1993年1月 第16卷第1期
重庆大学学报 JOURNAL OF CHONGQING UNIVERSITY
Vol. 16, №. 1 Jan. 1993

⑬ 72-77

大型转子系统参数敏感性分析方法与应用*

A Method of Analyzing the Parameter Sensitivity of Large Rotor Systems and Its Application

TK263.61

黄文振 Huang Wenzhen
（重庆大学机械传动国家重点实验室）
黄步玉 Huang Buyu　董勋 Dong Xun
（上海交通大学机械系）

摘　要　本文将模态综合技术与非自耦(non-self-adjoint)系统特征值参数敏感性分析方法相结合，建立了大型机组转子—轴承系统的参数敏感性分析方法。作为应用，针对国产大型机组轴系稳定性依赖于各轴承油膜动特性参数变化的敏感性进行了分析。

关键词　汽轮发电机组；汽轮机油膜振荡；模态综合方法；振动分析方法

中国图书资料分类法分类号　TH113.25；TK263.61　转子系统，参数敏感性

ABSTRACT　Based upon the eigenvalue sensitivity theory of non-self-adjoit system and the component mode synthesis method, a new technique is develoded to analyze the eigenvalue sensitivity to variation of parameters of large rotor-bearing system. As an application, the influence of the journal bearing parameters on the stability of a large domestic turbine-generator set is analyzed and discussed.

KEY WORDS　steam turbo-generator sets; steam turbine oil whip vibration; modal synthesis method; vibration analysis method

0　引　言

近年来，国产大型汽轮发电机组转子—轴承系统的振动与稳定性事故时有发生，已引起学术界与工程界的普遍关注。转子系统振动的固有特性与系统参数密切相关，这些参数包括各部分结构与部件的几何或物理参数，从近年来国产大型机组油膜失稳所占比重来看，对振动稳定性影响最大的参数首推油膜轴承的动特性系数。

掌握参数与系统特性之间的关系显然有着重要的实用价值。通过调节某些敏感参数可改善系统动态特性，实现动力优化，而且，还可根据敏感参数可能发生的变化来预测系统特性变化，由此还可进一步分析某些故障的发生根源与部位。近十几年来，参数敏感性分析方法在一般弹性工程结构动力优化领域中得到了迅速发展和应用[4]。

这一方法在旋转机械动力学领域中的应用是近十年来的新发展。Lund[1]提出了计算临界转速敏感性的方法；Fritzen 和 Nordmann[2]建立了一般振动系统特征值敏感性分析方法；

* 收文日期　1992-07-10

M. Rajan 等人[3]则在转子系统有限元模型基础上建立了敏感性分析方法。

特征值分析是进行系统动态特性的参数敏感性分析的必要条件。由于大型转子系统中的油膜轴承、流体密封、气隙等类元件的线性化动特性参数存在非对称交叉耦合项，计算中则要涉及实一般矩阵特征值问题。若用有限元模型分析大型机组转子系统参数敏感性，采用目前已有的方法都将因高阶实一般阵特征值求解困难而无法实施，这些方法主要是针对较为简单的转子模型的。

本文采用模态综合技术和一般振动系统（如含非对称正定刚度、阻尼矩阵的非自耦振动系统）特征值参数灵敏度分析技术，建立了适合大型复杂转子系统动态参数敏感性分析方法，结合国产机组情况分析了系统稳定性与各油膜轴承参数间的关系。

1　一般振动系统特征解的参数敏感性

大型转子—油膜轴承—基础系统的有限元动力学模型经模态综合法进行自由度缩减后可导出如下的广义特征值问题。

$$A\Phi = \lambda B\Phi, A^T l = \lambda B^T l \tag{1}$$

由于存在油膜轴承、汽体密封、气隙等类产生流体动压或气弹性作用的部件，其动特性往往用线性化处理，矩阵 A、B 为非对称实一般阵，且为系统参数的函数阵。设系统第 r 阶特征值和右与左特征矢量分别为 λ_r、Φ_r 与 l_r 则有双正交关系如下

$$\begin{cases}(l_r, A\Phi_r) = \alpha_r \\ (l_r, B\Phi_r) = \beta_r\end{cases} \tag{2}$$

$$\lambda_r = \lambda_r \,/\, \beta_r$$

$$(\alpha_r \neq 0, \beta_r \neq 0)$$

$$\begin{cases}(l_s, A\Phi_r) = 0 \\ (l_s, B\Phi_r) = 0\end{cases} \quad s \neq r \tag{3}$$

由(2)、(3)，特征解 $\lambda_r, l_r, \Phi_r (r = 1, 2, \cdots, 2n, n)$ 为系统阶数）也是系统参数的函数，记这些参数为 $t_k (k = 1, 2, \cdots, m)$。特征解相对于参数的敏感性记为

$$\begin{cases}\lambda_{r,k} = \partial\lambda_r \,/\, \partial t_k \\ \Phi_{r,k} = \partial\Phi_r \,/\, \partial t_k \\ l_{r,k} = \partial l_r \,/\, \partial t_k\end{cases}$$

$\lambda_{r,k}, \Phi_{r,k}, l_{r,k}$ 分别为第 r 阶特征值与特征矢量对参数 t_k 的敏感性系数和敏感性系数矢量。记

$$A_{,k} = \partial A \,/\, \partial t_k, \qquad B_{,k} = \partial B \,/\, \partial t_k$$

将(2－1)第一式对 t_k 求导有

$$A_{,k} \cdot \Phi_r + A \cdot \Phi_{r,k} = \lambda_{r,k} \cdot B \cdot \Phi_r + \lambda_r \cdot B_{,k} \cdot \Phi_r + \lambda_r \cdot B \cdot \Phi_{r,k} \tag{4}$$

设系统有完备的特征矢量，则有

$$\begin{cases}l_{r,k} = \sum_{s=1}^{2n} a_{sk}^r \cdot l_s \\ \Phi_{r,k} = \sum_{s=1}^{2n} b_{sk}^r \Phi_s\end{cases} \tag{5}$$

由(4)及(5)的第二式及双正交关系有

$$\lambda_{r,k}=\frac{l_r^T(A_{,k}-\lambda_r B_{,k})\Phi_r}{l_r^T B\Phi_r} \tag{6}$$

由(5)及双正交关系并对 $l_i^T(A-\lambda_r B)\Phi_r=0(i\neq r)$ 求导可以确定(5)式中系数

$$b_{ik}^r=\frac{l_i^T(A_{,k}-\lambda_r B_{,k})\Phi_r}{\beta_i(\lambda_r-\lambda_i)} \tag{7}$$

$$a_{ik}^r=\frac{l_r^T(A_{,k}-\lambda_r B_{,k})\Phi_i}{\beta_i(\lambda_r-\lambda_i)} \tag{8}$$

由(5)并令 Φ_r,l_r 某非零元为1,可得 $i=1$ 时系数

$$b_{rk}^r=-\sum_{\substack{i\neq r\\ i=1}}^{2n}b_{ik}^r\Phi_{ij},\ a_{rk}^r=-\sum_{\substack{i\neq r\\ i=1}}^{2n}a_{ik}^r l_{ij} \tag{9}$$

其中 Φ_{ij},l_{ij} 分别为 Φ_i,l_i 特征矢量中的第 j 个元素。系统特征值一般为复数,故有

$$\lambda_{r,k}=\sigma_{r,k}+j\omega_{r,k} \tag{10}$$

其中 $\sigma_{r,k}$ 代表第 r 阶固有振动阻尼与参数 t_k 的关系,也反映系统稳定性对参数变化的敏感程度;$\omega_{r,k}$ 则反映固有频率与参数间的关系。

2 大型转子系统参数敏感性分析方法

对大型转子—轴承系统而言,直接用有限元模型的动力学方程进行敏感性分析将涉及几百乃致上千阶实一般阵特征值问题。一方面从应用角度看特征值敏感性分析仅需最低几阶的特征解,而目前采用的实一般阵特征值问题求解方式都是算出全部特征解,另一方面目前计算机及算法的水平还难以有效处理这样高阶的实一般矩阵特征值问题。

应用模态综合技术,将系统分成转子与基础的弹性子结构和诸如油膜轴承、密封等这类产生流体动力耦合作用的特殊柔性联结子结构,后者对系统振动和稳定性的影响作用往往也最大。

由于对称正定阵的特征值分析已有相当成熟与高效的方法和程序,对转子和基础弹性子结构而言,即便阶数较高进行敏感性分析也是可行的。

因此,可以对弹性子结构和柔性联结子结构分别在子结构层次和缩聚系统层次上进行参数的敏感性分析。

对弹性子结构,在不计阻尼及特征矢量对质量阵归一条件下有

$$\lambda_{r,k}=\Phi_r^T(K_{,k}-\lambda_r M_{,k})\Phi_r$$

$$\Phi_{r,k}=\sum_{i=1}^{n}b_{ik}^r\Phi_i$$

$$b_{ik}^r=\begin{cases}\dfrac{1}{\lambda_r-\lambda_i}\Phi_i^T(K_{,k}-\lambda_r M_{,k})\Phi_r & (i\neq r)\\[2ex] -\dfrac{1}{2}\Phi_r^T M_{,k}\Phi_r & (i=r)\end{cases}$$

其中 K、M 为子结构总刚阵与总质量阵、矩阵元为各单元参数的显函数。

如上所述,柔性联结子结构对系统动特性影响极大,油膜失稳,汽激低频失稳等都与之相关,其敏感性分析有特殊的重要性。用模态综合技术将系统缩聚后的方程为

$$[\overline{M}]\ddot{P} + [\overline{C}]\dot{P} + [\overline{K}]P = 0 \tag{11}$$

其中
$$[\overline{M}] = [\Phi]^T[M][\Phi]$$
$$[\overline{C}] = [\Phi]^T[C][\Phi] + [C_B]$$
$$[\overline{K}] = [\Phi]^T[K][\Phi] + [K_B]$$

（$[M]$、$[C]$、$[K]$ 分别为各子结构拼装的整个系统的质量、阻尼、刚度阵，$[\Phi]$ 为模态变换阵）

$$[C_B] = \left[\begin{array}{c:c} 0 & 0 \\ \hdashline 0 & D \end{array}\right] \qquad [K_B] = \left[\begin{array}{c:c} 0 & 0 \\ \hdashline 0 & E \end{array}\right]$$

$$[D] = \begin{bmatrix} C^* & -C^* \\ -C^* & C^* \end{bmatrix} \qquad [E] = \begin{bmatrix} k^* & -k^* \\ -k^* & k^* \end{bmatrix}$$

$$C^* = \begin{bmatrix} [C]_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & [C]_2 \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & [C]_L \end{bmatrix} \qquad k^* = \begin{bmatrix} [K]_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & [K]_2 \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & [K]_L \end{bmatrix}$$

$[K]_i$、$[C]_i$ 为第 i 个轴承（或一般地应为某个柔性联结子结构元件）的线性化刚度、阻尼阵。由(11)并记

$$A = \begin{bmatrix} -[\overline{K}] & 0 \\ 0 & [\overline{M}] \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} [\overline{C}] & [\overline{M}] \\ [\overline{M}] & 0 \end{bmatrix}$$

可将广义特征值问题表达式(1)。设参数 t_k 为第 r 轴承油膜刚度系数 k_{12}，则

$$A_{,k} = \begin{bmatrix} -[\overline{K}]_{,k} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad B_{,k} = [0]$$

$$[\overline{K}]_{,k} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & k^*_{,k} & -k^*_{,k} \\ 0 & -k^*_{,k} & k^*_{,k} \end{bmatrix}$$

$$k^*_{,k} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & & \cdots & & 0 \\ & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_2 \ddots & & & \\ \vdots & & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_r \ddots & & \vdots \\ 0 & & \cdots & & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_L \end{bmatrix}$$

显然，$A_{,k}$，$B_{,k}$ 为高度稀疏矩阵。在解得特征值及特征矢量后由(6)便可方便地进行特征值参数敏感性分析。

3　特征值问题求解

特征值与左、右特征矢量是一般振动系统敏感性分析中必不可少的。本文改进了组合 QZ 方法，使之能直接同步地求解(1)，一次解出全部特征值和特征矢量，求解效率较常用的 QR 方法提高近一倍。

这一方法是通过一系列矩阵变换将(1)中 A、B 阵约化和迭代，使之转化为等价的拟上三角和上三角阵，即

$$\begin{cases}(QAZ)Y = \lambda(QBZ)Y \\ X^T(QAZ) = \lambda X^T(QBZ)\end{cases} \tag{12}$$

原问题特征矢量等价于

$$\Phi_r = ZY_r, l_r = Q^T X_r$$

其中 Y_r、X_r 为(12)的右、左特征矢量。特征值求得后，左、右特征矢量可利用拟三角阵特性递推求解拟三角复系数线性方程组方便地求得

$$\begin{cases}(\overline{A} - \lambda_r \overline{B})Y = 0 \\ (\overline{A} - \lambda_r \overline{B})^T X = 0\end{cases} (\overline{A} = QAZ, \overline{B} = QBZ)$$

4 应用实例

本文方法可对任意阶固有振动特性(稳定性、固有频率、振型)做参数敏感性分析。针对国产机组失稳情况，本文计算了国产200MW 机组轴系最低两阶即电机一阶和中压一阶的稳定性相对各轴承参数变化的敏感程度。为便于比较，取下式为各轴承的敏感性指标，以衡量第 k 号轴承动特性对第 r 阶振动稳定性的影响作用

$$|S_k|_r = \alpha \cdot \sum_{j=1}^{8} |\partial\sigma_r / \partial t_{jk}|$$

其中 α 为常数，σ_r 为第 r 阶特征值实部，$t_{jk}(j = 1,2,\cdots,8)$ 为轴承动特性系数。分析结果如下图所示。结果表明，6#、7# 轴承对发电机一阶振动阻尼即其稳定性影响最大，3# 轴承则对中压一阶影响最大。当轴承特性变化时这些敏感轴承将决定系统是否失稳。

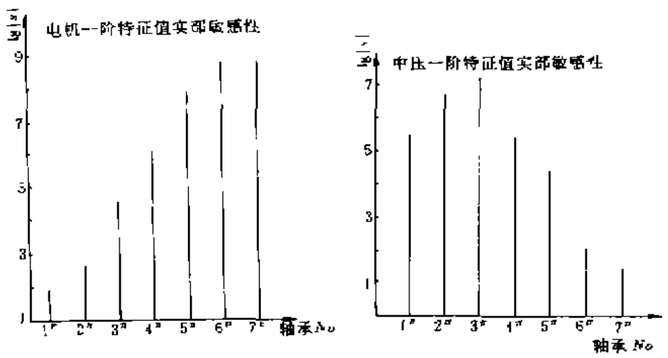

图　电机一阶与中压一阶特征值实部相对轴承动特性系数的敏感性

对于简单的单盘转子，油膜轴承载荷越低系统稳定性越差。对于多跨转子，在刚性联接情况下，形成弹性支承多跨静不定梁，各支点即轴承承载彼此相关且依赖于其相对轴颈中心位置，轴承中心位置取决于安装状态与运行后的"走动"。在相距较近的相邻轴承间的位置改变将引起这些轴承承载的彼此消长。若敏感轴承承载因此而下降，于稳定性是不利的，尽管同时会有其他非敏感轴承承载增加。这是由于系统稳定性取决于最低阶振动的稳定性，而后者受敏感轴承影响作用较其他轴承有图1所示的数量级上的差别。

以200MW 机组低压、电机转子为例，两转子间的5#、6#轴承承载由其中心高位置变化引起的变化是此消彼长的[7]，即5#承载增加，则6#承载下降，此时系统稳定性将变差，反之

6#增载，5#卸载，则有利于稳定性提高。

5 结束语

目前，转子系统的参数敏感性分析方法主要是针对较为简单的模型[1-3][5]，针对大型机组转子系统的方法尚在发展之中。

采用模态综合技术可将500多自由度的转子模型和300多个自由度的基础模型(考虑轴承特性后实一般阵特征值问题阶数接近2000)压缩成100阶以下的特征值问题。因此，采用文中方法对大型转子系统进行参数敏感性分析不失为一种实际可行的方法。

参 考 文 献

1 Lund J W. Sensitivity of Critical speeds of a rotor to changes in the design. J. of Mech. Des. ,1980,102:115～121

2 Fritzen C P, Nordmann R. Sensitivity of rotors to parameter modifications. Energ. elet. ,1982(10):103～110

3 Rajan M, Nelson H D, Chen W J. Parameter sensitivity in the dynamics of rotor-bearing-systems. Trans. of ASME, 85-Det-35

4 Arora J S. Survey of structural reanalysis techniques. ASCE Journal of the structural division, 1976,(4):783～788

5 何衍宗. 转子—轴承系统参数的修正. 振动与冲击, 1984,(4)

6 黄文振，黄步玉，董勋，龚汉声，何毅. 汽轮发电机组转子—轴承系统动力稳定性分析. 上海交通大学学报, 1990,24(3):53～61

7 黄文振. 国产200MW机组轴承负荷分析. 重庆大学学报, 1993,16(1)