

⑭  
85-91

## 部分充满多孔介质的封闭空腔内 自然对流的数值研究

A NUMERICAL STUDY ON NATURAL CONVECTION IN A CLOSED  
CAVITY PARTIALLY FILLED WITH POROUS MEDIUM

操基明      夏吉良      辛明道  
Cao Jiming      Xia Jiliang      Xin Mingdao

TK124

(重庆大学工程热物理所)

**摘要** 采用 Forchheimer Brinkman 扩展模型数值研究了部分充满多孔介质的封闭矩形空腔内的自然对流,系统地考察了加热强度、渗透率、多孔区高度、导热系数比以及高宽比等参数对腔内流动与传热的影响,给出了相应的速度场与温度场,并得到了平均 Nusselt 数随时间的变化规律。

**关键词** 自然对流; 封闭空腔; 多孔介质; 数值研究; 流动与传热

中国图书资料分类法分类号 TK124

**ABSTRACT** The present paper describes numerical analytical results of natural convection in a closed cavity partially filled with porous medium by means of Forchheimer-Brinkman model. The effects of heated rate, permeability, height of porous region, heat conduction coefficients and aspect ratio on flow and heat transfer in the cavity are systematically investigated. Velocity and temperature fields in the cavity are given and dependence of average Nu on time is obtained.

**KEY WORDS** natural convection; closed cavity; porous medium; numerical study; flow and heat transfer

### 0 前 言

封闭空腔内部部分充满多孔介质的自然对流在工程应用中具有重大实际意义,特别是在绝热工程中可以大量节省材料的耗费并提高多孔材料的隔热性能。但是这方面研究十分缺乏。封闭空腔内水平地划分为饱和多孔介质区和流体区的自然对流研究目前仅见一例初步的实验报导<sup>[1]</sup>。本文采用数值方法,基于 Forchheimer-Brinkman 扩展模型系统地探讨了部分充满多孔介质的矩形封闭空腔内非稳态及稳态自然对流,仔细分析了加热强度  $Ra$ , 渗透率  $Da$ 、物性参数  $Pr$ 、多孔区高度  $S_0$ 、导热系数比  $R_t$  以及高宽比  $A$  等参数的影响,给出了相应的速度场和温度场,得到了平均 Nusselt 数随时间的变化规律。

## 1 数学模型与数值求解

分析模型如图1。封闭矩形空腔内水平地划分为下部多孔介质区和上部流体区,多孔介质高度为 $S$ ,交界面是水平的且可渗透;上、下两壁绝热,左侧壁受热处于恒温 $T_h$ ,右侧壁冷却处于恒温 $T_c$ 。初始时刻流体静止且处于均匀温度 $T_c$ 。

分析中假定:固体骨架是均质各向同性的;流体是单相的;除浮力项中流体密度随温度变化外,其它物性恒定,即满足 Boussinesq 假定;流体流动为层流;不考虑辐射传热;问题是二维的。

无量纲的质量、动量和能量方程如下,无量纲参数在符号表中定义。

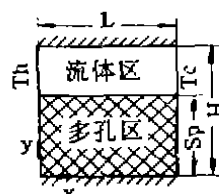


图1 物理模型

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$(1 + \lambda) \left( \frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + Pr \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \lambda (Pr / Da + |v|C / \sqrt{Da})u \quad (2)$$

$$(1 - \lambda) \left( \frac{\partial v}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + RaPr\theta + Pr \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \lambda (Pr / Da + |v|C / \sqrt{Da})v \quad (3)$$

$$[\lambda(\phi - 1) + 1] \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = [\lambda(R_k - 1) + 1] \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

$$\lambda = \begin{cases} 1 & \text{多孔介质区 } (0 < y < S_p) \\ 0 & \text{流体区 } (S_p < y \leq 1) \end{cases} \quad (5)$$

边界条件和初始条件为:

$$\begin{aligned} x=0, & \quad u=v=0, & \quad \theta=1 \\ x=1, & \quad u=v=0, & \quad \theta=0 \\ y=0, & \quad u=v=0, & \quad \partial\theta/\partial y=0 \\ y=A, & \quad u=v=0, & \quad \partial\theta/\partial y=0 \\ \tau=1, & \quad u=v=0, & \quad \theta=0 \end{aligned} \quad (6)$$

传热强度可用冷、热壁的局部 Nusselt 数及平均 Nusselt 数来表示:

$$Nu' = \frac{hL}{k_f} = - [\lambda(R_k - 1) + 1] \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} \text{ 或 } x=1 \quad (7)$$

$$Nu = - \frac{1}{A} \int_0^A [\lambda(R_k - 1) + 1] \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=1} \text{ 或 } x=1 dy \quad (8)$$

从方程(1)~(6)可以看出,部分充满多孔介质的封闭空腔内的传热特性受 $Ra$ 、 $Da$ 、 $Pr$ 、 $A$ 、 $S_p$ 、 $R_k$ 的控制,即 $Nu = f(Ra, Da, Pr, S_p, R_k, A)$ 。

控制方程(1)~(6)的数值求解过程与文献[2]所述方法类同。在每次时间步长中,对速度和压力修正方程进行反复迭代,直到各节点剩余质量源的绝对值之和小于某一小值后,才转入下一次时间步长的迭代求解。对于大多数工况 $26 \times 26$ 的网络已经能满足计算结果与网络数无关的要求。另外,当满足下述条件时,即认为封闭空腔内流动和传热达到稳态:

$$\left| \frac{Nu_n - Nu_c}{Nu_n} \right| < 10^{-3}$$

## 2 计算结果与分析

### 2.1 流场与温度场

计算得到稳态时不同  $Ra$ 、 $Da$ 、 $R_k$ 、 $S_p$  下的流场和温度场, 仅举二例示于图 2 中。

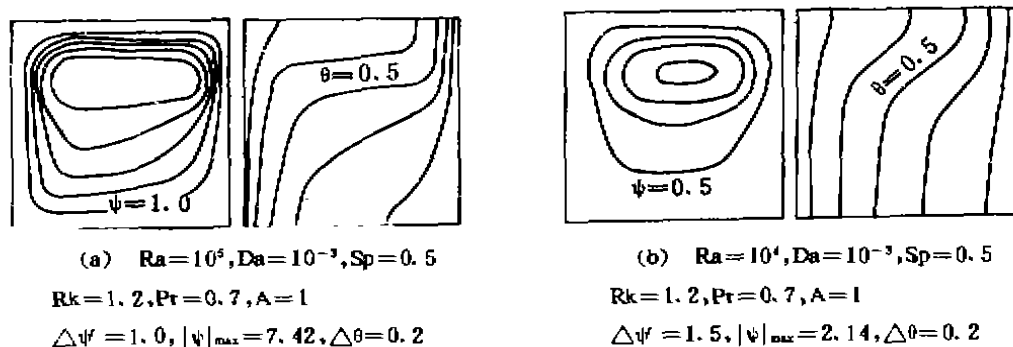


图 2 稳定工况下空腔内的流场与温度场举例

结果表明, 部分充满多孔介质的封闭空腔内自然对流的一个明显特征就是上部流体区的对流比下部多孔介质区旺盛。这也可以从流函数的最大值都出现在流体区这一点上看起来。等温线分布也呈现同一规律: 上部曲线向水平方向倾斜。这表明多孔介质区内传热在很大程度上依赖于固体骨架的导热, 而流体区内传热则主要依靠流体自然对流。这在低  $Ra$  数 ( $Ra=10^4$ ) 或低  $Da$  数 ( $Da=10^{-4}$ ) 下尤为明显。而多孔介质区内的流体对流在高 Rayleigh 数或高  $Da$  数情况下也会变得较为强烈。当  $Ra=10^5$  时, 即使是在多孔介质区对流亦为传热的主要机理;  $Ra=10^4$  时多孔介质区内的对流很微弱。多孔介质的渗透率 ( $Da$ ) 较大时 (如  $Da=10^{-2}$ ), 流体的对流运动在多孔区内也获得了充分的发展, 形成整个封闭空腔内旺盛的流体自然对流;  $Da$  较小时 (如  $Da=10^{-4}$ ), 多孔介质区内的对流相当微弱, 流体的周向运动基本上局限于流体区内。在其他条件一定时, 随着  $R_k$  的增大, 多孔区导热有所增强, 但  $R_k$  的变化对腔内的流动与传热影响不十分明显。随着  $S_p$  的增加, 固体骨架对流体运动的抑制加强, 导热的成分增强, 对流换热减弱。

### 2.2 平均 Nusselt 数随时间的变化

图 3~8 分别示出了热壁平均 Nusselt 数在不同的  $Ra$ 、 $Da$ 、 $S_p$ 、 $R_k$ 、 $Pr$  或  $A$  的情况下随时间的变化。作为封闭空腔内非稳态换热的一个主要特征, 热壁平均  $Nu$  数总是随着时间的增长逐渐减小, 并趋于某一定值 (即稳态值)。随着  $Ra$  的升高,  $Nu_n$  显著增加, 流动和传热达到稳态的时间逐渐缩短, 见图 3。图 4 示出了  $Nu_n$  在不同  $Da$  数下的非稳态值。 $Da$  越大, 对流越强烈,  $Nu_n$  也越大, 而流动和传热达到稳态的时间越短。多孔介质区高度  $S_p$  增大, 流体自然对流受到更强的抑制,  $Nu_n$  减小, 腔内流动和传热达到稳态的时间越长, 参见图 5。从图 6 中可以看出,  $R_k$  的值从 1.0 增加到 2.0 时,  $Nu_n$  只是略有增加, 流动与传热达到稳态的时间略有减小, 但非常接近。Prandtl 代表了流体物性的影响。Pr 升高,  $Nu_n$  增大, 而流动和传热达到稳态的时间缩

短,见图7。图8显示了封闭空腔的高宽比  $A$  的影响。 $Ra$  等参数一定时,如果  $A$  较大(如  $A=10$ ),即封闭空腔的形状高而窄,此时冷、热壁的边界层可能会相互耦合,流体的对流运动更加困难,基本上处于“导热区”或“过渡区”状态,传热能力较小,即  $Nu_h$  较小。另外, $A$  越大,流动和传热达到稳态的时间也越长。

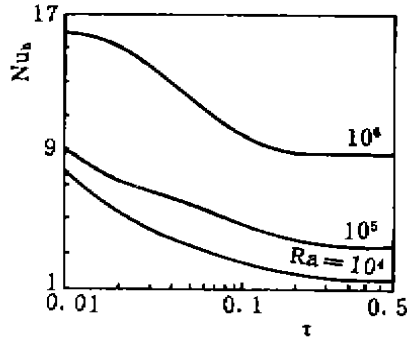


图3 不同  $Ra$  下热壁  $Nu$  随时间的变化

( $Da=10^{-3}$ ,  $S_p=0.5$ ,  $R_k=1.2$ ,  $Pr=0.7$ ,  $A=1$ )

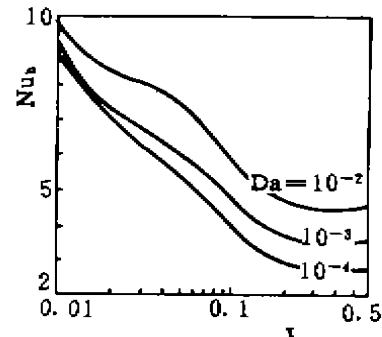


图4 不同  $Da$  下热壁  $Nu$  随时间的变化

( $Ra=10^5$ ,  $S_p=0.5$ ,  $R_k=1.2$ ,  $Pr=0.7$ ,  $A=1$ )

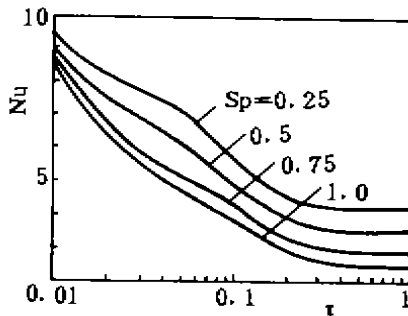


图5 不同  $S_p$  下热壁  $Nu$  随时间的变化

( $Ra=10^5$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $R_k=1.2$ ,  $Pr=0.7$ ,  $A=1$ )

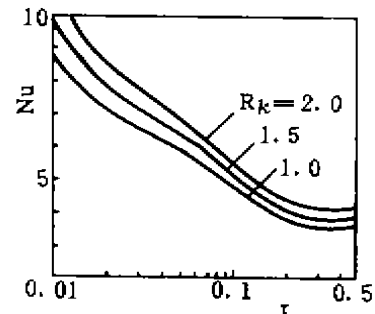


图6 不同  $R_k$  下热壁  $Nu$  随时间的变化

( $Ra=10^5$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $S_p=0.5$ ,  $Pr=0.7$ ,  $A=1$ )

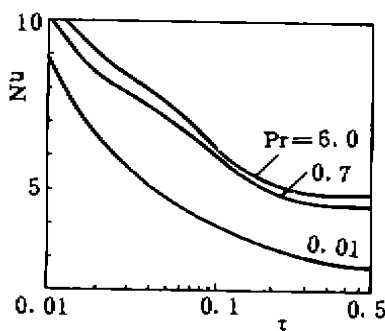


图7 不同  $Pr$  下热壁  $Nu$  随时间的变化

( $Ra=10^5$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $R_k=1.2$ ,  $S_p=0.5$ ,  $A=1$ )

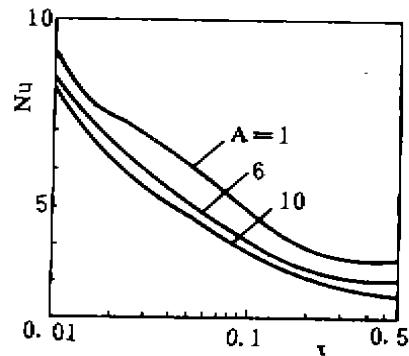


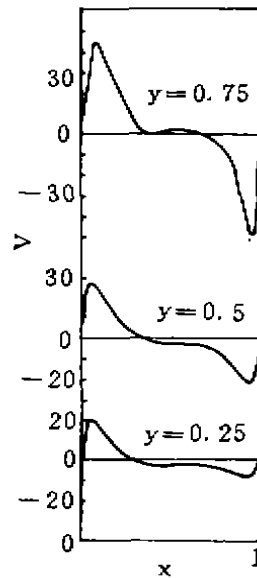
图8 不同  $A$  下热壁  $Nu$  随时间的变化

( $Ra=10^5$ ,  $Da=10^{-3}$ ,  $S_p=0.5$ ,  $R_k=1.2$ ,  $Pr=0.7$ )

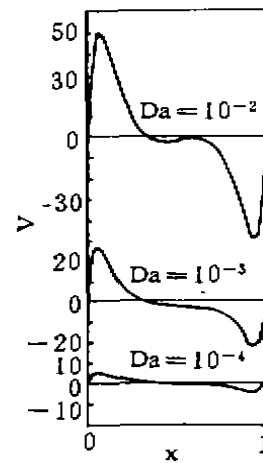
### 2.3 纵向速度 $v$ 的分布

图9示出了纵向速度分量  $v$  沿  $z$  方向的分布。图9(a)是在  $Ra$  等参数一定的情况下,封闭方形空腔内半充满多孔介质时( $S_p=0.5$ ),不同位置的纵向速度分布图。可以看出,流体区

( $y = 0.75$ ) 内无论是热壁附近上升流速度还是冷壁附近下降流速度都比多孔介质区内或交界处的速度大, 其中多孔介质区内的速度最小, 说明流体区内对流最为旺盛, 多孔介质的存在抑制了流体的对流运动。分析一下交界面处( $y = 0.5$ ) 的速度分布是很有意义的。很明显, 热壁附近上升流速度的最大值大于冷壁附近下降流速度的最大值。为了满足质量守恒, 流体从流体区进入多孔区所经过的交界面上的截面积要比流体从多孔区进入流体区所经过的交界面上的截面积大, 说明流体从流体区受冷壁冷却后向下运动进入多孔区时受到固体骨架的阻滞, 相当一部分流体冲击多孔介质表面后改变了方向, 产生了横向运动, 没交界面逐渐渗入多孔介质区。图 9(b) 表示在不同 Darcy 数情况下, 沿交界处纵向速度分布的比较。 $Da$  代表多孔介质的渗透能力。 $Da$  越大, 流体通过多孔材料越容易, 这一点在图 9(b) 中显示得很清楚。 $Da = 10^{-2}$  时, 无论是纵向速度的最大值还是纵向速度沿交界面上的平均值都是最大, 整个封闭空腔内流体对流运动相当强烈。相反,  $Da = 10^{-4}$  时, 纵向速度变得很小, 说明流体对流已很微弱。



(a)  $Ra = 10^5$ ,  $Da = 10^{-3}$ ,  
 $S_p = 0.5$ ,  $R_k = 1.2$ ,  $Pr = 0.7$ ,  $A = 1$



(b)  $Ra = 10^5$ ,  $S_p = 0.5$ ,  $R_k = 1.2$ ,  
 $Pr = 0.7$ ,  $A = 1$ ,  $Y = 0.5$

图 9 纵向速度分布图

#### 2.4 稳态时的传热特性分析

图 10 表示稳态平均 Nusselt 数与  $Ra$  的关系。其它参数一定时,  $Nu$  随  $Ra$  增加而增大。图 11 则表示  $Nu$  也与  $Da$  成正比关系。但是当  $Da > 10^{-3}$  时,  $Nu$  的变化随  $Da$  的增大逐渐减小。这与实际情况相吻合。 $Da \rightarrow \infty$ , 封闭空腔内已成为单一流体的流动和传热。

多孔介质高度  $S_p$  对稳态平均 Nusselt 数的影响示于图 12。 $Nu$  随  $S_p$  的增加而减小。但是在  $S_p$  较小时 ( $S_p < 0.25$ ), 这种趋势并不显著, 原因是流

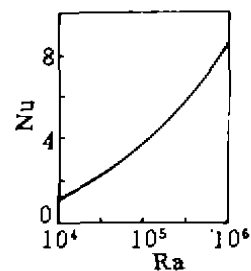


图 10  $Nu$  随  $Ra$  的变化 ( $Da = 10^{-3}$ ,  
 $R_k = 1.2$ ,  $S_p = 0.5$ ,  $Pr = 0.7$ ,  $A = 1$ )

体自然对流在较宽广的流体区空间内能够获得比较充分的发展,并且有效地渗入多孔介质区,形成了整个封闭空腔内比较旺盛的自然对流。随着  $S_p$  增大,不仅多孔介质的 Darcy 阻力作用空间增大,流体自然对流可以顺利发展的流体空间也相应减小,这就造成了传热急剧恶化,  $Nu$  显著减小。稳态平均 Nusselt 数与  $R_k$  的关系示于图 13 中,两者近似成线性关系。 $R_k$  增大会使  $Nu$  稍有增加。封闭空腔几何形状的影响示于图 14 中,  $Nu$  随高宽比  $A$  的增大近似呈线性下降趋势,即大高宽比有利于多孔材料绝热性能的改善。

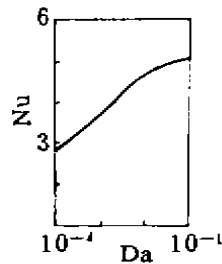


图 11  $Nu$  随  $Da$  的变化 ( $Da=10^5$ ,  $R_k=1.2, S_p=0.5, Pr=0.7, A=1$ )

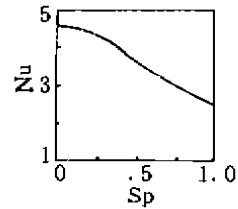


图 12  $Nu$  随  $S_p$  的变化 ( $S_p=10^5$ ,  $Da=10^{-3}, R_k=1.2, Pr=0.7, A=1$ )

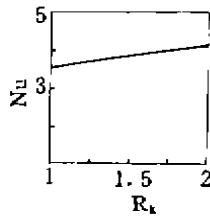


图 13  $Nu$  随  $R_k$  的变化 ( $Ra=10^5$ ,  $Da=10^{-3}, S_p=0.5, Pr=0.7, A=1$ )

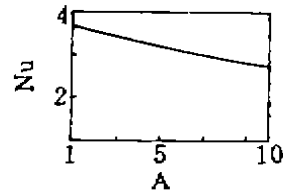


图 14  $Nu$  随  $A$  的变化 ( $Ra=10^5$ ,  $Da=10^{-3}, R_k=1.2, S_p=0.5, Pr=0.7$ )

### 3 结 论

1) 腔内的流动和传热随  $Pa$  或  $Da$  的升高而增强;  $R_k$  或  $Pr$  的增加也会促进腔内的流动和传热;多孔介质的存在在一定程度上抑制了流体的自然对流运动,削弱了封闭空腔的换热能力;高宽比  $A$  的增加也会导致换热能力的下降。

2) 流体区内的自然对流明显比多孔介质区旺盛。较大的流体区空间也会使流体自然对流获得更充分的发展,并使流体有效地渗入多孔介质区内,形成整个封闭空腔内旺盛的自然对流。

3) 低 Darcy 数的多孔介质能够大大地减少流体区与多孔介质区的流体质量交换,从而抑制自然对流的充分发展,改善多孔材料的绝热性能。

4) 腔内流动和传热达到稳态所需时间随  $Ra$ 、 $Da$ 、 $Pr$  和  $R_k$  的减小或  $S_p$  和  $A$  的增大而增大。

#### 符 号 表

$A$  高宽比 ( $= H/L$ )

$C_p$  比热

$C$  惯性系数

$P$  无量纲压力 ( $= (p + \rho g Y)L^2 / \rho \alpha_f^2$ )

$p$  压力

$Pr$  Prandtl 数 ( $= \gamma_f / \alpha_f$ )

$Da$ Darcy 数 ( $= K / L^2$ )	$Ra$ Rayleigh 数 ( $= \beta g (T_h - T_c) L^3 / \gamma_f \alpha_f$ )
$g$ 重力加速度	$R_k$ 导热系数比 ( $= K_{eff} / K_f$ )
$h$ 换热系数	$s_p$ 无量纲多孔区高度 ( $= S_p / L$ )
$k$ 导热系数	$S_p$ 多孔区高度
$K$ 多孔介质渗透率	$t$ 时间
$L$ 封闭空腔宽度	$T$ 温度
$Nu'$ 局部 Nusselt 数	$u$ 无量纲横向速度 ( $U/L / \alpha_f$ )
$Nu$ 平均 Nusselt 数	
$U$ 横向速度	$\psi'$ 流函数
$v$ 无量纲纵向速度 ( $= VL / \alpha_f$ )	$\Phi$ 比热比 $\{[(\rho C_p)_f + (1 - \epsilon)(\rho C_p)_s] / (\rho C_p)_f\}$
$V$ 纵向速度	$\epsilon$ 多孔介质孔隙率
$x$ 无量纲水平坐标 ( $= X / L$ )	$\tau$ 无量纲时间 ( $= \alpha_f t / L^2$ )
$X$ 水平坐标	$\lambda$ 二元参数
$y$ 无量纲竖直坐标 ( $= Y / L$ )	下标
$Y$ 竖直坐标	$c$ 冷壁
$\alpha_f$ 热扩散系数 ( $= K_f / \rho C_p f$ )	$eff$ 有效值
$\beta$ 热膨胀系数	$f$ 流体
$\theta$ 无量纲温度 ( $= (T - T_c) / (T_h - T_c)$ )	$h$ 热壁
$\mu$ 运动粘度	$P$ 多孔介质
$\rho$ 流体密度	$s$ 固体骨架

## 参 考 文 献

- 1 T. Nishimura, Y. Kawamura, T. Takumi and H. Ozoe, Heat Transfer-Japanese Research, 1986, 15, 62~76
- 2 S. V. 帕坦卡著, 张政译. 传热与流体流动的数值计算, 北京: 科学出版社, 1984