

⑩
54-61

多状态与多分块机组的随机生产模拟

A PROBABILISTIC PRODUCTION COSTING FOR MULTISTATES AND MULTIBLOCKS OF UNITS

张宗益

Zhang Zongyi

(重庆大学工商管理学院)

TM715

摘要 本文讨论了多状态与多分块机组的随机生产模拟,用多正态分布来表示负荷与系统出力,然后直接导出各机组发电量、可靠性等指标的解析公式。数字算例表明该方法是一种准确、快速的算法。

关键词 多状态;多分块;随机生产模拟;多正态分布;可靠性

发电机

中国图书资料分类法分类号 TM715

ABSTRACT A probabilistic production costing method for multistates and multiblocks of units is presented in this paper. The mixtures of normal distributions are used to represent the power of the system and the load. The energy, reliability and production costs are calculated directly from the analytical formulae. Numerical examples demonstrate that the algorithm presented in the paper is accurate and efficient.

KEY WORDS multistate, multiblock, probabilistic production costing, mixtures of normal distributions, reliability.

1 概 述

生产模拟在电源规划中占有重要地位。通过模拟未来系统的运行情况,可以确定未来系统中各发电机的发电量、发电费用及系统的可靠性指标。模拟中,为了使总发电费用最小,火电机组按其单位发电成本由小到大顺序投入;水电机组则根据其给定水量尽可能带尖峰负荷,同时不弃水。由于负荷大小及机组故障的随机性, Baleriaux 及 Booth 等人在60年代末、70年代初提出了随机生产模拟方法。为了加快计算速度, R. T. Jenkins 等曾用付氏级数来表示负荷持续曲线。之后, N. S. Rau 等人用 Gram-Chalier 级数来表示负荷持续曲线,通过引入矩及累积量的概念,利用独立随机变量和的累积量等于各随机变量累积量的和,将机组投入和退出系统时的卷积、反卷积运算变成了加、减运算,使计算速度和效率显著提高。但该方法的误差不可控,尤其在计算小电力系统时误差较大。文献[1]中将负荷和发电机故障容量和均

* 收文日期 1990-11-09

国家自然科学基金资助课题

用多正态分布来表示,发电机使用故障容量概率模型进行计算。上述各种解析算法都需在计算过程中逐步修正负荷持续曲线,以便考虑投入发电机的随机强迫停运。各方法的中心任务是求出等值负荷持续曲线。而各方法的差异主要在于对等值负荷持续曲线的表达方式。

本文在文献[2]的二状态机组模型上作了推广,使模型能方便地考虑多状态机组和多块机组。发电机使用可用容量概率模型表示,计算中不修正原始负荷曲线,而从负荷与系统出力的表达式直接导出各机组的发电量、发电费用及可靠性指标的解析式。对算例的计算表明,本文方法速度快,结果合理,具有一定实用价值。

2 多状态机组的处理

机组在运行时,由于辅助设备等发生故障而可能使机组以较低的容量水平运行,这样机组便可能处于多个不同的状态。多状态机组可用容量模型可用图1来表示。

假定一台机组:有 $(B + 1)$ 个状态, $C_{i,k}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, B$) 为机组 i 在状态 k 的可用容量。并令

$$X_{i,t} = \begin{cases} 1, & \text{如果机组 } i \text{ 在状态 } k \\ 0, & \text{如果机组 } i \text{ 在其他状态} \end{cases}$$

且 $p_{i,k} = P\{X_{i,t} = 1\}$

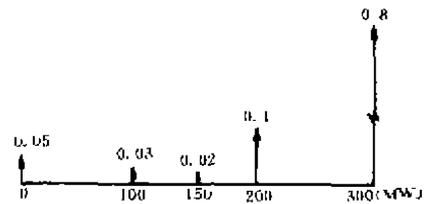


图1 多状态机组可用容量概率模型

显然应有 $\sum_{k=0}^B p_{i,k} = 1$

我们记 $C_{i,0} = C_i, \quad C_{i,B} = 0$
 $p_{i,0} = p_i, \quad p_{i,B} = q_i$

对于一组发电机 $1, 2, \dots, m$, 其状态可通过下列向量加以描述:

$$\bar{Y} = [Y_1, Y_2, \dots, Y_m]^T$$

这里 $Y_i = \sum_{k=0}^B k X_{i,t}$ ($i = 1, 2, \dots, m$)

即 Y_i 为机组 i 的状态指标, 它的值与机组 i 所处的状态有关。令

$$H = \sum_{i=1}^m Y_i$$

称为系统的状态指标。各台机组可用容量均为最大时, 系统状态指标为

$$H_{max} = \sum_{i=1}^m 0 \cdot X_{i,0} = \sum_{i=1}^m 0 \cdot 1 = 0$$

设系统所有可能的状态集合为 D_n , 并假设 $D_{n,h}$ ($h = 0, 1, \dots, r - 1$) 为系统状态指标等于 h 的系统状态的子集, $D_{n,r}$ 为系统状态指标等于或大于 r 的系统状态的子集。于是 D_n 可表示为 $(r + 1)$ 个互不相交的子集的并:

$$D_n = D_{n,0} \cup D_{n,1} \cup D_{n,2} \cup \dots \cup D_{n,r}$$

且 $D_{n,i} \cap D_{n,j} = \emptyset, \quad i \neq j$

其中 \emptyset 为空集, $i, j = 0, 1, \dots, r$ 。

根据全概率公式, 系统可用容量的概率分布函数可表示为

$$F_n(x) = \sum_{l=0}^r P\left\{\sum_{i=1}^m \eta_i \leq x \mid D_{n,l}\right\} \cdot P\{D_{n,l}\}$$

上式中 η_i 为机组 i 出力的随机变量。每一条件概率项都用一正态分布来表示, 可得到系统出力的概率密度函数 $f_G(x)$ 为 $(r+1)$ 个正态分布概率密度的加权和:

$$f_G(x) = \sum_{l=0}^r \pi_{n,l} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{n,l}^2}} e^{-\frac{(x-\mu_{n,l})^2}{2\sigma_{n,l}^2}} \quad (1)$$

这里

$$\begin{aligned} \mu_{n,l} &= E\left[\sum_{i=1}^m \eta_i \mid D_{n,l}\right] \\ \sigma_{n,l}^2 &= \text{Var}\left[\sum_{i=1}^m \eta_i \mid D_{n,l}\right] \\ \pi_{n,l} &= P\{D_{n,l}\} \\ l &= 0, 1, \dots, r \end{aligned}$$

根据条件概率公式, 可建立以下递推公式

$$\pi_{n+1,0} = \pi_{n,0} p_{n+1} \quad (2)$$

$$\pi_{n+1,l} = \sum_{j=0}^l \pi_{n,l-j} p_{n+1,j} \quad [l = \min(l, B_{n+1}), \text{下同}] \quad (3)$$

$$\pi_{n+1,r} = \sum_{j=0}^r \pi_{n,r-j} \left(\sum_{k=j}^{B_{n+1}} p_{n+1,k}\right) \quad [v = \min(r, B_{n+1}), \text{下同}] \quad (4)$$

以及

$$\mu_{n+1,0} = \mu_{n,0} + C_{n-1} \quad (5)$$

$$\mu_{n+1,l} = \sum_{j=0}^l \pi_{n,l-j} p_{n+1,j} (\mu_{n,l-j} + C_{n+1,j}) / \pi_{n+1,l} \quad (6)$$

$$\mu_{n+1,r} = \sum_{j=0}^r \left\{ \mu_{n,r-j} \sum_{k=j}^{B_{n+1}} p_{n+1,k} + \sum_{k=j}^{B_{n+1}} C_{n-1,k} p_{n+1,k} \right\} \pi_{n,r-j} / \pi_{n+1,r} \quad (7)$$

$$\sigma_{n+1,0}^2 = \sigma_{n,0}^2 = 0 \quad (8)$$

$$\sigma_{n+1,l}^2 = \sum_{j=0}^l [\sigma_{n,l-j}^2 + (\mu_{n,l-j} + C_{n+1,j})^2] \pi_{n,l-j} p_{n+1,j} / \pi_{n+1,l} - \mu_{n+1,l}^2 \quad (9)$$

$$\sigma_{n+1,r}^2 = \sum_{j=0}^r \left[\sum_{k=j}^{B_{n+1}} p_{n+1,k} (\sigma_{n,r-j}^2 + (\mu_{n,r-j} + C_{n-1,k})^2) \right] \cdot \frac{\pi_{n,r-j}}{\pi_{n+1,r}} - \mu_{n+1,r}^2 \quad (10)$$

当机组投入系统时, 便可利用以上递推式求出系统的 $\mu_{n,l}$, $\sigma_{n,l}^2$, $\pi_{n,l}$ 等值。

3 多块机组的处理

除了多状态机组外, 为了更好地模拟经济调度过程, 生产模拟时还常常将一台发电机分块(即分段)带负荷。同一机组各块有不同的平均发电成本, 如图 2 所示。当运行容量小于 $C_{i,j}$ 时, 发电成本为 $\text{cost}_{i,j}$ 。模拟系统运行时, 比较不同机组的不同块, 让发电成本最小者优先投

入运行。同一机组各分块在带负荷时可能处于不相邻的位置上,并且,除非低块已优先带负荷,否则高块部分不能带负荷。为了避免重复考虑同一机组的可用率(当同一机组两块以上带负荷时),在高分块投入系统时,应先从系统中退出低分块,而将低、高分块合并后以同一可用率投入系统。

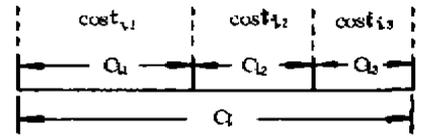


图2 多分块机组及其发电成本

当某一机组退出运行时,或当一机组因高分块投入运行而需退出已投入的低分块时,可以用以下公式计算修正后的系统的 $\mu_{n,t}$, $\sigma_{n,t}^2$, $\pi_{n,t}$ 等值:

$$\pi_{n,0} = \pi_{n-1,0} / p_{n+1} \tag{11}$$

$$\pi_{n,t} = \frac{\pi_{n+1,t} - \sum_{j=1}^t \pi_{n,t-j} p_{n+1,j}}{p_{n+1}} \tag{12}$$

$$\pi_{n,r} = \pi_{n-1,r} - \sum_{j=1}^r \pi_{n,r-j} \sum_{k=j}^{B_{n-1}} p_{n+1,k} \tag{13}$$

$$\mu_{n,0} = \mu_{n+1,0} - C_{n+1} \tag{14}$$

$$\mu_{n,t} = \frac{\pi_{n+1,t} \mu_{n+1,t} - \sum_{j=1}^t \pi_{n,t-j} p_{n+1,j} (\mu_{n,t-j} + C_{n+1,j})}{\pi_{n,t} p_{n+1}} - C_{n+1} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} \mu_{n,r} = & \frac{\pi_{n+1,r} \mu_{n+1,r} - \sum_{j=1}^r [\mu_{n,r-j} \sum_{k=j}^{B_{n-1}} p_{n+1,k} + \sum_{k=j}^{B_{n-1}} C_{n+1,k} p_{n+1,k}] \pi_{n,r-j}}{\pi_{n,r}} \\ & - \sum_{k=0}^{B_{n+1}} C_{n+1,k} p_{n+1,k} \end{aligned} \tag{16}$$

$$\sigma_{n,0}^2 = \sigma_{n+1,0}^2 = 0 \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{n,t}^2 = & \frac{\pi_{n-1,t} (\sigma_{n+1,t}^2 + \mu_{n+1,t}^2) - \sum_{j=1}^t [\sigma_{n,t-j}^2 + (\mu_{n,t-j} + C_{n+1,j})^2] \pi_{n,t-j} p_{n+1,j}}{\pi_{n,t} p_{n+1}} \\ & - (\mu_{n,t} + C_{n+1})^2 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{n+1,r}^2 = & \frac{\pi_{n+1,r} (\sigma_{n+1,r}^2 + \mu_{n+1,r}^2) - \sum_{j=1}^r [\sum_{k=j}^{B_{n-1}} p_{n+1,k} \{ \sigma_{n,r-j}^2 + (\mu_{n,r-j} + C_{n-1,k})^2 \}] \pi_{n,r-j}}{\pi_{n,r}} \\ & - \sum_{k=0}^{B_{n-1}} p_{n+1,k} (\mu_{n,r} + C_{n-1,k})^2 \end{aligned} \tag{19}$$

然后,将第 $n+1$ 台机组的所有低、高分块作为一个整体考虑,利用式(2)~(10),可求出低、高块的总发电量,减去原来已求出的低分块发电量,即可得到高分块的发电量。

当一个机组既为多状态又为多分块时,仍可按前述方法加以处理,以上的递推公式依然适用。

负荷的多正态分布模型曾在[3]的基于累积量的方法中得到应用。本文将负荷按大小排列并分为 n 个区间,每一个区间计算出相应的正态分布均值与方差,以及该区间的负荷持

续时间与总负荷持续时间之比,即该区间正态分布的权系数。负荷的概率密度函数可表示为:

$$f_L(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{i1}^2}} e^{-\frac{(x-\mu_{i1})^2}{2\sigma_{i1}^2}} \quad (20)$$

这里, μ_{i1} 为第 i 区间负荷的均值, σ_{i1}^2 为第 i 区间负荷的方差, α_i 为第 i 区间权值, n 为区间数。

4 机组发电量与系统可靠性指标

假定负荷与系统可用出力相互独立,那么在任意时刻 t , 系统的实际出力应为二者中的较小值。从二独立随机变量取极小的概率密度公式可求出系统实际出力的概率密度为

$$f(x) = [1 - F_L(x)]f_G(x) + [1 - F_G(x)]f_L(x) \quad (21)$$

其中, $f_L(x)$ 、 $f_G(x)$ 如式(20)、(1)所示, $F_L(x)$ 、 $F_G(x)$ 分别为其分布函数。系统总发电量 F_m 可表示为

$$F_m = T \cdot \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

经推导有

$$F_m = T \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i \mu_{i1} + \sum_{i=0}^n \pi_{n,i} \mu_{m,i} - \sum_{i=1}^n \sum_{i=0}^i \alpha_i \pi_{m,i} \left[\mu_{m,i} + \sqrt{\frac{\sigma_{i1}^2 + \sigma_{m,i}^2}{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\mu_{i1} - \mu_{m,i})^2}{2(\sigma_{i1}^2 + \sigma_{m,i}^2)}} + (\mu_{i1} - \mu_{m,i}) \Phi \left(\frac{\mu_{i1} - \mu_{m,i}}{\sqrt{\sigma_{i1}^2 + \sigma_{m,i}^2}} \right) \right] \right\}$$

其中 Φ 为正态分布函数, T 为负荷持续时间。

第 m 台机组的发电量 E_m 为

$$E_m = F_m - F_{m-1}$$

而对于多块机组,第 m 台机组的第 k 分块发电量 $A_{m,k}$ 应为

$$A_{m,k} = E_{m,k} - E_{m,k-1}$$

这里, $E_{m,k}$ 为第 m 台机组的 k 块容量发电量之和, $E_{m,k-1}$ 为第 m 台机组的 $k-1$ 块容量发电量之和。由于同一分块的发电成本为一常数,则生产模拟中得到的总运行费用为

$$W = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{m_i} d_{i,k} A_{i,k}$$

其中, $d_{i,k}$ 为第 i 台机组第 k 块的发电成本, m_i 为第 i 台机组的总分块数, W 为系统的总运行费用。当机组未分块时,有 $A_{i,1} = E_i$ 。

在长期电源规划中,常用电力不足概率值 LOLP 和电量不足期望值 EENS 作为一系统的可靠性指标。从负荷与系统出力的差,可得到

$$f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_L(u+z) \cdot f_G(u) du$$

从而得到

$$\text{LOLP} = \int_0^{\infty} f(z) dz = \sum_{i=1}^n \sum_{i=0}^i \alpha_i \pi_{n,i} \Phi \left(\frac{\mu_{i1} - \mu_{m,i}}{\sqrt{\sigma_{i1}^2 + \sigma_{m,i}^2}} \right)$$

而 EENS 则为总需电量 ED 与系统总发电量 F_m 之差:

$$\text{EENS} = ED - F_m$$

这里假定系统中发电机总数为 m 。

5 算例和结论

利用本文提出的多状态和多分块机组生产模拟算法对 IEEE RTS 测试系统[4]和在 IEEE RTS 测试系统基础上设计的多状态、多分块机组系统进行了计算。结果列于表1和表2中。

表1 对 IEEE RTS 测试系统的计算

发电机序号	容量 (MW)	B-B 法	累积量法	本文方法(五个正态分布)
		发电量 (GWh)	发电量 (GWh)	发电量 (GWh)
1	400	768.768	768.768	768.768
2	400	768.768	768.768	768.768
3	150	314.496	314.496	314.496
4	150	314.496	314.496	314.496
5	150	312.132	306.695	312.913
6	150	299.913	295.041	298.202
7	350	563.469	576.156	563.908
8	80	113.681	118.490	113.431
9	80	104.805	108.278	106.127
10	80	96.607	97.278	97.216
11	80	89.029	85.675	87.647
12	200	98.889	85.525	99.067
13	300	240.000	240.000	240.000
14	200	45.556	47.673	45.648
15	200	20.745	22.745	20.670
16	100	5.260	5.796	5.260
17	100	3.084	3.387	3.106
18	100	1.763	1.847	1.783
19	10	0.131	0.130	0.120
20	10	0.123	0.121	0.116
21	10	0.116	0.112	0.111
22	10	0.109	0.105	0.107
23	10	0.102	0.097	0.102
24	20	0.171	0.158	0.200
25	20	0.151	0.136	0.180
26	20	0.135	0.117	0.159
27	20	0.120	0.101	0.140
总发电量 (GWh)		4162.617	4162.695	4162.771
总运行费 ($\times 10^6$ \$)		36.921	36.895	36.928
LOLP		0.2886	0.2395	0.2638
EENS		0.8637	0.7857	0.7097

表1同时还给出了 Baeriaux—Booth 法(B-B 法)、累积量法对该系统的计算结果。应指出的是机组13为水电机组,限制其发电量为240GWh。生产模拟中水电机组的处理可参阅文

献[5]。

表 2 在 IEEE RTS 测试系统基础上设计的多状态、多分块机组系统

发电机序号	可用率 p	容量(MW)	本文方法计算时 (五个正态分布)	
			发电量 GWh	运行费用 ($\times 10^6$ \$)
1	0.88	400	768.768	4.18979
2	0.88	400	768.768	4.18979
3	0.96	150	314.496	3.36637
4	0.96	150	314.496	3.36637
5	0.96	150	312.913	3.34942
6	0.96	150	298.202	3.19196
7 [#]	0.92 [#]	100 [#]	178.542	1.94307
8	0.98	80	144.673	1.95222
7 ^{**}	0.92 ^{**}	100 ^{**}	153.590	2.07254
9	0.98	80	119.749	1.61590
7 [*]	0.92 [*]	100 [*]	127.401	1.71914
10	0.98	80	102.597	1.38445
11	0.98	80	93.175	1.25730
7 [*]	0.92 [*]	50 [*]	48.602	0.82624
12	0.95	200	99.067	2.05366
13	0.99	300	240.000	0.00000
14	0.95	200	45.648	0.94627
15 [*]	0.90 [*]	200 [*]	20.741	0.42997
16 [*]	0.88 [*]	100 [*]	5.387	0.11233
17 [*]	0.88 [*]	100 [*]	3.240	0.067566
18 [*]	0.88 [*]	100 [*]	1.7678	0.036864
19	0.98	10	0.131	0.004929
20	0.98	10	0.123	0.004602
21	0.98	10	0.114	0.004290
22	0.98	10	0.107	0.003994
23	0.98	10	0.099	0.003713
24	0.90	20	0.175	0.004526
25	0.90	20	0.151	0.003907
26	0.90	20	0.130	0.003354
27	0.90	20	0.111	0.002871
总发电量 (GWh)			4162.96	
总运行费 (10^6 \$)			38.10624	
LOLP			0.002292	
EENS (GWh)			0.5207	

表 3 机组15的多状态模型

容量 (MW)	200	150	100	50	0
可用率	0.90	0.02	0.03	0.01	0.04

表 4 机组16、17、18的多状态模型

容量 (MW)	100	50	0
可用率	0.88	0.04	0.08

表2中*表示该机组为多状态机组,机组15的模型示于表3中,机组16、17、18为同一多状态机组模型,示于表4中。表2中#表示该机组为一多分块机组。从表1可知,对IEEE RTS测试系统的计算表明,本文方法在机组发电量、发电费用和可靠性指标的计算上都具有较高的准确性,且计算速度快,其计算时间约为累积量法的160%,而比B-B法快一个数量级。对多状态和多分块机组的计算表明,本文方法在处理多状态和多分块机组时,方便、迅速,各待求量均可用解析式表达,易于理解,便于进行诸如灵敏度分析等的其它计算,具有一定实用价值。

参 考 文 献

- 1 Gross G, Garapic N. V, McNutt B. The Mixture of Normals Approximation Technique for Equivalent Load Duration Curves, IEEE T-PWRS, Vol. 3, No. 2, 1988
- 2 张宗益等,基于多正态分布的随机生产模拟直接算法,重庆大学学报, Vol. 14, No. 4, 1991
- 3 Rau N. S, Neculescu C, An Investigation of Two Methods for the Probabilistic Energy Production Simulation, IEEE T-PAS, Vol. 102, No. 8, 1983
- 4 IEEE Committee Report, IEEE Reliability Test System, IEEE T-PAS, Vol. 98, No. 6, 1979
- 5 Manhire B, Jenkins R. T, A New Technique for Simulating the Operation of Multiple Assigned-Energy Generating Units Suitable for the Use in Generation System Expansion Planning Models, IEEE T-PAS, Vol. 101, No. 10, 1982