

# 一种新型锁相环输出寄生边带的理论分析

## A THEORETICAL ANALYSIS OF THE SPURIOUS SIDE BANDS AT THE OUTPUT OF A NEW PLL

曹锐 宋俊寿 吴永祥  
Cao Rui Song Junshou Wu Yongxiang

(重庆大学电气工程系)

**摘要** 在简要介绍一种新型数字频率合成锁相环的基础上,详细分析了此环路对其鉴相器输出端具有特殊性质的寄生信号的抑制。结果表明,此环路的输出寄生边带抑制比是令人满意的。

**关键词** 频率合成器; 锁相技术 / 寄生边带; 频率分辨率

中国图书资料分类法分类号 TN742.1

**ABSTRACT** Based on the introduction to a new type of PLL for digital frequency synthesis, this paper describes on detail the suppression of the specific spurious signals occurring at the output of the phase detector of the PLL. The result shows that the output sideband-to-carrier ratio is satisfactory.

**KEY WORDS** frequency synthesizer; phase-lock technique / spurious sideband; frequency resolution

### 1 新型数字频率合成锁相环简介<sup>[1]</sup>

在数字锁相频率合成中,为了提高频率分辨率,解决小的频率步进与高的比相频率之间的矛盾,通常采用多环结构或采用小数分频锁相环<sup>[2]</sup>。但前者由于所用环路较多,因而整体结构较复杂;而后者存在的主要问题是其模拟相位内插器对鉴相器输出端的三角波干扰分量的补偿准确还不够高。

鉴于上述情况,我们提出了一种新型锁相环路结构,如图1所示。对于这一环路,首先通过其鉴频器,使得 $f_s$ 与 $f_l$ 相隔出现,并通过微处理器使可变分频器的分频系数 $N_b$ 按以下规则设置:

- 1) 若只有 $f_s$ 脉冲出现,则当下一个 $f_s$ 脉冲出现时,通过微处理器将分频系数 $N_b$ 置为 $N$ 。
- 2) 若 $f_s$ 经分频后形成的脉冲 $f_{s1}, f_{s2}, \dots, f_{s2}$ 同时出现(其中 $f_{sj} \in [f_s, m = 1, 2,$

\* 收文日期 1990-02-27

本课题由国家自然科学基金资助

……,  $k$ ),  $1 \leq j \leq L \leq k$ ), 则当下一个  $f_j$  脉冲出现时, 分频系数置为  $N + \sum_{j=1}^L N_j$  (其中,  $N_j \in (N_m, m = 1, 2, \dots, k)$ ,  $1 \leq j \leq L \leq k$ , 且  $N_m$  对应于  $f_m, m = 1, 2, \dots, k$ ).

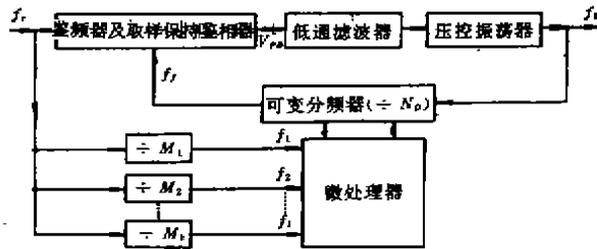


图1 新型锁相环的结构原理图

显然, 当环路锁定时应有

$$f_{L0} = \left( N + \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{M_i} \right) f_s$$

其中  $f_{L0}$  为锁定输出频率。

可以证明, 此时频率分辨率  $\Delta f_0 = f_s/M$  (其中  $M$  为  $M_1, M_2, \dots, M_k$  的最小公倍数); 而在鉴相器输出端将产生一个周期为  $MT$  的波动电压。由频谱分析可知, 它由直流分量与频率为  $f_s$  及  $f_s/M_i (i = 1, 2, \dots, k)$  的三角波干扰分量组成。其中最低频干扰分量的频率为  $f_s/M_{\max}$  ( $M_{\max} = \max\{M_1, M_2, \dots, M_k\}$ )。图2给出了  $k=2, M_1=2, M_2=3$  时, 鉴相器输出电压的一个波形及其分解波形图。

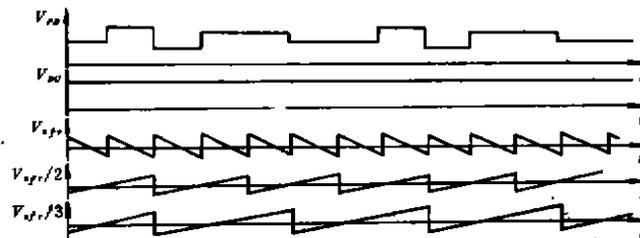


图2 鉴相器输出电压  $V_{co}$  的一个波形及其分解波形图

因此, 在新型锁相环的鉴相器输出端不仅具有普通锁相环所具有的频率为  $f_s$  的纹波电压, 还存在频率为  $f_s$  及  $f_s/M_i (i = 1, 2, \dots, k)$  的三角波干扰电压。因而新型环路所出现的一个特殊问题是, 环路压控振荡器的输出端将产生以频率为  $f_s$  及  $f_s/M_i (i = 1, 2, \dots, k)$  三角波为调制信号的寄生边带。

但由于环路频率步进为  $f_s/M$ , 而鉴相器输出端最低频干扰分量频率为  $f_s/M_{\max}$ , 因此二者相互独立。我们可以通过选择适当的  $M_1, M_2, \dots, M_k$ , 使得  $M$  足够大, 而  $M_{\max}$  足够小, 从而使频率步进  $f_s/M$  足够小, 而最低频干扰分量的频率  $f_s/M_{\max}$  足够高, 进而通过合理的环路设计, 便可将干扰分量抑制在给定的指标内。

下面我们就来详细分析新型环路对这种三角波干扰的抑制能力。

## 2 新型环路输出寄生边带抑制比的理论分析

为简明起见,我们只分析环路对最低频干扰电压  $V_{nf_r}/M_{\max}$  的基波分量  $V_{nf_r}/M_{\max}$  的抑制。由图 2 可方便地得到如图 3 所示的  $V_{nf_r}/M_{\max}$  的波形。由新型环路工作原理可知,  $V_{nf_r}/M_{\max}$  的幅值  $A < K_d M_{\max} \frac{T_0}{T_r} \pi$  (其中  $T_0, T_r$  分别为输出频率信号与参考频率信号的周期;  $K_d$  为环路鉴相器灵敏度)。现取  $A = K_d M_{\max} \frac{T_0}{T_r} \pi$ , 由傅里叶变换可得  $V_{nf_r}/M_{\max}$  的基波分量幅值  $V_{nf_r}/M_{\max}$  为

$$\begin{aligned} V_{nf_r}/M_{\max} \cdot 1 &= \frac{2}{M_{\max} T_r} \int_{-M_{\max} T_r/2}^{M_{\max} T_r/2} \frac{2A}{M_{\max} T_r} t \sin \omega t dt \\ &= \frac{8A}{M_{\max}^2 T_r^2} \int_0^{M_{\max} T_r/2} t \sin \omega t dt \\ &= \frac{8A}{M_{\max}^2 T_r^2} \cdot \frac{M_{\max}^2 T_r^2}{4\pi} \\ &= 2K_d M_{\max} \frac{T_0}{T_r} \\ &= 2K_d M_{\max} \frac{1}{N_D} \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $\omega = \frac{2\pi}{M_{\max} T_r}$ ,  $N_D$  为环路分频系数。

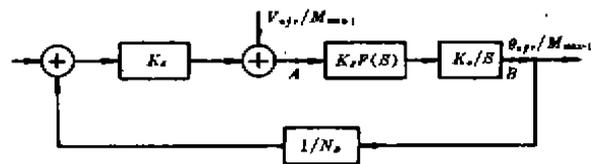
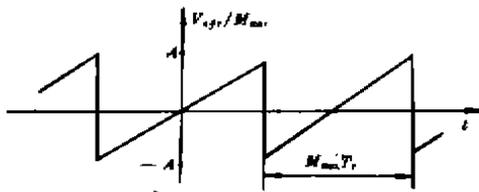


图3 干扰电压  $V_{nf_r}/M_{\max}$  的波形图

图4 分析鉴相器干扰电压  $V_{nf_r}/M_{\max}$  输出响应的等效相位模型

为了分析由于鉴相器输出干扰电压  $V_{nf_r}/M_{\max} \cdot 1$  在压控振荡器输出端引起的相位偏移  $\theta_{nf_r}/M_{\max} \cdot 1$ , 可利用多参数锁相环的等效线性相位模型, 把  $V_{nf_r}/M_{\max} \cdot 1$  看成是在鉴相器输出端插入的一个干扰源, 如图 4 所示。环路对这种干扰的抑制能力, 可用图中 A 点到 B 点之间的传递函数  $H_{AB}(S)$  来衡量。根据图 4 可求得  $H_{AB}(S)$  为

$$\begin{aligned} H_{AB}(S) &= \frac{\theta_{nf_r}/M_{\max} \cdot 1(S)}{V_{nf_r}/M_{\max} \cdot 1(S)} \\ &= \frac{K_0 K_r F(S)}{S + K_R F(S)} \\ &= \frac{N_D}{K_d} \frac{K_R F(S)}{S + K_R(S)} \\ &= \frac{N_D}{K_d} H(S) \end{aligned}$$

其中,  $K_H = \frac{1}{N_D} K_d K_f K_0$ ,  $N_D H(S)$  为环路的闭环传递函数。当环路采用理想积分滤波器作为其低通滤波器时, 由于其传递函数为  $K_f F(S) = \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{S + \frac{1}{\tau_2}}{S}$  (其中  $\tau_1 = R_1 C$ ,  $\tau_2 = R_2 C$  为其时间常数), 因此有

$$H(S) = \frac{2\xi\omega_n S + \omega_n^2}{S^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2}$$

其中  $\omega_n = \left(\frac{K_d K_0}{N_D \tau_1}\right)^{\frac{1}{2}}$  为环路固有频率,  $\xi = \frac{\tau_2}{2} \left(\frac{K_d K_0}{N_D \tau_1}\right)^{\frac{1}{2}}$  为环路阻尼系数。因此

$$\frac{\theta_{s_f}/M_{\max} \cdot 1(S)}{V_{s_f}/M_{\max} \cdot 1(S)} = \frac{N_D}{K_d} \cdot \frac{2\xi\omega_n S + \omega_n^2}{S^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2}$$

令  $S = j \frac{\omega_s}{M_{\max}}$  (其中  $\omega_s = 2\pi f_s$ ), 可得到干扰电压  $V_{s_f}/M_{\max} \cdot 1$  在压控振荡器输出端引起的最大相位偏移  $\theta_{s_f}/M_{\max} \cdot 1$  为

$$\theta_{s_f}/M_{\max} \cdot 1 = \frac{N_D}{K_d} \left| \frac{2\xi\omega_n \left(j \frac{\omega_s}{M_{\max}}\right) + \omega_n^2}{\left(j \frac{\omega_s}{M_{\max}}\right)^2 + 2\xi\omega_n \left(j \frac{\omega_s}{M_{\max}}\right) + \omega_n^2} \right| V_{s_f}/M_{\max} \cdot 1$$

当  $\frac{\omega_s}{M_{\max}} \gg \omega_n$  时, 有

$$\begin{aligned} \theta_{s_f}/M_{\max} \cdot 1 &\approx \frac{N_D}{K_d} \frac{2\xi\omega_n}{\omega_s/M_{\max}} \cdot V_{s_f}/M_{\max} \cdot 1 \\ &= \frac{2N_D \xi \omega_n M_{\max}}{K_d \omega_s} V_{s_f}/M_{\max} \cdot 1 \end{aligned} \quad (2)$$

将(1)式代入(2)式可得

$$\begin{aligned} \theta_{s_f}/M_{\max} \cdot 1 &= \frac{2N_D \xi \omega_n M_{\max}}{K_d \omega_s} \cdot 2K_d M_{\max} \frac{1}{N_D} \\ &= \frac{4M_{\max}^2 \xi \omega_n}{\omega_s} \end{aligned}$$

这实际上就是压控振荡器输出寄生调相波的调相指数  $m_\theta$ , 即

$$m_\theta = \theta_{s_f}/M_{\max} \cdot 1$$

按照调制理论<sup>[3]</sup>, 把正弦波调制的调相信号用三角函数展开, 可得其载波与边频振幅的一般表示式为

$$V_\infty = V_0 J_n(m\theta)$$

式中,  $V_\infty$  及  $V_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) 分别为载波与第  $n$  对边频的振幅;  $V_0$  是压控振荡器输出电压振幅;  $J_n(m_\theta)$  为第一类  $n$  阶贝塞尔函数。

$$J_n(m_\theta) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j (m_\theta/2)^{2j+n}}{j!(n+j)!}$$

显然, 当  $m\theta \ll 1$  时

$$J_0(m\theta) \approx 1, J_1(m\theta) \approx \frac{1}{2} m_\theta$$

而二次以上边频成分幅度都接近于零。因此, 寄生调相波载波成分振幅为

$$V_\infty = V_0 J_0(m\theta) \approx V_0$$

第一对寄生边频振幅为

$$V_{e1} = V_0 J_1(m\theta) \approx \frac{1}{2} m\theta V_0$$

从而, 环路对由  $V_{sf_r}(m\theta)/M_{\max} \cdot 1$  引起的寄生边带的抑制比  $Sf_r/M_{\max} \cdot 1$  为

$$\begin{aligned} Sf_r/M_{\max} \cdot 1 &= 20\lg\left(\frac{V_{e1}}{V_{e0}}\right) \approx 20\lg\left(\frac{1}{2}m\theta\right) \\ &= 20\lg\left(\frac{2M_{\max}^2 \xi \omega_s}{\omega_c}\right) \quad (\text{dB}) \end{aligned} \quad (3)$$

为了增强环路对三角波干扰的抑制能力, 可增加一级 RC 辅助滤波器。设辅助滤波器的电压传递函数为

$$F_a(s) = \frac{1}{\tau_a s + 1}$$

式中,  $\tau_a = R_a C_a = 1/\omega_c$  为辅助低通滤波器的时间常数,  $\omega_c$  为辅助滤波器的截止频率。当  $\omega_c$  大于环路固有频率  $\omega_s = \left(\frac{K_f K_0}{N_D \tau_1}\right)^{\frac{1}{2}}$  五倍以上, 即  $\omega_c > 5\omega_s$  时, 辅助滤波器附加极点对原二阶环路动态性能及稳定性的影响便可忽略, 仍可按原有二阶环来分析<sup>[4]</sup>。另一方面, 为了滤除寄生边带分量  $V_{sf_r}/M_{\max} \cdot 1$ , 还必须保证  $V_{sf_r}/M_{\max} \cdot 1$  的角频率  $\omega_{sf_r}/M_{\max} \cdot 1 \gg \omega_c$ , 所以

$$\begin{aligned} |F_a(j\omega_{sf_r}/M_{\max})| &= \left| \frac{\omega_c}{j\omega_{sf_r}/M_{\max} + \omega_c} \right| \\ &= \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_{sf_r}^2/M_{\max} + \omega_c^2}} \\ &\approx \frac{\omega_c}{\omega_{sf_r}/M_{\max}} \geq \frac{S\omega_s}{\omega_{sf_r}/M_{\max}} \end{aligned}$$

因此附加一级 RC 低通滤波器带来的边带抑制比改善为  $20\lg \frac{S\omega_s}{\omega_{sf_r}/M_{\max} \cdot 1}$  (dB)。若附加一级低通滤波器还不能满足要求, 可再加一级辅助低通滤波器。若两级附加低通滤波器的截止频率相同, 则边带抑制比改善  $Sf_r/M_{\max} \cdot 1$  为

$$Sf_r/M_{\max} \cdot 1 = 2 \times 20\lg \frac{S\omega_s}{\omega_{sf_r}/M_{\max} \cdot 1} \quad (\text{dB}) \quad (4)$$

现取  $f_s = 2\text{MHz}$  及  $M_1 = 17, M_2 = 16, M_3 = 13, M_4 = 11, M_5 = 9$  和  $M_6 = 7$ ; 且选  $\xi = 0.5$  及  $f_a = 500\text{Hz}$ , 则由 (3) 式可得

$$Sf_r/M_{\max} \cdot 1 = 20\lg \frac{2 \times 17^2 \times 0.5 \times 500}{2000000} = -22.8\text{dB}$$

由 (4) 式可知, 附加两级辅助滤波器带来的寄生边带抑制比改善为

$$Sf_r/M_{\max} \cdot 1 = 2 \times 20\lg \frac{5 \times 500}{2000000/17} = -66.9\text{dB}$$

因此环路对  $V_{sf_r}/M_{\max} \cdot 1$  引起的寄生边带总的抑制比为  $-89.7\text{dB}$ 。此时环路频率分辨率  $\Delta f = f_s/M$  为

$$\Delta f = \frac{2000000}{17 \times 16 \times 13 \times 11 \times 9 \times 7} \approx 0.8\text{Hz}$$

对  $f_s$  及  $M_i (i = 1, 2, \dots, k)$  等参数作适当的调整, 还可进一步提高环路性能。

至于鉴相器输出端其它频率的三角波干扰电压和频率为  $f_s$  的纹波电压, 由于它们的频率比  $V_{sf_r}/M_{\max} \cdot 1$  高, 且幅值比  $V_{sf_r}/M_{\max} \cdot 1$  小, 因此环路对这些干扰的抑制显然将大大超过对

$V_{sfr}/M_{\max} \cdot 1$  的抑制。

最后,由于在新型环路鉴相器输出端存在的一系列频率为  $f_i$  及  $f_i/M_i (i = 1, 2, \dots, k)$  的干扰电压是离散的,因此还可考虑用单一频率的陷波电路来进一步抑制这些干扰。这时,由于最低频干扰的角频率  $\omega_{fr}/M_{\max} \cdot 1 \gg \omega_n$ ,因此滤除这一干扰的陷波器的陷波频率  $\omega_p = \omega_{fr}/M_{\max} \cdot 1 \gg \omega_n$ ,从而引入陷波器后,其附加零、极点对原来环路动态性能及稳定性的影响亦可忽略不计。限于篇幅,对此不再累述。

### 3 结 论

本文简要介绍了一种新型数字频率合成锁相环,详细分析了这种环路对其鉴相器输出端具有特殊性的三角波干扰分量抑制能力。分析表明,通过适当的环路设计和采取一些简便措施后,环路对这种干扰的抑制是相当令人满意的。从而进一步在理论上证明了这种环路的可行性和实用性。

#### 参 考 文 献

- 1 宋俊寿,黄仁源,曹锐,殷华山. 一种新型频率合成器的研制. 仪器仪表学报, 1989, 10(4), 357~364
- 2 仇善忠,张冠百. 锁相与频率合成技术. 北京:电子工业出版社, 1986
- 3 樊昌信. 通信原理. 北京:国防工业出版社, 1980
- 4 郑继禹,张厥盛,方心平. 锁相环路原理与应用. 北京:人民邮电出版社, 1984