

⑥
30-36

一类非线性系统的自适应广义预测控制

A Kind of Adaptive Generalized Predictive
Control for a Nonlinear System

邓仁明
Deng Rengming

王立
Wang Li

(重庆大学电子信息工程学院)

TP13

摘要 利用 Hammerstein 模型描述一类非线性系统,提出了一类适用于非线性系统的自适应广义预测控制算法(NAGPC),该算法将整个控制系统分解成线性和非线性两部份考虑;在线性部分中,根据广义预测控制(GPC)算法中控制增益阵 F 的特点导出了一种速度较快,计算量不大的 GPC 改进算法。非线性部份利用插值原理给出了一种便于计算机实时计算的根值解法,并将其解作为整个系统的控制输入。仿真结果表明,NAGPC 算法计算速度快,鲁棒性较强,稳定性较好。

关键词 广义预测控制;非线性系统;自适应控制

中国图书资料分类法分类号 TP 13

NAGPC

ABSTRACT This paper, using Hammerstein model to express a kind of nonlinear system, presents a new kind of Adaptive Generalized Predictive control for Nonlinear systems(NAGPC). This method divides the whole system into two parts; linear subsystem and nonlinear one. In the first part, a new algorithm, whose computation quantity is less and speed is faster, is developed according to the characteristics of gain controlling Matrix F in the Generalized Predictive Control (GPC). Meanwhile, the interpolation method is used to develop one step root solving procedure and the result can be used as the whole system input in the second part. Simulation studies show that the general algorithm NAGPC is strong in robustness, good in stability and fast in computation.

KEY WORDS generalized predictive control; nonlinear system; adaptive control

0 引 言

实际的工业生产过程往往是一个复杂的动态过程,具有不同程度的非线性。由于对非线性系统的研究特别困难,因此,非线性系统的控制问题一直是控制工程界深为关注的问题。

1985年,Clark 等人^[1]在 CARIMA 模型的基础上提出了广义预测控制(GPC)算法,该算法克服了众多自适应算法的缺点,对非最小相位系统、开环不稳定系统、可变时滞系统等具有较强的鲁棒性,是一种通用性较强的算法。该算法一经提出,立即引起了国际控制界的普

* 收文日期 1992-01-10

遍关注。

但是,基于线性 CARIMA 模型的 GPC 算法对非线性系统不具备鲁棒性,且控制效果不好(见文末的仿真研究)。

本文把 GPC 算法的机理推广到非线性系统,并针对控制增益阵 F 的特点,对 GPC 算法进行了改进,克服了 GPC 算法中递推求解 Diophantine 方程计算量较大且当 $c(q^{-1}) \neq 1$ 时算法较复杂的弱点,同时,根据插值法原理给出了便于计算机实时计算的非线性根值解法,并将其解作为整个控制系统的输入信号。仿真结果显示了该算法的可行性。

1 问题的描述

绝大多数非线性系统可由 Hammerstein 模型描述,它将系统描述成一个动态线性系统和一个静态无记忆非线性过程的串联结构,如图1所示

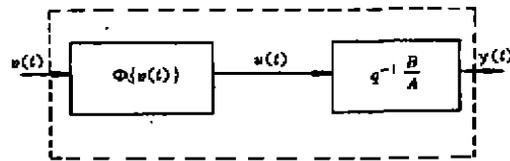


图 1 Hammerstein 模型

线性部分一般采用 CARIMA 模型:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})U(t-1) + C(q^{-1})\xi(t) / \Delta \quad (1)$$

其中:

$$\begin{cases} A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n} \\ B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m} \\ C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_rq^{-r} \\ \Delta = 1 - q^{-1} \end{cases} \quad (2)$$

上式中,若时延 $d > 1$,则 $B(q^{-1})$ 的前几项为零。非线性部分可描述成下列多项式

$$U(t) = \sum_{i=0}^p r_i v^i(t) \quad \text{或} \quad \varphi\{v(t)\} = \sum_{i=0}^p r_i v^i(t) - u(t) \quad (3)$$

P 为已知的奇次正整数, r_i 为待定参数。

系统的参数采用文献[2]的方法(ERLS)进行辨认。中间变量 $u(t)$ 即是线性子系统的输入,又是非线性子系统的输出。用本文导出的广义预测控制器可求出线性子系统的预测控制输入 $u(t)$;再解出非线性子系统的根值 $v(t)$ 即为整个系统的控制输入。

2 线性子系统的广义预测控制问题

2.1 预测模型

线性子系统采用(1)式的 CARIMA 模型描述:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})U(t-1) + C(q^{-1})\xi(t) / \Delta$$

其中 A 、 B 、 C 的含义同(2)式。为方便起见,将(1)式改写如下:

$$\bar{A}(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})\Delta U(t-1) + C(q^{-1})\xi(t) \quad (4a)$$

$$\text{其中: } \begin{cases} \bar{A}(q^{-1}) = A(q^{-1})\Delta = 1 + \bar{a}_1q^{-1} + \dots + \bar{a}_{n_a}q^{-n_a} \\ \bar{a}_n = a_n + 1, \bar{a}_0 = 1, \bar{a}_{ni} = -a_{ni} \\ \bar{a}_i = a_i - a_{i-1}, \quad 1 \leq i \leq n_a \\ \Delta u(t-1) = u(t-1) - u(t-2) \end{cases} \quad (4b)$$

由(4)式得一组未来输出:

$$y(t+j) = [1 - \bar{A}(q^{-1})]y(t+j) + B(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + C(q^{-1})\xi(t+j) \\ j = 1, 2, \dots, N$$

由预测输出为:

$$\hat{y}(t+j/t) = [1 - \bar{A}(q^{-1})]\hat{y}(t+j/t) \\ + B(q^{-1})\Delta U(t+j-1) + C(q^{-1})\xi(t+j), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (5a)$$

$$\text{其中 } \begin{cases} \hat{y}(t+j/t) = y(t+j), & \text{当 } j \leq 0 \text{ 时} \\ \xi(t+j) = 0 & \text{当 } j > 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (5b)$$

由上式,以 $j=1$ 开始,便要依次递推求解未来 j 步的预测输出。

2.2 线性子系统的广义预测控制律

为了使输出 $y(t)$ 平稳过渡,采用“柔化”手段,即使得 $y(t)$ 沿某一参考轨迹平滑地过渡到设定值 y_r, y_r 取如下模型:

$$\begin{cases} y_r(t) = y(t) \\ y_r(t+j) = \alpha y_r(t+j-1) + (1-\alpha)y_r, \quad j = 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (6)$$

α 为柔化因子, $0 \leq \alpha \leq 1$

目标函数为:

$$J = E \left\{ \sum_{j=N_1}^{N_2} [y(t+j) - y_r(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_c} \lambda [\Delta u(t+j-1)]^2 \right\} \quad (7)$$

其中, N_1, N_2 分别表示最小、最大输出长度; λ 为控制增量加权, N_c 为控制长度, $N_c \leq N_2$ 。

为讨论方便,取 $N_1 = 1, N_2 = N_c = N$, 由(5)式可得:

$$\hat{Y}(t) = A_1 \hat{y}(t) + A_2 Y(t-N) + B_1 \Delta U(t) + B_2 \Delta U(t-N) + C_2 E(t-N) \quad (8)$$

$$\text{其中: } \begin{cases} \hat{Y}(t) = [\hat{y}(t+1/t), \hat{y}(t+2/t), \dots, \hat{y}(t+N/t)]^T \\ Y(t-N) = [y(t-N+1), y(t-N+2), \dots, y(t)]^T \\ \Delta U(t) = [\Delta U(t), \Delta U(t+1), \dots, \Delta U(t+N-1)]^T \\ \Delta U(t-N) = [\Delta U(t-N), \Delta U(t+1-N), \dots, \Delta U(t-1)]^T \\ E(t-N) = [\xi(t-N+1), \xi(t-N+2), \dots, \xi(t)]^T \end{cases}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -\bar{a}_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -\bar{a}_2 & -\bar{a}_1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\bar{a}_{n_a} & -\bar{a}_{n_a-1} & \dots & -\bar{a}_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{a}_{n_a} & \dots & -\bar{a}_2 & -a_1 & 0 \end{bmatrix}_{N \times N}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} b_0 & 0 & & & & & & \\ b_1 & b_0 & 0 & & & & & \\ \dots & \\ b_{n_1} & b_{n_1-1} & \dots & b_0 & 0 & \dots & 0 & \\ 0 & b_{n_1} & b_{n_1-1} & \dots & b_0 & 0 & \dots & \\ \dots & \\ 0 & 0 & \dots & b_{n_1} & b_{n_1-1} & \dots & b_0 & \end{bmatrix}_{N \times N}$$

A_2 为第一行, 为 $[0, \dots, 0, -\bar{a}_{n_1}, -\bar{a}_{n_1-1}, \dots, -\bar{a}_1]$ 的 $N \times N$ 上三角阵;
 B_2 为第一行, 为 $[0 \dots 0, b_{n_1}, b_{n_1-1}, \dots, b_1]$ 的 $N \times N$ 上三角阵;
 C_2 为第一行, 为 $[0, \dots, 0, c_{n_1}, \dots, c_1]$ 的 $N \times N$ 上三角阵。

令
$$F = (I - A_1)^{-1} B_1 \tag{9}$$

$$Y_1 = (I - A_1)^{-1} [A_2 Y(t - N) + B_2 \Delta U(t - N) + c_2 E(t - N)] \tag{10}$$

由(8)式可得:
$$\hat{Y}(t) = F \Delta U(t) + Y_1 \tag{11}$$

由式(9), 以及 A_1, B_1 的形式要知, F 为如下形式的三角阵

$$F = \begin{bmatrix} f_0 & 0 & \dots & 0 \\ f_1 & f_0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ f_{N-1} & f_{N-2} & \dots & f_0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

由(9)式得 $F = B_1 + A_1 F$

因而
$$f_i = b_i - \sum_{j=1}^i \bar{a}_j f_{i-j}, \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \tag{13}$$

其中
$$\begin{cases} b_i = 0 & \text{当 } i > n_1 \text{ 时} \\ a_i = 0 & \text{当 } i > n_1 \text{ 时} \end{cases}$$

由(13)式可求得矩阵 F , 而 Y_1 可以看成未来控制增量序列 $\Delta U(t)$ 为零时的最优预测。因而令(5-a)式中的未来控制增量为零, 便可得到 Y_1 :

$$Y_1 = [y_1(t+1), y_1(t+2), \dots, y_1(t+N)]^T \tag{14}$$

其中 $y_1(t+j) = [1 - \bar{A}(q^{-1})]y_1(t+j) + B(q^{-1})\Delta U(t+j-1) + C(q^{-1})\xi(t+j)$

式中
$$\begin{cases} y_1(t+j) = y(t+j) & \text{当 } j \leq 0 \text{ 时} \\ \Delta U(t+j) = 0 & \text{当 } j \geq 0 \text{ 时} \\ \xi(t+j) = 0 & \text{当 } j > 0 \text{ 时} \end{cases}$$

若已知延时 a , 可取 $N_1 = a, N_1 < N_2 = N$, 则(11)式各对应项相应改为:

$$\begin{cases} Y_1 = [y_1(t+N_1), y_1(t+N_1+1), \dots, y_1(t+N_2)]^T \\ \hat{Y}(t) = [\hat{y}(t+N_1/t), \hat{y}(t+N_1+1/t) \dots, \hat{y}(t+N_2/t)]^T \\ F = \begin{bmatrix} f_{N_1-1} & & & & \\ f_{N_1} & f_{N_1-1} & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & f_{N_1-1} \\ f_{N_2-1} & f_{N_2-2} & \dots & f_{N_2-N_1} \end{bmatrix}_{(N_2-N_1+1) \times N_1} \end{cases} \tag{15}$$


```

set  $\bar{V}(t) = V'(t) - K_2 \frac{V'(t) - V(t)}{\phi(V'(t)) - \phi(V(t))}$ 
IF  $\phi\{\bar{V}(t)\}$  of opposite sign to  $K_1$ :
    set  $V'(t) = \bar{V}(t)$ 
    set  $K_2 = \phi\{\bar{V}(t)\}$ 
    IF  $\phi\{\bar{V}(t)\}$  of same sign as SAVE:
        set  $K_1 = K_1 / 2$ 
    END IF
ELSE set  $v(t) = \bar{v}(t)$ 
    set  $K_1 = \phi\{\bar{v}(t)\}$ 
    END IF
END IF
set SAVE =  $\phi\{\bar{v}(t)\}$ 
END DO

```

其中, c_1 为根值的精度;

c_2 为 $\phi\{V(t) = 0\}$ 近似逼近的精度。

这样解出的 $V(t)$ 即为整个控制系统的输入。

4 NAGPC 控制算法

综上所述, 根据确定性等价原理, 建立自适应算法:

- 1) 置初值 $N_1, N_2, \lambda, \alpha, X$.
- 2) 在 k 时刻采样系统输出
- 3) 用 ERLS 法[2] 估计参数 a, b, c, r .
- 4) 由(13)式计算 $f_i, i = N_1 - 1, N_1, \dots, N_2 - 1$
- 5) 由(14)式计算 $Y_1(t+i), i = 1, 2, \dots, N_2$
- 6) 构成向量 Y_1 及 F 阵
- 7) 利用(17)式计算 $(F^T F + \lambda I)^{-1}$, 进而算出 f^*
- 8) 由(16)式计算线性子系统控制信号 $u(t)$
- 9) 由插值法解式(18), 解出的根值 $V(t)$ 即为整个系统的控制量
- 10) 将 $v(t)$ 作为整个系统的输入作用于系统
- 11) 中 $k = k + 1$ 时刻重复第 2) ~ 10) 步

5 仿真研究

利用上述算法编制仿真程度, 用 TrueBasic 语言实现。线性子系统部分采用非最小相位系统

$$L: A(q^{-1}) = 1 - 1.5q^{-1} + 0.7q^{-2}, \quad B(q^{-1}) = 1 + 2q^{-1}, \quad c(q^{-1}) = 1 + q^{-1} + 0.7q^{-2}$$

非线性子系统采用下列两种模型

$$NL_1: u(t) = 1 + v(t) + v^2(t) + 0.4v^3(t)$$

$$NL_2: u(t) = v(t) - 0.5v^3(t)$$

用本文的 NAGPC 算法的仿真结果见图 2(a), (b), 其中, (a) 图采用对象模型为 $NL_1 + L$, 所用参数为 $N_1 = 1, N_2 = 6, \lambda = 0.1, \alpha = 0.5, N_s = 5$ 作为比较; 图 (c), 图 (d) 分别为采用文献 [1] 和 [5] 中的算法的仿真结果。其中, 图 (c) 用对象模型 $NL_1 + N$, 所用参数为 $N_1 = 1, N_2 = 5, N_s = 5, \lambda = 0.1, \alpha = 0.5$, 图 (d) 用对象模型 $NL_2 + L$, 所用参数为 $N = 5, U = 1, \lambda = 0.1, \alpha = 0.7$

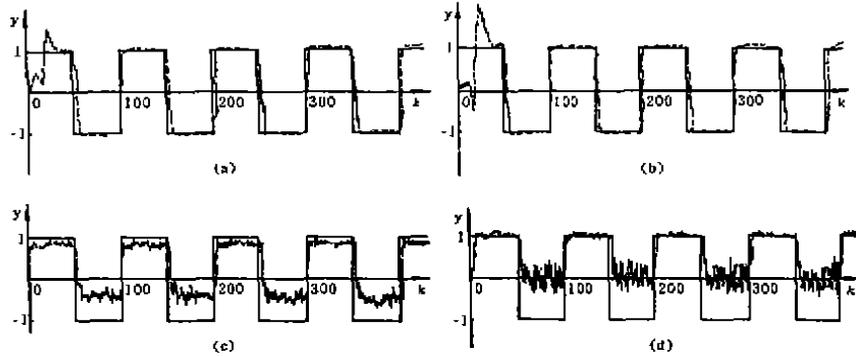


图 2 仿真结果

- (a) 对象模型 $NL_1 + L$ (b) 对象模型 $NL_2 + L$
 (c) 对象模型 $NL_1 + N$ (d) 对象模型 $NL_2 + L$

6 结 论

本文将广义预测控制(GPC)的机理用于解决一类非线性对象的控制问题, 将整个系统分解成两部分考虑, 在线性部分中提出了一种计算量小、计算速度较快的预测控制算法, 从而克服了传统 GPC 算法中解 Diophantine 方程计算量较大且当 $c(q^{-1}) \neq 1$ 时算法复杂不易在线计算的弱点; 非线性部分给出了便于计算机实时计算的根值解法流程。仿真结果显示了 NAGPC 算法能有效地解决非线性系统的控制问题, 具有较强的鲁棒性、稳定性。

参 考 文 献

- 1 Clark D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized Predictive Control, Part I: The Basic Algorithm, *Automatica*, 1989, 25(2): 137~348
- 2 Kortmann M, Unbehauen H. Identification Methods for nonlinear MISO systems, Proc. IFAC world Congress, Munich, 1987, 225~230
- 3 Gertsd C F. Applied numerical analysis c Addison—Wesley, 1978
- 4 Clark D W et al. Generalized Predictive Control, Part II, Extension and Interpretations, *Automatica* 1987, 23(2): 149~160
- 5 袁震东. 基于 ARMAX 模型的广义预测控制. 控制理论及应用, 1988, 5(1)
- 6 袁著社. 递推广义预测自校正控制器. 自动化学报, 1989, (4)
- 7 金元郁, 顾兴源. 改进的广义预测控制算法. 信息与控制, 1990, (3)