

①  
58-64

# 滚锥包络环面蜗杆传动的理论 研究与参数优化

TH132.44

## THEORETICAL INVESTIGATION AND PARAMETER OPTIMIZATION ON ROLLING CONE ENVELOPING HOURLASS WORM GEARING

王进戈

Wang Jinge

张光辉

Zhang Ganghui

(重庆大学机械传动国家重点实验室)

**摘要** 本文提出了一种从根本上改变啮合齿面间运动形式的新型高效蜗杆传动—滚锥包络环面蜗杆传动,并对该传动进行了系统的理论研究和大量的数值计算及参数分析。在参数分析的基础上还对该传动进行了参数优化。结果表明,该传动效率高,承载大,寿命长,制造简单。

**关键词** 齿轮传动;蜗轮副;环面蜗杆;滚锥;优化

中国图书资料分类法分类号 TH132

**ABSTRACT** In this paper, a new high-strength worm gearing, named 'rolling cone enveloping hourglass worm gearing', is proposed. With such a new type of worm gearing, the motion form between meshing tooth surfaces is changed in nature. A systematic theoretical study, a lot of numerical calculations and parameter analyses have been done. Based on these analyses, the optimum design of worm gearing is obtained. It is shown that this worm gearing possesses the virtues of high efficiency, large load capacity, long life-span and easy manufacture.

**KEY WORDS** gear drives; worm gear pairs; hourglass worm; rolling cone; optimization

## 0 引 言

蜗杆传动因其传动平稳,减速比大,结构紧凑等优点,长期得到广泛应用。但是,与其它齿轮传动相比,它却存在传动效率较低,承载能力不大,需耗用有色金属等不足之处,因而使其应用范围受到很大程度的限制。长期以来,寻求啮合效率高,承载能力大,制造简单的新型高效蜗杆传动,一直是蜗杆传动领域的重要研究课题

传统的蜗杆传动啮合效率低,承载能力不大的主要原因,在于啮合齿面间存在很大的相

★ 收文日期 1991-03-25

本文系国家“七五”科技攻关项目

对滑动。对于传统的蜗杆传动，为了降低摩擦，减少磨损，则不得不使用减摩性能优良，但机械强度较低的铜合金来制造蜗轮，结果使其承载能力也大大受到限制。不难看出，两啮合齿面间的很大的相对滑动往往是造成轮副效率低，限制其承载能力的根源。于是从根本上改变蜗轮副啮合齿面间这种不利的运动形式就成为寻求效率高，承载大的高效蜗杆传动的重要途径。

本文所研究的滚锥包络环面蜗杆传动是笔者在探索制造水泥磨大型减速机的途径的研究中提出来的，旨在从根本上改变啮合齿面间运动形式的一种新型高效蜗杆传动。该传动的蜗轮轮齿就是一个个能绕自轴转动的圆锥滚子，而蜗杆则是以此锥面为母面经包络形成的环面蜗杆。对于大功率传动，由于滚锥尺寸较大，滚锥与其轴颈之间可安装滚针轴承，滚锥大端部可安装轴向滚动轴承。从而将轮副啮合齿面间的相对滑动基本上全部转变成相对滚动，从根本上解决了传统的各型蜗杆传动在啮合齿面间均存在很大相对滑动的痼疾，这将对蜗杆传动的设计、制造、使用和维护等方面产生重要影响。本文旨在从理论上揭示这种新型传动的优越性，并为这种传动的实用化提供科学依据。

## 1 传动啮合分析的主要结果

### 1.1 坐标系的设置

坐标系的设置如图1所示。 $\sum_1(O_1; \dot{i}_1, \dot{j}_1, \dot{k}_1)$ 、 $\sum_2(O_2; \dot{i}_2, \dot{j}_2, \dot{k}_2)$ 分别为蜗杆和蜗轮的静坐标系。 $\sum_1(O_1; \dot{i}_1, \dot{j}_1, \dot{k}_1)$ 、 $\sum_2(O_2; \dot{i}_2, \dot{j}_2, \dot{k}_2)$ 分别为与蜗杆和蜗轮相固接的动坐标系。 $\varphi_1$ 、 $\varphi_2$ 分别为蜗杆和蜗轮的转角，当 $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ 时， $\sum_1$ 与 $\sum_1'$ 重合， $\sum_2$ 与 $\sum_2'$ 重合。 $\sum_0(O_0; \dot{i}_0, \dot{j}_0, \dot{k}_0)$ 是设置在滚锥锥顶并与蜗轮固接的坐标系。为了便于加工，假定滚锥的轴线总是在平行于主平面的某一平面内，并令锥顶 $O_0$ 点在 $\sum_2$ 中的坐标为 $(a_2, b_2, c_2)$ ， $c_2 = 0$ 即表示滚锥轴线位于主平面内的特殊情况。设滚锥轴线与蜗轮半径方向成夹角 $\gamma$ ， $\gamma = 0$ 即表示滚锥轴线通过蜗轮回转轴线的特殊情况。

### 1.2 相对速度、角速度及其在活动标架上的投影

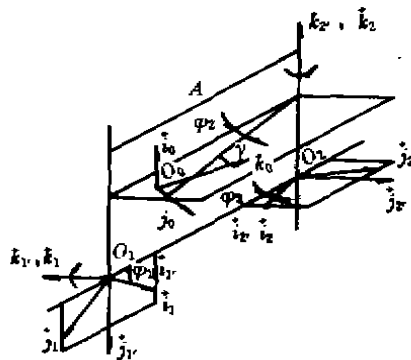


图1 坐标系的设置

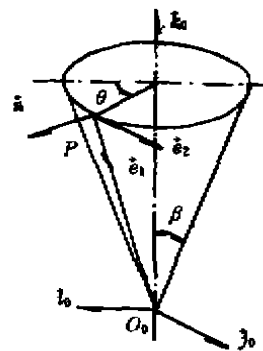


图2 锥面上活动标架的设置

滚锥面上活动标架 $\sum_3(P; \dot{e}_1, \dot{e}_2, \dot{n})$ 的设置如图2所示。滚锥面方程在 $\sum_0$ 中可表示为：

$$\begin{cases} \vec{r}_0 = x_0 \vec{i}_0 + y_0 \vec{j}_0 + z_0 \vec{k}_0 \\ x_0 = u \sin \beta \cos \theta \\ y_0 = u \sin \beta \sin \theta \\ z_0 = u \cos \beta \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\beta$  为锥顶半角;  $u, \theta$  为锥面参数。

由啮合理论[1、2]可推出相对速度矢量  $\vec{V}^{(12)}$  在活动标架  $\Sigma$  中的表达式为:

$$\begin{cases} \vec{V}^{(12)} = V_1^{(12)} \vec{e}_1 + V_2^{(12)} \vec{e}_2 + V_3^{(12)} \vec{n} \\ V_1^{(12)} = B_1 (-\sin \gamma \sin \beta \sin \theta + \cos \gamma \cos \beta) - B_2 (\cos \gamma \sin \beta \sin \theta + \sin \gamma \cos \beta) - B_3 \sin \beta \cos \theta \\ V_2^{(12)} = B_1 \sin \gamma \cos \theta + B_2 \cos \gamma \cos \theta - B_3 \sin \theta \\ V_3^{(12)} = B_1 (-\sin \gamma \cos \beta \sin \theta + \cos \gamma \sin \beta) + B_2 (\cos \gamma \cos \beta \sin \theta - \sin \gamma \sin \beta) + B_3 \cos \beta \cos \theta \\ B_1 = -\cos \varphi_2 (c_2 + x_0) + \iota_{21} (b_2 + y_0 \cos \gamma + z_0 \sin \gamma) \\ B_2 = \sin \varphi_2 (c_2 + x_0) - \iota_{21} (a_2 + y_0 \sin \gamma + z_0 \cos \gamma) \\ B_3 = -\sin \varphi_2 (b_2 + y_0 \cos \gamma + z_0 \sin \gamma) + \cos \varphi_2 (a_2 + y_0 \sin \gamma - z_0 \cos \gamma) - A \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\iota_{21}$  为传动比;  $A$  为传动中心距。  $V_1^{(12)}, V_2^{(12)}, V_3^{(12)}$  即为相对速度矢量  $\vec{V}^{(12)}$  在活动标架  $\Sigma$  中的投影。

同理可得相对角速度矢量  $\vec{\omega}^{(12)}$  在活动标架  $\Sigma$  中的表达式为:

$$\begin{cases} \vec{\omega}^{(12)} = \omega_1^{(12)} \vec{e}_1 + \omega_2^{(12)} \vec{e}_2 + \omega_3^{(12)} \vec{n} \\ \omega_1^{(12)} = \sin \varphi_2 (\sin \gamma \sin \beta \sin \theta - \cos \gamma \cos \beta) + \cos \varphi_2 (\cos \gamma \sin \beta \sin \theta + \sin \gamma \cos \beta) + \iota_{21} \sin \beta \cos \theta \\ \omega_2^{(12)} = -\sin \varphi_2 \sin \gamma \cos \theta - \cos \varphi_2 \cos \gamma \cos \theta + \iota_{21} \sin \theta \\ \omega_3^{(12)} \quad \text{后面不用, 此处从略。} \end{cases} \quad (3)$$

$\omega_1^{(12)}, \omega_2^{(12)}, \omega_3^{(12)}$  即为相对角速度矢量  $\vec{\omega}^{(12)}$  在活动标架  $\Sigma$  中的投影。

### 1.3 啮合函数与啮合方程

该传动的啮合函数为

$$\begin{cases} \Phi = \Gamma^{(12)} = M_1 \cos \varphi_2 - M_2 \sin \varphi_2 - M_3 \\ M_1 = -(c_2 + x_0) (\sin \gamma \cos \beta \sin \theta + \cos \gamma \sin \beta) + (a_2 + y_0 \sin \gamma - z_0 \cos \gamma) \cos \beta \cos \theta \\ M_2 = (c_2 + x_0) (\sin \gamma \sin \beta - \cos \gamma \cos \beta \sin \theta) + (b_2 + y_0 \cos \gamma + z_0 \sin \gamma) \cos \beta \cos \theta \\ M_3 = -\iota_{21} (b_2 + y_0 \cos \gamma + z_0 \sin \gamma) (\sin \gamma \cos \beta \sin \theta + \cos \gamma \sin \beta) + \\ \quad \iota_{21} (a_2 + y_0 \sin \gamma - z_0 \cos \gamma) (\cos \gamma \cos \beta \sin \theta - \sin \gamma \sin \beta) + A \cos \beta \cos \theta \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{啮合方程为: } \Phi = \Gamma^{(12)} = M_1 \cos \varphi_2 - M_2 \sin \varphi_2 - M_3 = 0 \quad (5)$$

从式(5)可解出:

$$\begin{cases} U = B_4 / B_5 \\ B_4 = (\sin \gamma \cos \beta \sin \theta + \cos \gamma \sin \beta) (c_2 \cos \varphi_2 - \iota_{21} b_2) + (\cos \gamma \cos \beta \sin \theta - \sin \gamma \sin \beta) \cdot \\ \quad (\iota_{21} a_2 - c_2 \sin \varphi_2) + (b_2 \sin \varphi_2 - a_2 \cos \varphi_2 + A) \cos \beta \cos \theta \\ B_5 = \iota_{21} \sin \theta - \cos \theta (\sin \gamma \sin \varphi_2 + \cos \gamma \cos \varphi_2) \end{cases} \quad (6)$$

### 1.4 蜗轮齿面接触线及蜗杆齿面方程

蜗轮齿面上的接触线, 既在锥面上, 又必须满足啮合方程, 因此, 其齿面方程与啮合方程联立就得到蜗轮齿面上的接触线方程:

$$\begin{cases} \vec{r}_0 = x_0 \vec{i}_0 + y_0 \vec{j}_0 + z_0 \vec{k}_0 \\ u = B_4/B_5 \\ \varphi_2 = \text{常数} \end{cases} \quad (7)$$

通过相应的坐标变换,将式(7)转换到蜗杆动坐标系  $\Sigma_1$  中并令  $\varphi_1$  连续变化,即可得到其包络面—蜗杆齿面方程:

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = x_1 \vec{i}_1 + y_1 \vec{j}_1 + z_1 \vec{k}_1 \\ x_1 = \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 (A \cos\varphi_2 + z_0 \cos\gamma - y_0 \sin\gamma - a_2) + \cos\varphi_1 \sin\varphi_2 (b_2 + y_0 \cos\gamma + z_0 \sin\gamma + A \sin\varphi_2) - \sin\varphi_1 (c_2 + x_0) \\ y_1 = \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 (a_2 + y_0 \sin\gamma - z_0 \cos\gamma - A \cos\varphi_2) - \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 (b_2 + y_0 \cos\gamma + z_0 \sin\gamma + A \sin\varphi_2) - \cos\varphi_1 (c_2 + x_0) \\ z_1 = \sin\varphi_2 (A \cos\varphi_2 + z_0 \cos\gamma - y_0 \sin\gamma - a_2) - \cos\varphi_2 (b_2 + y_0 \cos\gamma + z_0 \sin\gamma + A \sin\varphi_2) \end{cases} \quad (8)$$

式(1)  
式(6)  
 $\varphi_2 = i_{21}\varphi_1$

### 1.5 诱导法曲率、润滑角及自转角的计算公式

接触线法线方向的诱导法曲率和齿面相对速度与接触线方向夹角的大小是衡量齿面接触性能好坏的重要指标。由[2]可导出接触线法线方向的诱导法曲率为:

$$K^{*21} = [(\omega_2^{12'})^2 + (\omega_1^{12'} + V_2^{12'} \text{ctg}\beta/u)^2]/\mathcal{V} \quad (9)$$

其中  $\mathcal{V} = \Phi_1 + \omega_2^{12'} \Gamma_1^{12'} - \omega_1^{12'} \Gamma_2^{12'} - \text{ctg}\beta (\Gamma_2^{12'})^2 / u$  为该传动的一界函数,  $\Phi_1 = -i_{21} M_1 \sin\varphi_2 - i_{21} M_2 \cos\varphi_2$  为该传动的二界函数。

相对速度与接触线方向的夹角为:

$$\mu = \arcsin \frac{|-V_1^{12'} \omega_2^{12'} + \Gamma_2^{12'} (\text{ctg}\beta \Gamma_2^{12'} / u + \omega_1^{12'})|}{\sqrt{(\omega_2^{12'})^2 + (\omega_1^{12'} + \Gamma_2^{12'} \text{ctg}\beta / u)^2} \sqrt{(\Gamma_1^{12'})^2 + (\Gamma_2^{12'})^2}} \quad (10)$$

定义相对速度与滚锥轴线之间的夹角为自转角,显然,自转角的大小与滚锥能否自转密切相关。自转角  $\mu_{s0}$  由下式决定:

$$\mu_{s0} = \arccos(|\Gamma_2^{12'} \cos\beta| / \sqrt{(\Gamma_1^{12'})^2 + (\Gamma_2^{12'})^2}) \quad (11)$$

除以上主要公式外,笔者还推导了关于滚锥包络环面蜗杆传动的一系列数值计算公式。因篇幅有限,在此不一一列出,详见[3]。

## 2 参数分析及主要啮合性能

针对该传动,笔者编制了啮合分析计算机程序。利用该程序对该传动进行了大量系统的计算和分析,发现在蜗杆头数、传动比一定时,影响该传动综合性能的主要参数是:  $\beta$ —滚锥锥顶半角;  $k_1$ —蜗杆喉径系数;  $c_2$ —滚锥安置偏距;  $\gamma$ —滚锥安置倾角。通过大量的计算,系统地分析了不同设计参数对该传动啮合性能及蜗杆几何特性的影响<sup>[3]</sup>。下面是在参数分析的基础上所建立的设计参数选择原则。

### 2.1 滚锥锥顶半角 $\beta$

$\beta$  的大小对蜗轮副的诱导法曲率、润滑角、自转角、相对卷吸速度、相对滑动率、蜗杆齿顶厚度、压力角以及蜗杆根切曲线的位置等都有显著影响。为了获得较小的诱导法曲率和较

大的卷吸速度,应选取较大的 $\beta$ 角;另一方面,为了获得尽量大的自转角和润滑角,避免齿顶变尖,压力角过大等, $\beta$ 角又应取较小值。经计算分析得知,取 $\beta = 10^\circ \sim 22^\circ$ 比较合理。

### 2.2 蜗杆喉径系数 $k_1$

$k_1$ 的大小直接影响蜗杆的强度和刚度以及蜗轮副的整体结构。同时 $k_1$ 对诱导法曲率、自转角、润滑角、相对卷吸速度、螺旋升角等也有不同程度的影响<sup>[3]</sup>。经计算分析得知取 $k_1 = 0.25 \sim 0.4$ 比较合理,小中心距时取偏大值,大中心距时取偏小值。

### 2.3 滚锥安置偏距 $c_2$

大量计算表明, $c_2$ 为负值对增大自转角、润滑角,降低相对滑动率是有利的, $c_2$ 的大小对诱导法曲率、相对卷吸速度影响甚微。故该传动的滚锥采取负偏置更有利。但是 $c_2$ 的取值范围是较小的,否则将严重减少轮齿的有效工作范围,一般应取 $c_2 = -0.02A \sim 0.0A$ 为传动中心距。

### 2.4 滚锥安置倾角 $\gamma$

计算表明,增大 $\gamma$ ,可以普遍改善单向运转蜗轮副的啮合性能,但反向运转时,轮副的啮合质量明显降低。对于单向运转的蜗轮副,取 $\gamma = 5^\circ \sim 10^\circ$ 比较合理。对于需正反向运转的蜗轮副, $\gamma$ 取零值为宜。

图3~6和表1给出了一个实例的具体计算结果。基本参数为: $A = 210\text{mm}$ , $i_{21} = 2/31$ , $\beta = 15^\circ$ , $k_1 = 0.2895$ , $c_2 = -3.5\text{mm}$ (负号表示负偏置), $\gamma = 0$ 。

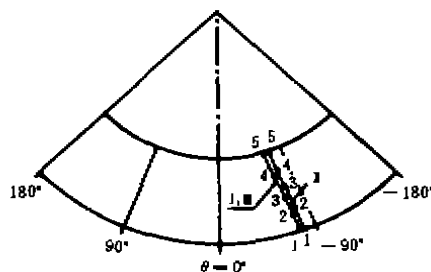


图3 蜗轮齿面上的接触线



图4 蜗杆轴向齿廓

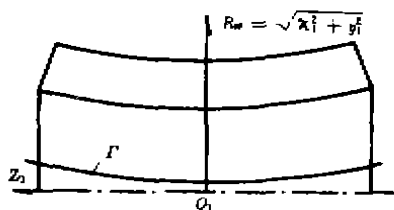


图5 根切曲线 $\Gamma$ 与蜗杆的关系

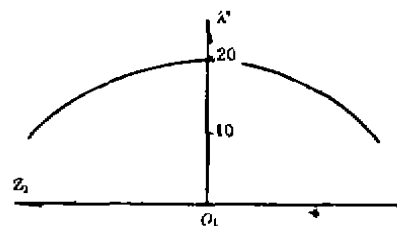


图6 蜗杆计算圆上的螺旋升角

表 1

	1	2	3	4	5	
I	$k^{(11)}$	0.0669	0.0751	0.0856	0.0991	0.1106
	$\mu$	85.931	85.929	85.993	86.164	86.507
	$\mu_{s0}$	89.819	89.957	89.852	89.581	89.193
	$v_{s0}$	56.600	50.927	45.217	39.460	33.640
II	$k^{(12)}$	0.0718	0.0805	0.0915	0.1061	0.1261
	$\mu$	83.865	83.593	83.353	83.192	83.203
	$\mu_{s0}$	89.126	89.193	89.315	89.526	89.886
	$v_{s0}$	45.431	40.445	35.408	30.304	25.108
III	$k^{(12)}$	0.0764	0.0854	0.0968	0.1117	0.1321
	$\mu$	83.319	83.037	82.794	82.644	82.687
	$\mu_{s0}$	88.819	88.883	89.006	89.223	89.604
	$v_{s0}$	42.656	37.961	33.220	28.409	23.509

经计算和分析得到该传动的主要性能特点如下:(1)任一瞬时两齿面的接触点的相对速度均与滚锥的轴线接近垂直,滚锥能够良好自转,啮合齿面间呈相对滚动,效率高。(2)由于滚锥的良好自转,故啮合区域遍布整个滚锥工作表面。(3)润滑角可达 $85^\circ$ 左右,并且各处变化甚微,这对齿面间润滑油膜的形成是十分有利的。(4)该传动的一界线靠近蜗杆轴线,按常规选择设计参数均不会发生根切,齿顶也不会变尖。(5)齿面诱导法曲率不够理想,该传动的齿面诱导法曲率主要取决于滚锥的大小,因此该传动更适用于大中心距的场合。

### 3 该传动的参数优化设计

该传动的主要设计参数是滚锥锥顶半角 $\beta$ ,蜗杆喉径系数 $k_1$ ,滚锥偏置距离 $c_2$ ,滚锥安置倾角 $\gamma$ 。该传动的主要特点是作为蜗轮轮齿的滚锥在啮合过程中能够自转。因此确保滚锥的良好自转是设计的关键。显然,自转角 $\mu_{s0}$ 越接近 $90^\circ$ 越有利于滚锥自转。但 $\mu_{s0}$ 由式(11)计算,一般是 $\beta, k_1, c_2, \gamma$ 的函数。用常规设计方法难以得到最合理的设计方案,故采用优化方法进行参数设计。取目标函数为:

$$F = 0.5\pi - \mu_{s0}(\beta, k_1, c_2, \gamma) \rightarrow \min \quad (12)$$

由于该传动具有无根切,不变尖的特点,因此,在优化设计时一般不再考虑避免根切和齿顶变尖的约束条件。根据该传动的接触线分布及滚锥自转的特点,易知,在优化设计时也不必考虑控制蜗轮齿面接触线分布的约束条件。一般只须考虑下述约束条件即可:

1) 保证润滑角足够大的约束条件:

$$R_1 = [\mu] - \mu(\beta, k_1, c_2, \gamma) \leq 0 \quad (13)$$

$[\mu]$ 一般可取为82左右; $\mu(\beta, k_1, c_2, \gamma)$ 由式(10)计算。

2) 保证蜗杆轴强度和刚度的约束条件:

$$R_2 = 0.5A^{0.895} - \lambda_1 A \leq 0 \quad (14)$$

$A$ 为传动中心距。

由前述可知,变量的合理选择范围如下: $10^\circ \leq \beta \leq 22^\circ$ ;  $0.25 \leq k_1 \leq 0.4$ ;  $-0.02A \leq c_2 \leq 0.02A$ ;  $0^\circ \leq \gamma \leq 10^\circ$ 。利用 BFGS 变尺度法对该传动(中心距  $A = 210\text{mm}$ , 传动比  $i_{21} = 2/31$ ) 进行优化设计, 所得优化结果为:  $\beta = 0.2618\text{rad}$ ;  $k_1 = 0.289536$ ;  $c_2 = -3.5\text{mm}$ (负号表示负偏置);  $\gamma = 0$ 。

利用上述优化结果计算并绘得啮合分析图3~6。图7为实际加工所得的滚锥包络环面蜗轮副, 关于该传动样机的研制及实验研究笔者将另文报告。

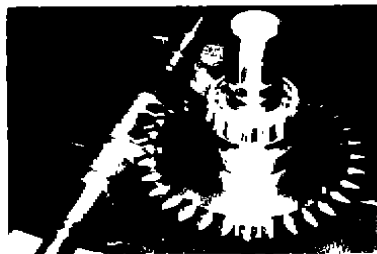


图7 蜗轮副实物照片

## 4 结 论

1) 滚锥包络环面蜗杆传动是一种啮合齿面间呈滚动摩擦的, 具有优良啮合性能的新型传动。

2) 通过参数优化方法, 可以简化该传动的设计过程并使其获得最佳啮合性能。

3) 蜗杆和蜗轮滚锥均可用高强度材料制造, 均可淬火磨削, 表面硬度、精度和光洁度均可以做得很高。而且蜗轮轮齿损坏可以更换, 该传动具有效率高、承载大、寿命长、造价低、制造维修方便的优点。

## 参 考 文 献

- 1 吴大任, 骆家舜. 齿轮啮合理论. 北京, 科学出版社, 1985年
- 2 张光桦, 王朝晋. 活动标架的应用及对 Baxter 诱导法曲率公式的改进. 重庆大学学报, 1983, (2)
- 3 王进戈. 滚锥包络环面蜗杆传动的啮合分析及参数优化. 滚锥包络环面蜗杆传动研究报告. 重庆大学, 1991
- 4 Litivin L. Modern Theory of Gearing and Application, Proc. 2nd World Congress on Gearing, 1986, Paris