

5 结 论

本文从积分型内时塑性本构方程导出了增量公式,它避免了由微分型本构方程推广得到的增量本构方程所带来的误差。由此得到了增量弹塑性矩阵,它包含了一个类弹性矩阵和一个塑性矩阵。进而发展了可以处理复杂边值条件的有限元分析方法。对自增强厚壁圆筒内壁残余应力的分析以及对含对称缺口的平板受面内循环变形的应力应变场的分析,都得到了满意的结果。计算还表明了所发展的方法在数值过程中有效性。

参 考 文 献

- 1 Fan Jinghong, Ph D. Dissertation, University of Cincinnati, USA, Manuscript Publications, University Microfilm International, June, 1983
- 2 Valanis K C, Fan J. Endochronic Analysis of Elastoplastic Strain Field in a Notched Plate. *J. Appl. Mech.*, 1983, 50: 789~793
- 3 Valanis K C, Fan J. A Numerical Algorithm of Endochronic Plasticity with Experimental Verification. *Computers and Structures*, 1984, 19: 717~724
- 4 Murakami H, Read H E. Endochronic Plasticity; Some Basic Properties of Plastic Flow and Failure. *Int. J. Solids and Structures*, 1986, 53: 395~403
- 5 Watanabe O, Atluri S N. A New Endochronic Approach to Computational Elasto-Plasticity: Example of a Cyclically Loaded Cracked Plate. *J. Appl. Mech.*, 1985, 52: 857~864
- 6 范镜泓, 彭向和. 内时弹塑性分析的一种新算法及其实验验证, *计算结构力学及其应用*, 1988, 5(4): 21~28
- 7 Watanabe O, Atluri S N. Internal Time, General internal Variable and Multi-Yield-Surface Theories of Plasticity and Creep; A Unification of Concepts. *Int. J. Plasticity*, 1986, 2: 37~57
- 8 曹纬. 厚壁筒自增强残余应力的分析和计算. 重庆大学硕士学位论文, 1984
- 9 Tanaka E et al. Effect of Strain Amplitudes on Nonproportional Cyclic Plasticity. *Acta. Mechanica*, 1985, 57: 167~182
- 10 彭向和, 范镜泓. 金属材料非比例循环塑性的本构描述. *重庆大学学报*, 1992, 15:

⑤
26-31

激波聚焦问题的 CCW 数值解^{*}

NUMERICAL SOLUTIONS OF SHOCK WAVE FOCUSING WITH CCW METHOD

陈景秋

Chen Jingqiu

(重庆大学工程力学系)

0354.5

摘 要 应用 Chisnell-Chester-Whitham (CCW) 方法的一种离散格式简单而成功地完成了激波聚焦问题的一些数值解。

关键词 激波碎石; 聚焦; 射线法

中国图书资料分类法分类号 O354.5

ABSTRACT By the use of a numerical scheme of chisnell-Chester-Whitham Method (CCW), some numerical solutions to the problems of shock wave focusing are completed successfully and simply.

KEY WORDS ESWL; shock wave focusing; ray—Method

自八十年代初西德将第一台体外激波粉碎肾结石的新型医疗器械 ESWL (Extracorporeal Shock Wave Lithotripsy) 推向市场后, ESWL 技术即因其方便、高疗效又无外科创伤而迅速在各国普及。我国 ESWL 技术自 1983 年起步后不久就产生了全国性的‘ESWL 热’。为了进一步提高治疗效率并确保安全, 应认真地研究 ESWL 各方面的机理。

就其力学原理而言, ESWL 的碎石机理可简述于下: 由旋转椭圆面的一个几何焦点释放的能量, 用球面激波形式以该焦点为中心向外传播, 此激波面遇到反射面后即形成反射波。如果反射面恰是该椭圆面的一个对称的片断, 则反射波的收敛段将趋向另一几何焦点附近, 形成一个小的局部高压区 (简称焦斑), 处于此高压区内的结石将被击碎。由于人体的声阻抗与水相近, 传压介质通常用水, 本问题的力学模型即是理想可压缩流体运动的初边值问题, 它不再是线性声学问题, 因此几何焦点一般不再是动力学焦点 (即实际最大压力点)。

按声学理论, 均匀媒质中波的传播方向即是波面法向, 波速与波强度无关。在收敛波面的情况下波面法线 (射线) 将会相交。若设相邻射线间截面积为 A , 波的强度正比于 $1/\sqrt{A}$, 射线相交意味 $A \rightarrow 0$, 但物理上不可能产生无穷大的强度。针对这一矛盾, Whitham^[1] 设激波面的前后相继位置与射线 (波法线) 形成正交的网格, 相邻的两射线分别视为刚性‘流管

* 收文日期 1991-09-03

国家自然科学基金及国家教委优秀青年教师基金资助项目

壁*, 则按 Chisnell^[2] 的公式有

$$-\frac{1}{A} \frac{dA}{dz} = g(z) \quad (1)$$

此处

$$z = P_2/P_1 \quad (2)$$

其中波前、后侧压力分别是 P_1 与 P_2 , 而

$$g(z) = 1/(z-1)\lambda(z) \quad (3)$$

$$\lambda(z) = 2 \left[\left(1 + \frac{2}{\gamma+1} \frac{1-\mu^2}{\mu} \right) (2\mu + 1 + \frac{2\gamma}{\gamma-1 + (\gamma+1)z}) \right]^{-1} \quad (4)$$

$$\mu = \sqrt{[\gamma+1 + (\gamma-1)z]/2\gamma z} \quad (5)$$

对于空气: $\gamma = 1.4$, 在 $1 < z < +\infty$ 范围内 $\lambda(z)$ 是单调递减的且 $0.5 > \lambda(z) > 0.394$.

由方程(1), (3) 可得

$$A(z-1)^{1/\lambda(z)} = \text{常数} \quad (6)$$

其中 $\lambda(z)$ 近似视为常数, 从而对相邻的两个波面位置有

$$z_2 = 1 + (z_1 - 1) \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^{\lambda(z_1)} \quad (7)$$

水的状态方程(Tait 方程)是^[3]

$$\rho(p, t) = \rho(0, t) \left(1 + \frac{p}{B(t)} \right)^{1/\kappa} \quad (8)$$

其中 ρ, p, t 分别是密度、压力和摄氏温度, κ 在 $0 \sim 2.5 \text{ GPa}$ 和 $20 \sim 60 \text{ C}$ 范围内与中值 7.15 的误差小于 1% , 按 Gibson^[4], $B(t)$ 在 $20 \sim 80 \text{ C}$ 与中值 0.304 GPa 的误差小于 3% 。Holl^[5] 证明, 在 1 GPa 以下的压力范围内气体动力学有关压缩、膨胀波的关系形式上可用于水动力学。为此压力 p 须由 p^*

$$p^* = p + B \quad (9)$$

代替, 气体等熵指数以 κ 代替, 则(1) 式成为

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\rho(0, t_2) \left(\frac{p_2^*}{p_1^*} \right)^{1/\kappa}}{\rho(0, t_1) \left(\frac{p_2^*}{p_1^*} \right)^{1/\kappa}} \quad (10)$$

而在 $20 \sim 60 \text{ C}$ 之间, Holl 证明了

$$\frac{\rho(0, t_2)}{\rho(0, t_1)} \approx 1 \quad (11)$$

因此有与理想气体类似的状态方程

$$\rho_2/\rho_1 = (p_2^*/p_1^*)^{1/\kappa} \quad (12)$$

如果以常数 $\kappa = 7.15$ 代替气体常数 γ 并且取 $B = 0.304 \text{ GPa}$, 则对于 p^*, ρ 的计算可利用气体动力学的相应方法。

对于‘射线管’中的激波面元 $z+1$, 方程(7) 可以写为

$$z_{+1} = 1 + (z - 1) \left(\frac{A_z}{A_{z-1}} \right)^{\lambda(z)} \quad (13)$$

其中 A_z, A_{z+1} 分别是第 z 和 $z+1$ 个面之的面积, 其计算公式对于以 z 轴对称的问题可用

$$A_j = \pi [d^{2j-1} (R_{j-1} + R_j) + d^{2j} (R_j + R_{j+1})] \quad (14)$$

式中各量如图 1 所示, A_j 表示在 j 处的面积。

激波速度用

$$V_s = a_0 \sqrt{[\gamma - 1 + (\gamma + 1)z]/2\gamma} \quad (15)$$

计算, 其中 a_0 是静声速。

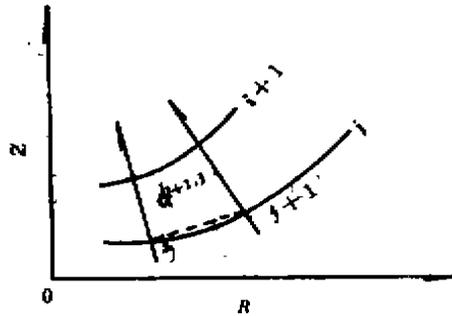


图 1

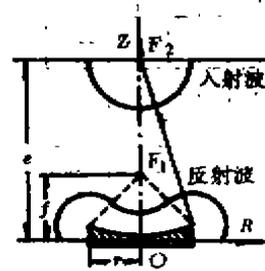


图 2

图 2 是激波聚焦实验示意图; 划斜线部份是旋转椭圆面的一个以 z 轴对称的片断, 设为刚性, 用作反射器; 几何焦点 F_2 处放电产生的球面激波碰到反射器形成反射波。反射波在其传播方向上的凹段将在另一几何焦点 F_1 附近聚焦。实验几何参数分别是 e, f, r 。

计算时定解条件如下(图 3): 假设一个初始波由反射器后发出, 它由两段圆弧组成, 一段以反射器尖缘 A 为圆心, 另一段以 F_1 为圆心, 两弧相切如图所表示, 对于弱激波其初始强度的选择应使该虚设的波到达反射面与

对称轴的交点 O 时, 与真实入射波到达 O 点时的强度相同, 图中用虚线表示, 真实反射波用实线表示。为了节约计算时间可由反射尖点引入与 R 轴平行的人工边界。

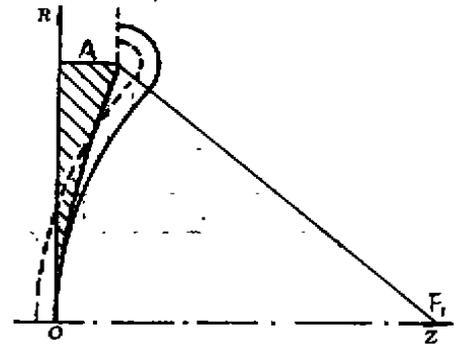


图 3

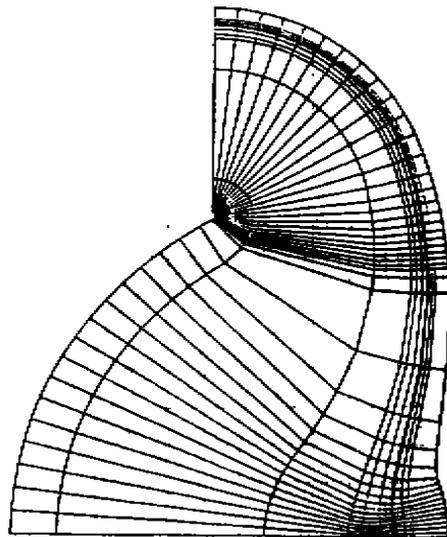


图 4a

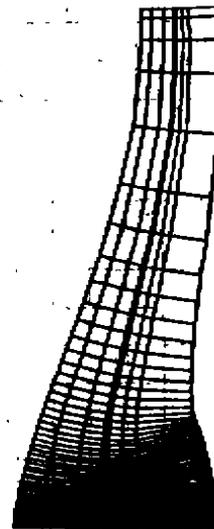


图 4b

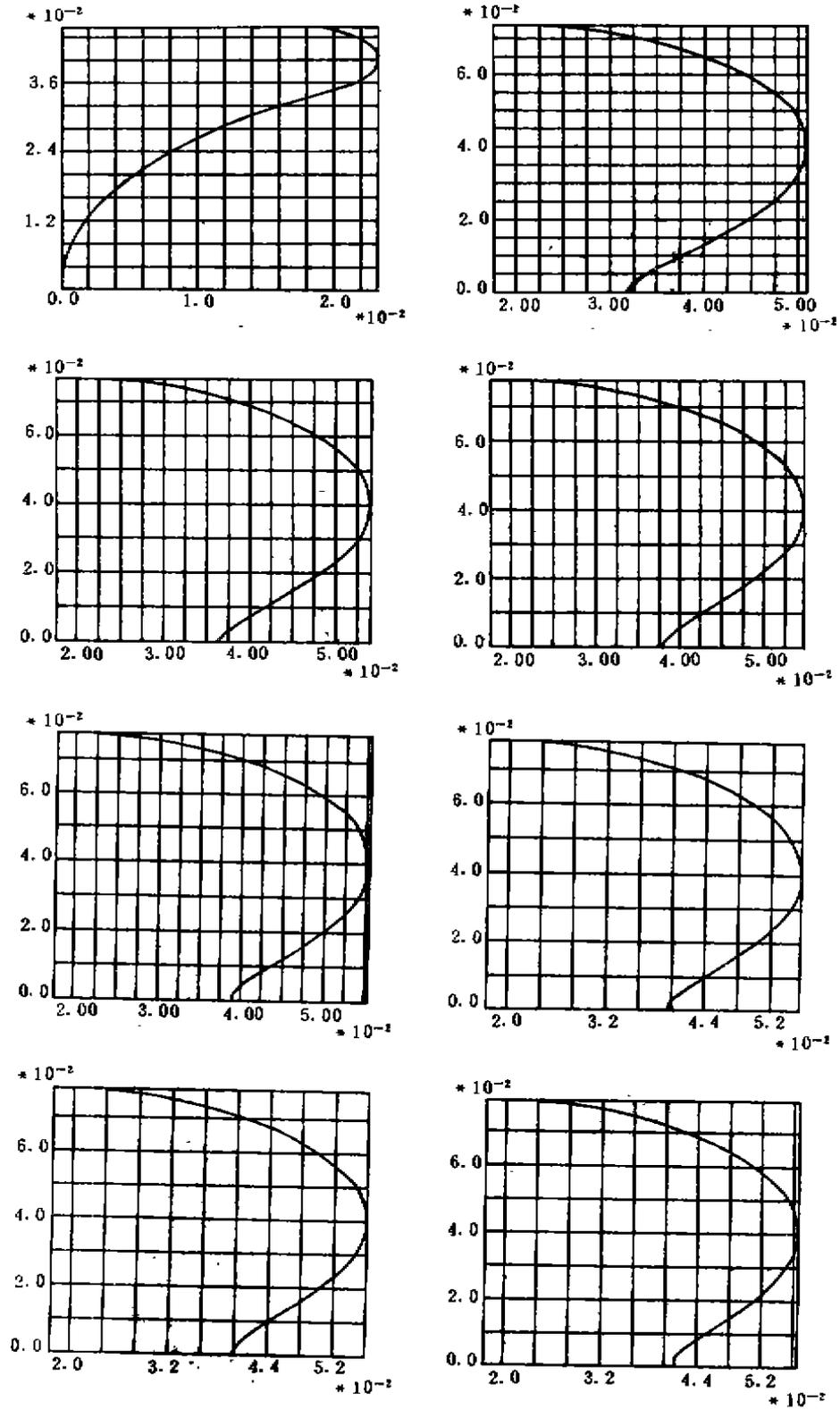


图 5a

图 4a 是计算机根据计算结果绘出的图形, 图中的曲线族和射线族分别给出相继若干时刻激波面和射线的位置。本算例的几何参数分别是 $e = 80\text{mm}$, $f = 40\text{mm}$, $r = 40\text{mm}$, 入射波在 O 点时的马赫数即初始马赫数 $M_0 = 1.98$, $\gamma = 1.4$ 。对于这样强的入射激波, 本文所用的方法圆满而直观地再现了 Whitham 的激波动力学理论所予言的现象: 在焦区出现射线的分散和激波面的平直化现象, 最大压力(动力学焦点)出现在几何焦点之前。图 4b 给出了焦区的细致描述。在焦区收敛波面由凹变为平直, 然后变为凸发散波面。

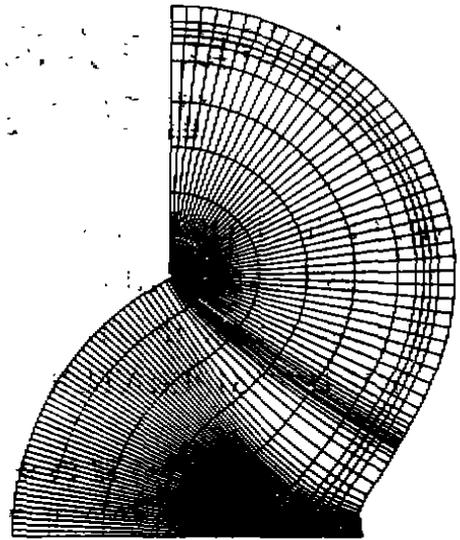


图 5b

图 5b 是上例取 $M_0 = 1.098$ 的情况, 图 5a 给出了不同时刻激波面的形状, 其中第 5 图表示压力已达峰值, 但波未到几何焦点, 即气动力学焦点在几何焦点之前。

上两例表明对于较强的激波 ($M_0 = 1.98$) 和弱激波中相对强的激波 ($M_0 = 1.098$), CCW 方法是有效的, 并能得到如上给出的激波面聚焦—发散过程的完整描述。自然, CCW 方法对于整个流场无能为力, 它只是追踪激波面。

对于很弱的激波, 其聚焦行为很象声波, 单纯使用 CCW 不易得到如上所给的计算结果。我们用 CCW 与双特征方法^[1]结合起来, 在焦区中先用 CCW 予测激波面的位置后用双特征方法进行迭代, 得到了很好的结果。计算结果与实验比较如[7]中图 3 表示, 相应的参数是 $e = 358.8\text{mm}$, $f = 130\text{mm}$, $r = 97.5\text{mm}$, 取 $n = 7.15$ (水), 初始入射波压力 $P_0 = 1.4\text{MPa}$, 按(9)式 $P_0^* = 0.3050\text{GPa}$, 而

$$M_0^* = \left[1 + \frac{n+1}{2n} \frac{P_0^* - B}{B} \right]^{1/2} = 1.001$$

这几近声速, 我们对这一困难的问题尚未看到更好的结果^[5,6]。

参 考 文 献

- 1 Whitham G. B., J. Fluid Mech, 1957 2:145.
- 2 Chisnell R. F., J. Fluid Mech, 1957, 2:286
- 3 Kirkwood et al., OSRD Report, 1942, I - I
- 4 Chen J Q, Dissertation RWTH Aachen, 1987
- 5 Sommerfeld M. & Mueller M., Experiments in Fluids 1988, 6:206
- 6 Olivier H. & Groenig H., 15th Int. Symp. on shock Tubes and Waves, Berkeley 1985
- 7 陈景秋. 水激波聚焦的数值实验, 重庆大学学报, 1990, 13(2):
- 8 Gibson and Loffler, J. Am. Chem. Soc. 1947, 43
- 9 Hooli R. Dissertation RWTH Aachen. 1982