

⑩
58-63

圆柱齿轮热弹变形数值分析

Numerical Analysis of Thermo—Elastic Deformation for Cyindrical Gears

TH132.41

李润方 丁玉成 黎豫生 汤庆平

Lu Runfang Ding Yusheng Li Yusheng Tang Qingping

(重庆大学机械传动国家重点实验室)

摘要 本文既给出了一种一般的啮合轮齿热弹性变形分析数值方法,又给出了啮合轮齿耦合热弹变形分析数值方法,对机床齿轮及轧机齿轮的分析实例表明这种方法是有效而可靠的。

关键词 齿轮; 变形; 数值

圆柱齿轮, 热弹性变形

中国图书资料分类法分类号 TH132.41

ABSTRACT In this paper, both non-coupled numerical method of thermo-elastic deformation and coupled procedure for meshing gear are presented. The illustrative examples of gears applied in machine-tools and rolling mills show that this procedure is valid and efficient.

KEY WORDS gear; deformation; numerical method

0 概 述

齿轮传动工作状态极为复杂。高速、重载、精密齿轮传动已列为机械行业重点攻关项目。齿轮副在啮合过程中由于齿轮受载产生弹性变形,又由于齿面摩擦热输入产生热变形,这种热弹变形所引起的齿轮啮入、啮出冲击是齿轮副产生冲击、振动和噪声的主要因素之一。因此,关于齿轮轮齿热弹变形及其综合刚度随啮合位置变化规律的分析是研究齿轮修形、确定齿轮传动动态特性、设计低噪声齿轮传动的重要基础工作。

和传统的解析方法相较,采用数值方法分析轮齿热弹变形,可以处理复杂的边界条件及多种实际工况,能够求得更加接近实际情况的温度场和位移场,从而详细地描述其热弹变形及综合刚度,为工程应用提供大量的重要数据。和实验方法相较,数值方法可以大幅度地降低费用还可以求得不少无法实测的数据,当然数值方法所得结果应该用实验方法进行必要的验证,并用已有解析解的考题进行考核。为此,我们把轮齿啮合接触分析、弹性接触有限元分析、温度场数值解及耦合热弹性接触有限元分析结合起来,对圆柱齿轮进行数值分析,并在一些场合将其结果和解析方法及实验方法相比较,三者吻合良好。

* 收文日期 1992-0701

1 轮齿弹性变形分析

通常所采用的轮齿弹性变形解析法可以归纳为三大类即材料力学方法、弹性力学方法和数学弹性力学方法。引入各类齿轮标准的是经典的材料力学计算方法,其弯曲变形是基于1893年 Lewis 提出的悬臂梁理论,接触变形是基于1881年 Hertz 提出的两圆柱体接触问题的著名公式。这类模型相当粗糙,光弹试验早已证明把轮齿简化为悬臂梁是不恰当的。1950年 Jaramillo 发表了关于无限长悬臂板在集中载荷作用下变形和弯矩的解析解,引起了齿轮界的重视,但仍无法确切地描述轮齿复杂的几何形状、受力状况及边界条件。近年来日本寺田喜男提出数学弹性力学方法,利用保角映射把轮齿的曲线边界变换为半平面直线边界,再应用集中力作用在半平面边界上的位移解求出平面位移场,从而确定轮齿变形,这类方法虽然在形状的描述上更加接近实际,但在载荷工况及边界条件的处理上仍和实际情况有较大差别。即使是采用一般有限元法,虽然可以处理载荷、形状、边界条件比较复杂的问题,但仍无法解决齿间载荷分配及齿面压力分布等问题。

我们所作的啮合轮齿弹性接触有限元分析可以求解这类复杂的非赫芝型接触问题的齿间载荷分配、齿面压力分布以及位移场、应力场等。

在弹性接触有限元混合法中,首先要通过接触迭代求出接触力,然后再将其代回整体平衡方程,用一般有限元法求解位移和应力。

求接触力时的凝缩方程为:

$$\begin{bmatrix} F & F_c \\ Q & O \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R \\ u_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\Delta P - \epsilon_0 \\ P_c \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中 F —关于接触力的柔度矩阵

F_c —位移变换矩阵

R —接触力向量

u_c —附加约束位移向量

Q —接触力变换矩阵

ϵ_0 —初始间隙向量

ΔP —由外载引起的相对间距向量

P_c —外载合力向量

2 轮齿温度场和热变形分析

工程上把轮齿的工作温度分为体积温度和闪现温度。闪现温度仅作用在轮齿极薄表层(以微米计)。对此各国已进行过大量的研究,而轮齿的体积温度及热变形的计算则进展较慢。理论分析公式误差很大。直到1981年才开始出现比较符合实际的数值方法。

我们首先采用三维温度场的半解析法求解轮齿温度场。

假定轮齿体积温度沿齿长方向呈抛物线变化,即轮齿体积温度可以表示为:

$$T(x, y, z) = T_0 + t(x, y)(1 - vz^2) \quad (2)$$

其中待定系数 c 可以根据边界条件求出

$$c = \frac{4\alpha_s}{4\lambda B + \alpha_s B^2} \quad (3)$$

式中 T_s —环境温度
 $t(x, y)$ —轮齿平面温度场
 B —齿宽
 α_s —端面对流换热系数
 λ —材料导热系数

边界条件为:啮合齿面为具有表面热源的第三类边界条件;轮齿的分齿截面具有重复性边界条件。

由此可以推得有限元列式。

单元热平衡方程为

$$K_i^* r = P_i^* \quad (4)$$

式中 $K_i^* = (k_{ij})_{n \times n}$

$$k_{ij} = \iint_{\sigma} \lambda B \left[\left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) C_1 + N_i N_j C_2 \right] dx dy + \int_{\Gamma} B \alpha_s N_i C_3 ds$$

$$P_i^* = (P_i)_{n \times 1}$$

$$P_i = \int_{\Gamma} B q C_3 N_i ds$$

N_i, N_j —形函数

q —齿面热流量向量

$$C_1 = 1 + \frac{1}{80} c^2 B^3$$

$$C_2 = \frac{1}{3} c^2 B^3$$

$$C_3 = 1 - \frac{1}{12} c^2 B^3$$

3 轮齿耦合热弹变形分析

在上述计算中,为了简化,只是把机械变形和热变形直接叠加以确定热弹变形。但实际上两者是相互耦合的,即受热的接触物体之间的接触状态随温度分布和变形状态改变,而另一方面,对于接触表面有摩擦热输入的轮齿接触问题,温度场本身又要受接触状态的影响,所以啮合轮齿的温度场、位移场和应力场是相互耦合的。

对于两个相互接触受热弹性体,我们有如下的热平衡方程:

$$K_{i1} T_i = P_{i1} + Q_i \quad (5)$$

式中 K_{i1} —弹性体 i 的温度刚度矩阵

T_i —弹性体 i 的节点温度向量

P_{i1} —弹性体 i 的广义节点热流量向量

Q_i —弹性体 i 接触节点上未知的广义节点热流量向量

而 Q_i 可以通过下述接触传热状态下接触点对温度差方程求得:

$$\Delta T = F_i Q + S_0 \quad (6)$$

式中 F_c —温度“柔度”矩阵

S_Q —由热流量向量引起的温差向量

代入不同接触状态下的定解条件即可求得 Q , 代回式(5)求 T 。把接触传热方程(5)、(6)和弹性接触方程(1)耦合求解即可得到相应的温度场、位移场, 从而确定轮齿的热弹变形。

4 计算实例

(1) 车床齿轮 以 MAZAK 精密数控车床中的齿轮副为例。

其参数如表1所示:

表 1

齿轮副	Z_1	Z_2	m_1/m_2	$n_1/r.p.m$	$P/N \cdot mm^{-1}$	α
No. 1	43	47	2.5	4000~9500	30~110	20°
No. 2	44	88	3.5	3000~9000	60~180	20°

采用三维半解析法计算温度场, 用二维弹性接触有限元混合法求解位移场, 然后把热变形和弹性变形叠加。

齿轮副1的轮齿变形和综合刚度随啮合位置变化的曲线示于图1。这一曲线是确定理想修形曲线的基础。其中 δ_1 为主动齿轮变形、 δ_2 为被动齿轮变形, K 为轮齿综合刚度。在 $\delta_1-\delta_2$ 曲线中, 实线为有限元法计算结果, 虚线和点划线分别为修正的材料力学公式和数学弹性力学公式计算结果。

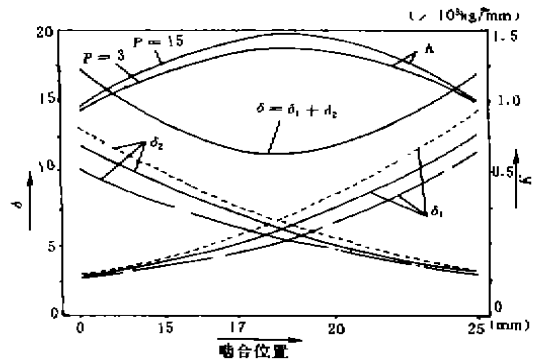


图 1

齿轮副2在修形前后齿面总温度的变化情况示于图2。由图可见, 总温度在修形后明显下降。当转速为4000 rpm 及9000 rpm 时分别下降41℃及78℃。同时修形亦使齿面总温度最高点移向分度圆附近, 这对防止胶合也是有利的。因为通常胶合多发生在主动轮的齿根部位。

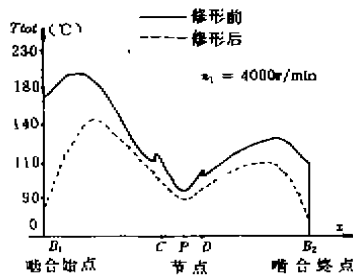


图 2

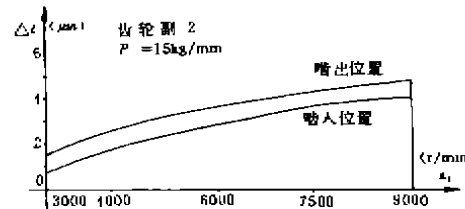


图 3

热变形后由于主被动齿轮的温度差增大,引起基节差增大。齿轮副2在 $P = 147\text{N/mm}$ 时的基节差 Δl 示于图3。 Δl 为正表示主动齿轮的实际基节大于被动齿轮的实际基节。

对于同样的齿轮副采用耦合热弹性接触有限元方法,可以求得更为精确的结果。图4为被动齿轮温度场耦合解和非耦合解的对比。显然,耦合计算方法的计算结果偏低。这是因为考虑耦合效应后接触区域变宽,接触压力峰值降低,摩擦生成热减小。

图5为考虑耦合效应后轮齿变形和综合刚度随啮合位置变化的曲线。由图可见,这时比非耦合解的曲线更为平坦。

(2) 大型轧机减速器齿轮
齿轮参数见表2。

表 2

z_1	z_2	m/mm	h_a^*	a	b/mm	n_1/rpm	N
31	118	20	0.8	20	2×360	428	4600

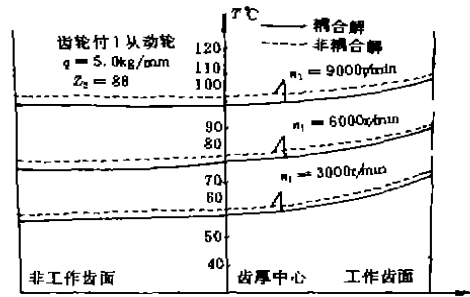


图 4

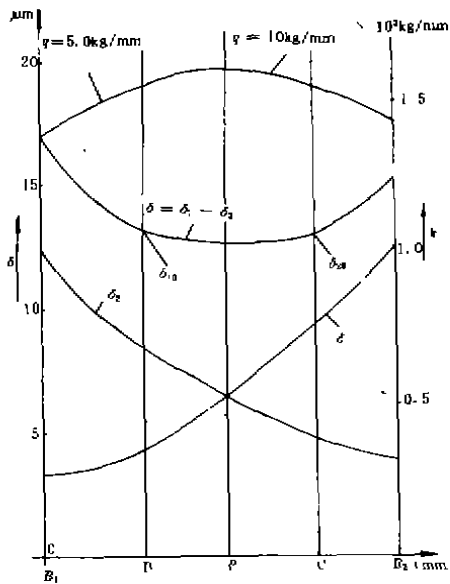


图 5

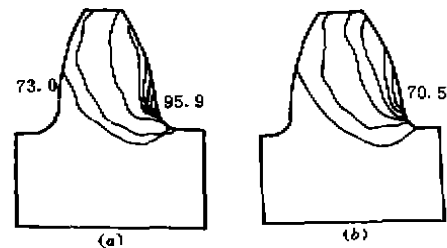


图 6

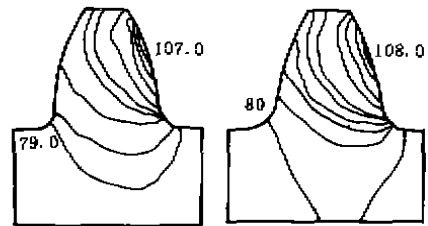


图 7

先不作耦合分析,齿面设为均匀摩擦热输入。图6(a)、(b)分别为主被动齿轮的温度场

($n = 5000 \text{ rpm}$, 摩擦系数 $f = 0.05$, 油温 $T = 50^\circ\text{C}$)。图7为相应的耦合后的轮齿温度场($n = 9000 \text{ rpm}$, $f = 0.05$, $T = 50^\circ\text{C}$)这时在靠近齿根部位即单齿啮合极限点处为最高温度区,这是因为这里相对滑动速度和接触压力的乘积最大,从而在齿廓上形成两个局部的最高温度点。齿轮齿廓的法向变形曲线示于图8。由图可以看出,由于考虑耦合后摩擦热输入的不均匀性,轮齿接触区域加宽,峰值接触应力下降,齿面变成中凹曲面。同时由于热变形的补偿作用,使整个齿面变形减小。

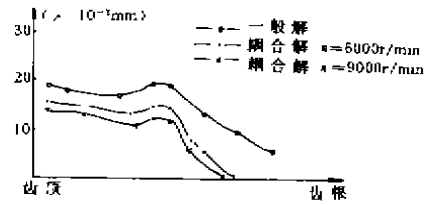


图8

参 考 文 献

- 1 ISO/TC60/WG6(Swithland-16)242E, The Calculation of Load Capacity of High Speed Gears, 1982
- 2 Patir N, Cheng H S. Prediction of the Bulking Temperature in Spur Gears Based on the Finite Element Temperature Analysis. ASME Trans, 1979, 22(1): 25~36
- 3 R F Li, M H le, Y S Li. Finite Element Analysis of Meshing Gears as a Coupled Thermo-elastic Contact Problem. Proc. of INTER GEAR 88, 1988: 823~828
- 4 陈万吉. 弹性接触问题有限元分析的一个新方法. 机械工程学报, 1981(4)