取(10)式。

下面我们将以结构破坏状态为例,讨论触变性液体的本构方程。

当  $q=1$ , 从  $t=0$  开始,  $\dot{\gamma}$  为常数时,将(10)式积分,并代入(8)式,可得:

$$\tau = f_1(\dot{\gamma}) + f_2(\dot{\gamma})\lambda_{ie} + [f_2(\dot{\gamma})\lambda_0 - f_2(\dot{\gamma})\lambda_{ie}] \times e^{-K_2(\dot{\gamma})t} \quad (11)$$

讨论:(1)当  $t=0^+$  时,则

$$\tau = f_1(\dot{\gamma}) + f_2(\dot{\gamma})\lambda = \tau_0(\dot{\gamma})$$

(2) 当  $t \rightarrow \infty$  时, 则

$$\tau = f_1(\dot{\gamma}) + f_2(\dot{\gamma})\lambda_{\infty} = \tau_{\infty}(\dot{\gamma})$$

将上面两式, 代入(11)式, 可得:

$$\tau = \tau_{\infty}(\dot{\gamma}) + [\tau_0(\dot{\gamma}) - \tau_{\infty}(\dot{\gamma})]e^{-\lambda_0 t} \quad (12)$$

我们知道,  $q \neq 1$ , 且由化学动力学理论可知,  $q$  宜取整数 2, 3, ……。从  $t=0$  开始  $\dot{\gamma}$  为常数时, 将(10)式积分, 代入(8)式, 可得:

$$\tau = f_1(\dot{\gamma}) + [\tau_0(\dot{\gamma})]\lambda_0 t + \frac{f_2(\dot{\gamma})(\lambda_0 - \lambda_{\infty})}{[qK_2(\dot{\gamma})(\lambda_0 - \lambda_{\infty})^{q-1}t + 1]^{1/(q-1)}} \quad (13)$$

讨论: (1) 当  $t=0$  时, 则

$$\tau = f_1(\dot{\gamma}) + f_2(\dot{\gamma})\lambda_0 = \tau_0(\dot{\gamma})$$

(2) 当  $t \rightarrow \infty$  时, 则

$$\tau = f_1(\dot{\gamma}) + f_2(\dot{\gamma})\lambda_{\infty} = \tau_{\infty}(\dot{\gamma})$$

若令  $f(\dot{\gamma}) = qK_2(\dot{\gamma})[\lambda_0 - \lambda_{\infty}]^{q-1}$  代入(13)式, 则可得:

$$\tau = \tau_0(\dot{\gamma}) + \frac{\tau_0(\dot{\gamma}) - \tau_{\infty}(\dot{\gamma})}{[f(\dot{\gamma})t + 1]^{1/(q-1)}} \quad (14)$$

若为结构形成时, 将式(9)积分, 代入(8)式就可获得结果。现将我们导出的公式(12)、(14)两式进行特定的假设, 可得到广泛使用的一些触变体系的流变方程。所以, 我们认为用函数  $\tau_0(\dot{\gamma}) - \tau_{\infty}(\dot{\gamma})$ ;  $k_1(\dot{\gamma})$ ,  $k_2(\dot{\gamma})$ ;  $p$ ,  $q$  来描述触变性比较客观、全面。故我们称  $\tau_0(\dot{\gamma}) - \tau_{\infty}(\dot{\gamma})$  为触变程度函数,  $k_1(\dot{\gamma})$ ,  $k_2(\dot{\gamma})$  为触变指数函数。

### 3 建立血液触变性本构方程

以血液为例, 具体说明建立血液触变性的流变本构方程的方法。

我们采用的仪器是瑞士 Contraves 公司生产的 Low Shear 30型粘弹性测量仪器。用它可测出全血的  $\tau$  与  $t$  的应力松弛曲线, 具体见图3所示。

但从方程(12)、(14)两式可知,  $\tau$  与  $t$  之间的关系可由下列方程拟合:

$$\tau = \tau_{\infty} + (\tau_0 - \tau_{\infty})e^{-\lambda_0 t} \quad (15)$$

$$\tau = \tau_{\infty} + (\tau_0 - \tau_{\infty}) / (ft + 1)^{\frac{1}{q-1}} \quad (16)$$

通过牛顿法和夸脱法在计算机上进行曲线拟合<sup>[1]</sup>, 计算结果表明, 方程(15)式与全血的应力松

弛曲线相吻合。

同样道理，我们可以在 Low Shear 30 仪器上，在  $0.1 \text{ s}^{-1} \sim 10 \text{ s}^{-1}$  的剪切应变之间，可获得  $\tau - \dot{\gamma}$  的关系曲线，图4所示。

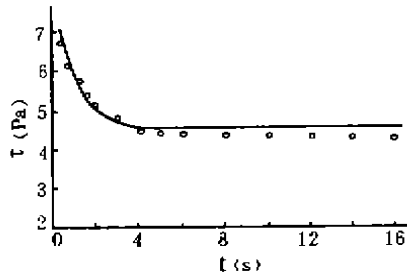


图3 应力松弛曲线

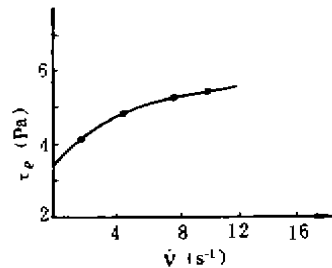


图4  $\tau_e$  与  $\dot{\gamma}$  的关系曲线

由图4可知， $\tau_e$  与  $\dot{\gamma}$  曲线上段基本上为直线，下段为弯曲，则经分析我们可以假设：

$$\tau_e(\dot{\gamma}) = \eta_{\infty} \dot{\gamma} + f_0 + b\dot{\gamma} / (a\dot{\gamma} + 1) \tag{17}$$

其中  $f_0, \eta_{\infty}, a, b$  为常数，均由实验可知。又从前面分析可知，当  $t=0$  时  $\tau \rightarrow \tau_0$ ，所以由图3(当  $t=0$  时的值)减去图4可得到  $\tau_0 - \tau_e$  与  $\dot{\gamma}$  的关系曲线。反映了血液的触变程度。

因为设  $\tau_0(\dot{\gamma}) - \tau_e(\dot{\gamma}) = C\dot{\gamma}$ ，则  $C$  即为  $\tau_0 - \tau_e$  与  $\dot{\gamma}$  曲线的斜率。

当然，在同样的粘度上我们也可以获得血液结构破坏(结构破坏是指缢钱串分散成单个细胞的过程)速度与  $\dot{\gamma}$  之间的关系曲线。若设  $k_2 \dot{\gamma} = 1 + m$  确定，而  $k_2$  的单位一般分为  $\text{min}^{-1}$ 。所以，我们最后可得到血液触变性的流变方程为：

$$\tau = f_0 + \eta_{\infty} \dot{\gamma} + b\dot{\gamma} / (a\dot{\gamma} + 1) + Ce^{-k_2 \dot{\gamma} + m} \tag{18}$$

关于具体确定  $f_0, \eta_{\infty}, b, a, c, l, m$  常数的实验分析，将在另文中报道。

## 4 结 论

通过对血液触变性方程的研究，可得到如下几点结论：

1) 本论文提出了一种与 Huang 描述触变性本构方程来同的方法，并得到了血液触变性的流变方程的一般表达式，详见(18)式，经过对(1)与(18)式比较可得，(18)式较能全面反映血液触变性。这无疑是对血液进行全面理论分析提供了一个新的途径。

2) 本文提出具有触变性行为液体流变方程的一般形式为：

$$\tau = \tau_e(\dot{\gamma}) + [\tau_0(\dot{\gamma}) - \tau_e(\dot{\gamma})]e^{-k_2 \dot{\gamma} + m}$$

并以触变方程函数  $\tau_0(\dot{\gamma}) - \tau_e(\dot{\gamma})$  和触变指数  $k(\dot{\gamma}) [k_1(\dot{\gamma})$  或  $k_2(\dot{\gamma})]$  能合理地、定量地评价血液的触变性大小。这给临床分析提供了一条新的途径<sup>[7]</sup>。

3) 本文指出由于血液触变性(缢钱串)的结构形成和破坏机理不完全一样，所以它的触

变指数将也不一样,这给临床诊断糖尿病、贫血病,提供了一个判断依据<sup>[1,2]</sup>。

### 参 考 文 献

- 1 翁维良等.血液流变学研究方法及其应用.北京:科学出版社,1989
- 2 王启宏等.材料流变学探索.武汉:武汉工业大学出版社,1987
- 3 冈小天.生物流变学.北京:科学出版社,1987
- 4 刘德贵等.FORTRAN 算法汇编,第二分册.北京:人民教育出版社,1983. 129
- 5 陈槐卿等.健康青年全血触变特性测定.生物医学工程学杂志,1989,3(6)
- 6 Mcmillan D E,etal. Thixotropy of blood and red blood Cell Suspensions. Biorheology, 1980, 17(3), 445~454
- 7 Huang C R,etal. Quantitative characterization of thixotropy of whole blood. Biorheology, 1975, 12(2): 279~282