

# 基于规范指标的一种模糊综合评判法

## A FUZZY COMPREHENSIVE EVALUATION METHOD BASED ON STANDARD INDEXES

龚培康      王彩华\*\*  
Gong Peikang      Wang Caihua  
(重庆大学工程力学研究所)

**摘要** 本文提出了一种基于规范指标的模糊综合评判法。这种方法以评判对象的种种规范指标为基本的评判标准。主要步骤是:(1)获取评判参数(即决定评判对象主要性能的各种参数),建立评判参数矩阵;(2)确定各参数的满意程度,建立满意度矩阵;(3)确定各参数的权重,建立权重集;(4)进行综合评判,得出评判结果。编制了通用程序,给出了具体算例。

**关键词** 规范 / 模糊; 满意度; 权重; 综合评判

中国图书资料分类法分类号 NO3

**ABSTRACT** A method of fuzzy comprehensive evaluation based on standard indexes is presented. This method regards all sorts of standard indexes of evaluation objects as basic evaluation standards. Its main steps are: (1) obtain evaluation parameters (all kinds of parameters which decide main performances of evaluation objects) and set up evaluation parameter matrix; (2) determine satisfaction degrees of various parameters and set up satisfaction degree matrix; (3) determine the weight of various parameters and set up the weight set; (4) make comprehensive evaluation and obtain evaluation result. Its common program is worked out and the typical example is presented.

**KEY WORDS** standard / fuzzy; satisfaction degree; weight; comprehensive evaluation

## 0 引 言

现实生活和工程领域中的许多事物,如生活用品、机电设备、工程结构、计划方案等,其优劣好坏、通常都有一量化的规范标准,都应按规范标准进行生产、建造和检验,以保证质量和性能。例如,Y系列三相异步电机,就应按照部标JB3074-82和DF0812-85规定的主要性能指标:效率、功率因数、堵转电流、堵转转矩、最小转矩、最大转矩、温升、噪声和振动等来进行生产、检验和评定。一般说来,只要有一项不满足规范标准,就不合格。但是,即使各项指标都合格的产品,由于合格的程度各不一样,其质量也不尽相同。过去,人们评价具有规范标准的

\* 收文日期 1989-03-21

国家自然科学基金资助项目

\*\* 广州大学兼职教授

事物时,主要是在测定各有关性能指标后,视其与规范值的偏离情况,凭经验笼统地作出判断。虽然也作了认真的考虑,但主要是定性的,没有一种定量的方法和手段来获得比较准确的评价结果。当评价因素(即性能指标)众多时,这种笼统的定性评判方法显然更难进行。近几年来,人们应用模糊集理论,提出了一种可以从量上比较准确地评介各种事物的一般方法——模糊综合评判法<sup>[1~5]</sup>。但是,这种方法对目前工程上主要强调按种种量化的规范标准来进行评价却反映得不够。由于模糊综合评判要首先确定因素集与备择集之间的模糊关系,若根据评判对象的实测参数值与差值信息来确定评判对象对各备择元素的隶属程度,则必须对上述差值的大小程度作出划分,而这种划分是人为的;从差值信息来确定评判对象对各备择元素的隶属程度也包含有人的主观因素。尽量避免主观随意性,但人为的环节越多,带来的误差可能越大。因此,本文先不建立备择集,也不对实测参数与规范值的相差程度作人为的划分,而是先由实测参数值与规范值的差值定量地建立人们对实测参数值的满意度,再考虑各指标的权重,便可由满意度和权重得出综合评判结果。综合评判指标值越大,评判对象的质量便越好。这种方法可对具有任意多种指标要求的任意多个评判对象进行比较准确的评价,从量上给出优劣的整体排序。人们可进一步根据这种优劣排序来划分质量等级(如优、良、中、劣等),或作其它处理。这种方法,既能突出各种规范的作用,符合工程习惯,又能反映评判对象实际达到的最好水平,十分简便可行。

## 1 评判方法

### 1.1 建立评判参数矩阵

设参与评判的事物有  $m$  个,每一事物有  $n$  个主要性能参数。通过实测或其它方法获取每个性能参数  $k_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ )。由各性能参数  $k_{ij}$  为元素组成的矩阵

$$k = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{m1} & k_{m2} & \dots & k_{mn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

称为评判参数矩阵。其中,  $k_{ij}$  为第  $i$  个事物的第  $j$  个性能参数,又称评判参数。

### 1.2 建立规范指标集

每一评判参数  $k_{ij}$  ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ ) 都有一相应的规范指标  $K_j$ , 其值可由有关手册或专门的规范标准查到。由各规范指标  $K_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) 为元素组成的集合

$$K = \{K_1, K_2, \dots, K_n\} \quad (2)$$

称为规范指标集。

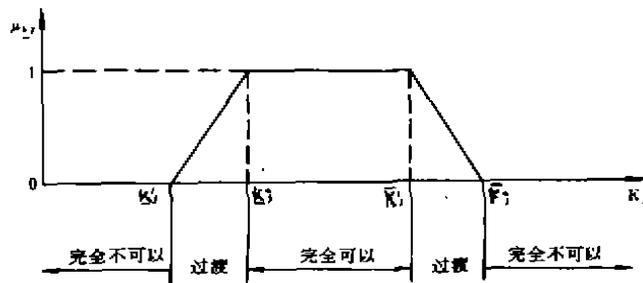
对一具体参数  $k_{ij}$  来说,其规范值  $K_j$  或为其上界  $\bar{K}_j$ , 或为其下界  $\underline{K}_j$ , 或为某一区间  $[\underline{K}_j, \bar{K}_j]$ 。例如,电机的噪声、堵转电流等参数的规范值即为其相应参数的上界  $\bar{K}_j$ , 通常  $k_{ij}$  不应大于它, 应比它越小越好; 电机的效率、最大转矩等参数的规范值则为其相应参数的下界  $\underline{K}_j$ , 通常  $k_{ij}$  不应小于它, 应比它越大越好; 在机械结构中, 轴承的径向间隙等参数的规范值则常为一区间  $[\underline{K}_j, \bar{K}_j]$ , 间隙  $k_{ij}$  通常应落在该区间之内。

一般说来,各规范值还具有不同程度的模糊性。过去由于没有处理模糊性的理论和方

法,通常都视参数取得规范值为完全可以,否则完全不可以。事实上,从完全可以到完全不可以之间,有一中间过渡过程,不能一刀切。工程上也常有略微超过规范指标仍然安全运行的许多事例。本文考虑了这一过渡过程,视规范值  $K_j$  为一模糊量,即为规范值论域上一模糊子集  $\tilde{K}_j (j = 1, 2, \dots, n)$ , 也即

$$K = (K_1, K_2, \dots, K_n) \quad (3)$$

每一模糊规范值  $\tilde{K}_j$  均存在着一过渡区间  $[K_j^-, K_j^+]$ , 并令  $\bar{K}_j = K_j^+$ ,  $\underline{K}_j = K_j^-$ , 如图所示。 $\bar{K}_j$  和  $\underline{K}_j$  的值可根据参数的性质和问题的要求来定<sup>[6]</sup>。



规范值  $K_j$  的模糊性

### 1.3 建立满意度矩阵

评判者按规范  $\tilde{K}_j$  为标准进行评判时,对各评判参数  $k_{ij}$  的满意程度称为该参数的满意度  $\mu_{ij} (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$ 。由满意度  $\mu_{ij}$  为元素组成的矩阵

$$M = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \dots & \mu_{1n} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \dots & \mu_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu_{m1} & \mu_{m2} & \dots & \mu_{mn} \end{bmatrix} \quad (4)$$

称为满意度矩阵。 $\mu_{ij}$  即为评判者对第  $i$  个评判对象的第  $j$  个性能参数的满意度。它反映了规范指标  $K_j$  与评判参数  $k_{ij}$  之间的满意关系。由于  $\mu_{ij} \in [0, 1]$ , 故满意度矩阵为一模糊矩阵。

显然,满意度  $\mu_{ij}$  不仅应反映评判对象的各性能指标是否已达到了相应规范的要求,而且应反映出它们已达到的程度,以反映评判对象所具有的实际水平。因此,满意度的计算既要涉及规范值,又要涉及实际获取的参数值,还要考虑规范值的模糊性。根据规范  $\tilde{K}_j$  的不同情况,我们对满意度  $\mu_{ij}$  分别计算如下:

(1) 当  $\tilde{K}_j$  为模糊上界  $\bar{K}_j$  时,令  $K_j = \bar{K}_j$ :

$$\mu_{ij} = \begin{cases} \left(1 + \frac{\bar{K}_j - k_{ij}}{\bar{K}_j}\right) / \mu_j & (k_{ij} \leq \bar{K}_j) \\ 0 & (k_{ij} > \bar{K}_j) \end{cases} \quad (5a)$$

$$\mu_j = \max_i \left(1 + \frac{\bar{K}_j - k_{ij}}{\bar{K}_j}\right), \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (5b)$$

(2) 当  $\tilde{K}_j$  为模糊下界  $\underline{K}_j$  时,令  $K_j = \underline{K}_j$ :

$$\mu_j = \begin{cases} \left(1 + \frac{k_{ij} - \underline{K}_j^*}{\underline{K}_j^*}\right) / \mu_j & (k_{ij} \geq \underline{K}_j^*) \\ 0 & (k_{ij} < \underline{K}_j^*) \end{cases} \quad (6a)$$

$$\mu_i = \max_j \left(1 + \frac{k_{ij} - \underline{K}_j^*}{\underline{K}_j^*}\right), \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (6b)$$

(3) 当  $\underline{K}_j$  为一模糊区间  $[\underline{K}_j, \bar{K}_j]$  时, 令  $\underline{K}_j^* = \underline{K}_j, \bar{K}_j^* = \bar{K}_j$ :

$$\mu_j = \begin{cases} 1 & (\underline{K}_j^* \leq k_{ij} \leq \bar{K}_j^*) \\ 1 - \frac{k_{ij} - \bar{K}_j^*}{\bar{K}_j^* - \underline{K}_j^*} & (\bar{K}_j^* \leq k_{ij} \leq \underline{K}_j^*) \\ 1 - \frac{\underline{K}_j^* - k_{ij}}{\underline{K}_j^*} & (\underline{K}_j^* \leq k_{ij} \leq \bar{K}_j^*) \\ 0 & (k_{ij} < \underline{K}_j^* \text{ 或 } k_{ij} > \bar{K}_j^*) \end{cases} \quad (7)$$

如果在实际问题中, 某些规范值不具有模糊性, 则只需在公式(5)、(6)、(7)中令相应的  $\bar{K}_j^* = \bar{K}_j = \underline{K}_j$  和  $\underline{K}_j^* = \underline{K}_j = \bar{K}_j$  即可。

#### 1.4 建立权重集

通常, 各性能指标的重要程度是不一样的。为了反映各  $K_j (j = 1, 2, \dots, n)$  的重要程度, 应给予它们相应的权数  $w_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 。由各权数  $w_j$  所组成的集合

$$\underline{w} = \{w_1, w_2, \dots, w_n\} \quad (8)$$

称为权重集。各权数应满足归一性和非负性条件

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1, \quad w_j \geq 0, \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

可通过调查统计或专家评定等方法来加以确定。由于各权数可视各指标对“重要”的隶属度, 因此权重集可视为规范指标集上一模糊子集。

#### 1.5 综合评判

满意度矩阵  $\underline{M}$  中, 第  $i$  行元素  $\mu_{ij} (j = 1, 2, \dots, n)$  是第  $i$  个评判对象各参数的满意度, 将它们分别乘以相应的权重  $w_j (j = 1, 2, \dots, n)$ , 再求和, 即可得到第  $i$  个对象的综合评判指标。于是, 综合评判集应为

$$\underline{A} = \underline{M} \cdot \underline{w} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \dots & \mu_{1n} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \dots & \mu_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu_{m1} & \mu_{m2} & \dots & \mu_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_n \end{bmatrix} = \{a_i\} \quad (10)$$

其中 
$$a_i = \sum_{j=1}^n \mu_{ij} \cdot w_j, \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (11)$$

表示评判者对所有指标进行综合评判后, 对第  $i$  个评判对象的满意度, 又称为第  $i$  个评判对

象的综合评判指标,  $a_i$  值越大, 表示第  $i$  个评判对象的质量越好。显然, 综合评判集  $A$  应为评判对象论域上一模糊子集。

### 1.6 综合评判指标的处理

综合评判指标  $a_i (i = 1, 2, \dots, m)$  不仅能从量上比较准确地给出各评判对象质量优劣的相对次序, 而且能从量上比较准确地反映各评判对象本身的质量水平。因此:

- (1) 可根据综合评判指标的相对大小次序, 来确定名次和相对优劣程度。
- (2) 可根据综合评判指标的绝对大小来衡量质量高低, 划分质量等级(优、良、中、劣等)。
- (3) 可根据评判指标反映出与评判对象有关的设计、施工、生产、管理等各方面的状态和问题, 作为改进工作的重要依据。

当然, 还可根据问题的性质对评判指标作各种不同的应用和处理。

按照上述方法, 我们用 FORTRAN 语言编制了综合评判的通用程序 APQ, 可在微机 (IBM PC/XT 及其兼容机) 上计算, 使用方便、可靠、迅速。

## 2 算 例

应用上述综合评判方法, 我们评价了十台 Y132S1-2型三相异步电动机的质量。根据机械工业部电器工业局 DF0812-85的规定<sup>[7]</sup>, 异步电机的主要质量指标是: 效率、功率因数、堵转电流、堵转转矩、最大转矩、最小转矩、温升、噪声和振动等共九项指标; 根据部标 JB3074-82<sup>[8]</sup>, 查出了 Y132S1-2型三相异步电机上述各主要性能指标的规范值, 以及这些规范值和容许变化范围(容差值); 请教有关专家, 探讨了上述各性能指标对电机质量影响的程度, 确定了权重系数。综合评判如下:

### 2.1 建立评判参数矩阵

见(12)式。其中, 每一行代表一台电机的实测性能参数值。从第一列到第九列依次代表: ①效率(%), ②功率因数( $\cos\varphi$ ), ③堵转电流(A), ④堵转转矩( $N\cdot m$ ), ⑤最大转矩( $N\cdot m$ ), ⑥最小转矩( $N\cdot m$ ), ⑦温升(T), ⑧噪声(dB), ⑨振动(mm/s)。

$$k = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{19} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{29} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{10,1} & k_{10,2} & \dots & k_{10,9} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 87.3 & 0.919 & 78.6 & 37.6 & 57.58 & 31.59 & 57.5 & 84.5 & 1.2 \\ 86.1 & 0.902 & 78.8 & 37.8 & 57.61 & 32.01 & 56.1 & 85.1 & 1.3 \\ 85.4 & 0.890 & 79.1 & 37.9 & 57.52 & 31.62 & 55.2 & 86.0 & 1.4 \\ 85.3 & 0.870 & 76.2 & 36.5 & 50.02 & 31.05 & 57.8 & 85.2 & 1.2 \\ 88.2 & 0.875 & 75.3 & 36.3 & 51.21 & 30.02 & 56.7 & 84.1 & 1.1 \\ 86.2 & 0.895 & 79.5 & 35.1 & 53.32 & 31.11 & 58.3 & 83.1 & 1.7 \\ 87.5 & 0.893 & 78.5 & 34.2 & 54.12 & 31.12 & 59.2 & 83.0 & 1.4 \\ 87.2 & 0.920 & 78.1 & 36.7 & 55.62 & 31.23 & 58.1 & 82.0 & 1.6 \\ 87.0 & 0.917 & 76.3 & 36.8 & 56.01 & 31.45 & 56.3 & 81.5 & 1.5 \\ 85.6 & 0.918 & 79.4 & 36.4 & 50.43 & 31.15 & 60.2 & 85.2 & 1.8 \end{bmatrix} \quad (12)$$

2.2 建立规范指标集

$$\begin{aligned}
 \underline{K} &= \{\underline{K}_1, \underline{K}_2, \underline{K}_3, \underline{K}_4, \underline{K}_5, \underline{K}_6, \underline{K}_7, \underline{K}_8, \underline{K}_9\} \\
 &= \{\underline{K}_1^-, \underline{K}_2^-, \underline{K}_3^-, \underline{K}_4^-, \underline{K}_5^-, \underline{K}_6^-, \underline{K}_7^-, \underline{K}_8^-, \underline{K}_9^-\} \\
 &= \{85.5, 0.88, 78.05, 36.1, 39.71, 18.05, 80, 83, 1.8\}
 \end{aligned} \tag{13}$$

根据部标规定<sup>[8]</sup>,上述规范指标的容差值为

$$\begin{aligned}
 \delta &= \{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5, \delta_6, \delta_7, \delta_8, \delta_9\} \\
 &= \{-0.128, -0.02, 15.61, -5.415, -3.971, -2.708, 0.0, 3.0, 0.0\}
 \end{aligned} \tag{14}$$

于是可求得相应规范指标  $\underline{K}_j$  的下限  $\underline{K}_j^-$  和  $\underline{K}_j$  的上限  $\overline{K}_j^+$ , 即

$$\begin{aligned}
 \underline{K} + \delta &= \{\underline{K}_1^-, \underline{K}_2^-, \overline{K}_3^+, \underline{K}_4^-, \underline{K}_5^-, \underline{K}_6^-, \overline{K}_7^+, \overline{K}_8^+, \overline{K}_9^+\} \\
 &= \{85.372, 0.86, 93.66, 30.685, 35.739, 15.972, 80, 86, 1.8\}
 \end{aligned} \tag{15}$$

2.3 建立满意度矩阵

把(12)、(13)、(15)各式中有关数据代入(5)、(6)式中计算,即可求得满意度矩阵如(16)式所示。

$$\begin{aligned}
 \underline{M} &= \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & \dots & \mu_{19} \\ \mu_{21} & \mu_{22} & \dots & \mu_{29} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu_{10,1} & \mu_{10,2} & \dots & \mu_{10,9} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0.9898 & 0.9989 & 0.9592 & 0.9921 & 0.9995 & 0.9869 & 0.9781 & 0.9645 & 0.9600 \\ 0.9762 & 0.9804 & 0.9567 & 0.9974 & 1.0000 & 1.0000 & 0.9914 & 0.9574 & 0.9200 \\ 0.9683 & 0.9674 & 0.9530 & 1.0000 & 0.9984 & 0.9878 & 1.0000 & 0.9467 & 0.8800 \\ 0.0000 & 0.9457 & 0.9889 & 0.9631 & 0.8683 & 0.9700 & 0.9752 & 0.9562 & 0.9600 \\ 1.0000 & 0.9511 & 1.0000 & 0.9578 & 0.8889 & 0.9378 & 0.9857 & 0.9692 & 1.0000 \\ 0.9773 & 0.9728 & 0.9480 & 0.9255 & 0.9719 & 0.9719 & 0.9704 & 0.9811 & 0.7600 \\ 0.9921 & 0.9707 & 0.9604 & 0.9024 & 0.9394 & 0.9722 & 0.9618 & 0.9822 & 0.8800 \\ 0.9887 & 1.0000 & 0.9653 & 0.9683 & 0.9655 & 0.9756 & 0.9723 & 0.9941 & 0.8000 \\ 0.9864 & 0.9967 & 0.9876 & 0.9783 & 0.9722 & 0.9825 & 0.9895 & 1.0000 & 0.8400 \\ 0.9705 & 0.9978 & 0.9493 & 0.9604 & 0.8754 & 0.9731 & 0.9523 & 0.9562 & 0.7200 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{16}$$

2.4 建立权重集

$$\begin{aligned}
 \underline{w} &= \{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, w_7, w_8, w_9\} \\
 &= \{0.15, 0.14, 0.08, 0.11, 0.15, 0.10, 0.14, 0.06, 0.07\}
 \end{aligned} \tag{17}$$

2.5 综合评判集

把(16)、(17)式中的数据代入综合评判式(10),得

$$\begin{aligned}
 \underline{A} &= \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}\} \\
 &= \{0.9848, 0.9806, 0.9738, 0.8058, 0.9618, 0.9445, 0.9542, 0.9662, 0.9747, 0.9366\}
 \end{aligned} \tag{18}$$

2.6 评判结果

把式(18)的综合评判指标从大到小排序后,可得

$$\begin{aligned}
 A_0 &= \{a_1, a_2, a_9, a_3, a_8, a_5, a_7, a_6, a_{10}, a_4\} \\
 &= \{0.9848, 0.9806, 0.9747, 0.9738, 0.9662, 0.9618, 0.9542, 0.9445, 0.9366, 0.8058\}
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

不难看出,前1、2、3名分别是第1、第2、第9台。第4台质量最差,从满意度矩阵(16)式可以看出,它的效率的满意度为零,即有一个指标不合格,故第4台是不合格品。各台产品的质量由综合评判指标给出了比较准确的定量表示。

### 3 结 语

(1) 本文的方法以各种量化的规范指标为基本的评判标准,符合工程要求和习惯,可广泛地应用于工程上对各种产品或方案的评价。

(2) 本方法能通过定量的分析计算得出比较准确的评判结果,所包含的主观因素较少。

(3) 各评判参数的满意度严格按规范指标值和实际参数值进行,并考虑了规范指标的模糊性,较好地反映了评判对象的实际状态,从而能保证评判结果的准确性。如果评判参数  $k_j$  在过渡区间内,略微超过  $\bar{K}_j$  或略微小于  $\underline{K}_j$ ,虽然也容许,但若要求从严必须避免时,则过渡区间内的满意度按下式计算:

$$\begin{aligned}
 \mu_j &= \left( \frac{\bar{K}_j - k_j}{\bar{K}_j - \underline{K}_j} \right) / \mu_j, (\bar{K}_j \leq k_j \leq \bar{K}_j; \mu_j = \max(\mu_j)) \\
 \mu_j &= \left( \frac{k_j - \underline{K}_j}{\bar{K}_j - \underline{K}_j} \right) / \mu_j, (\underline{K}_j \leq k_j \leq \bar{K}_j; \mu_j = \max(\mu_j))
 \end{aligned}$$

当规范指标为一区间时,  $\mu_j = 1$ 。

### 参 考 文 献

- 1 王光远. 地震烈度的模糊综合评定及其在抗震结构设计中的应用. 地震工程与工程振动, 1982, 2(4): 17~25
- 2 王光远. 地震烈度的二级模糊综合评定. 地震工程与工程振动, 1984, 4(3): 12~19
- 3 钱令希. 关于结构优化设计中的主观信息. 计算结构力学及其应用, 1985, 2(2): 69~73
- 4 陈永义等. 综合评判的数学模型. 模糊数学, 1983, 3(1): 61~69
- 5 Wang Calhua, Lu Enlin. Fuzzy Comprehensive Evaluation of Engineering Design Parameters with Two Steps. First world Congress on Computational Mechanics, Austin, USA, 1986
- 6 王彩华, 宋连天. 模糊论方法学. 中国建筑工业出版社, 北京, 1988
- 7 机械工业部电器工业局中小型电机产品质量分等规定, DF0812-85, 1985, 7
- 8 中华人民共和国机械工业部部标准, JB3074-82, Y 系列(IP44)三相异步电动机技术条件