(10) 46－51

社会主义资源最优配置衡量标准的数学模型*

A mathematical Model of the Criteria of Resources Optimum Allocation Under sociatist Conditions

杨秀苔 蒲勇健
Yang xiutai Pu Yongjiang
（重庆大学工商管理学院）

F062.1

摘　要　提出一种可衡量资源配置是否达到最优的标准，并给出了具体的数学模型。该模型克服了西方经济学迄今仍未解决的因非零自由度现象所造成的困难，使资源最优配置的衡量标准满足了唯一性要求。

关键词　资源最优配置；按劳分配；帕累托最优
中国图书资料分类法分类号　F062.1

资源配置 数学模型

ABSTRACT　This paper has suggested a criteria for evaluation the resources optimum allocation. According to this oriteria which solved the problem caused by the non-zero free degree phenomenon in western economics, the uniqueness of resources optimum allocation can be deduced.

KEYWORDS　resources optimum allocation; to each according to his work

1　资源概念与资源配置

1.1　资源概念与资源的性质

在经济学上，有关资源的概念可以按如下的方式予以定义，即在一定时期、一定地点所具有的资源概念，指的是根据该时期人民大众的消费偏好及科学技术水平，那些存在于该地点、可以作为宏观经济活动的投入或潜在投入因素的总和。譬如，土地、森林、矿藏、阳光、劳动力以及江河湖海等，都是资源的常见例子。资源是宏观经济活动主体所面临的外部条件，是宏观经济活动开始进行之前由外部环境所事先给定的，是经济学中的一个范畴。

资源、特别是自然资源，具有有限性（又称稀缺性）和多用性。资源的有限性存在着两方面的含义。首先，任何资源在数量上总是有限的。例如，按美国学者梅多斯于1974年的计算，全世界的石油、汞、铜、铝最多可开采40年；天然气可开采60年；镍可开采75年；锡钼可开采90年；锌、锰、铁、煤、铬可开采100年。再据最近的测算，全世界的森林资源总共约3100亿立方米；石油资源保有可采储量不到900亿吨，最多可采30年；资源总量估计约2000亿吨，资源寿命最长约50年到100年。其次，可替代资源的品种也是有限的。资源的替代性指的是资源作为经济活动投入因素在功能上的相互替代可能性。如煤、石油、天然气和水力、风力、潮汐、地热

* 收文日期　1993-04-02

等资源都可用于发电。但总的来看，可替代的投入类型是有限的；譬如，作为粮食生产投入的土地资源的替代可以是温室技术，作为工业用地的替代资源可以是空间利用，但作为人类生存必须具有的二种资源，即淡水和氧气至今还没有找到可以替代它们的物质。资源的多用性指资源一般具有多种功能和用途。如土地资源，既可用于农业，也可用于工业、交通，旅游以及改善人民的生活环境等。又如，由于工业生产所产生的环境污染可视为将环境资源作为工业投入、环境资源还可作为旅游经济活动的投入。一般地，同一种资源可以作为不同生产过程的投入因素。不同的行业对同一种资源存在着投入需求；同一行业的不同部门以及同一部门的不同经济单位，甚至于同一经济单位的不同企业或同一企业的不同车间、班组或工序都会同时存在着对同一种资源(如电力)的需求。

1.2　资源配置

正是由于资源同时具有有限性和多用性，资源的最优配置问题就产生了。某一行业的资源投入愈多，该行业的产出愈大，其它行业所能分配到的资源投入就愈少，产出也就愈小。反之亦然。因此，人们就面临如何将有限的资源在生产各种不同产品的行业之间进行最佳分配的问题，这就是资源的最优配置问题。如果这种最佳分配的状态存在，并且经济也正好实现了这种状态，则称资源处于最优配置状态。

在技术水平一定的条件下，现有的资源存量使得各种产品的生产量都存在着一个上限。同时，不同产品产量的上限之间存在着替代性，这是资源有限性和多用性的必然结果。不同产品产量的上限(或最大产量)所构成的曲面被称为生产可能性曲面。假定整个社会生产 N 种产品，它们的最大产量分别为 $Q_1,Q_2,\cdots\cdots,Q_N$，则当 $Q_2,\cdots\cdots,Q_N$ 一定时，第一种产品的产量存在上限(因资源是有限的，总的资源存量中扣除其它产品产量所耗用的资源存量所余下的资源存量被用于生产第一种产品，而这种剩余资源存量也是有限的)$Q_1=Q_1(Q_2,\cdots\cdots,Q_N)$，该方程在 N 维空间中的图象就是生产可能性曲面。生产可能性曲面的方程可根据行业生产函数和资源存量条件导出。生产可能性曲面上的点与资源配置之间存在着一一对应关系，因为根据生产可能性曲面上的任一点都可以唯一地决定一种具体的资源配置方式。反之亦然。因此，资源配置的等价表述就是产量组合$(Q_1,Q_2,\cdots\cdots Q_N)$的决定。换言之，生产什么样的产量组合$(Q_1,Q_2,\cdots\cdots,Q_N)$(或生产什么，生产多少)的问题就是对资源如何进行配置的问题，生产什么样的最佳产量组合就是资源的最优配置问题。

2　资源最优配置的衡量标准

2.1　西方经济学家提出的衡量标准及其困难

西方经济学认为资源最优配置是经济学理论所要研究的中心问题。罗宾斯于 1932 年曾对经济学下了这样的定义：经济学是“研究人类行为的科学，即研究具有多种用途而又不足的资源与用在何处之间的关系”的科学。换句话说，经济学就是研究如何对有限资源进行最优配置的科学。

那么，衡量资源是否达到最优配置的标准是什么呢？显然，用产量组合来直接表述这种标准是不妥当的，因为产品生产是为了消费，为了给人们带来效用。不能为生产而生产，生产必须由消费来引导，消费者的需要决定产量组合的选择，这就是消费者主权。西方经济学家认为，消费者主权决定产量组合的选择，从而决定资源的最优配置。消费者因消费产品而带

来效用，同时，闲暇时间（不劳动的时间）对于消费者来说也会带来效用。假定整个社会有 p 个消费者，第 i 个消费者所消费第 j 种产品的数量为 Q_{ij}，闲暇时间为 L_i，他因此而获得的序数效用大小为 u_i，设所考察的时间周期长度为 T（如一年），则有

$$
\begin{aligned}
& u_i = f_i(Q_{i1}\cdots\cdots Q_{iN}, L_i) \\
& \sum_{i=1}^{p} Q_{ij} = Q_j \qquad j = 1,\cdots,p \\
& \sum_{i=1}^{p} Q_{i1} = Q_1(Q_2,\cdots Q_N, L_1\cdots L_p) \qquad j = 1,\cdots N \\
& 0 \leqslant L_i \leqslant T
\end{aligned} \tag{1}
$$

其中 f_i 是第 i 位消费者的序数效用函数。在考虑闲暇的情况下，生产可能性曲面与闲暇有关，因为闲暇决定了可供用于生产的劳动时间总量，从而成为影响生产函数进而影响生产可能性曲面的变量。

不同的消费者之间在产品消费上存在着竞争性。由于总的资源存量是有限的、可生产出来的各种产品的数量也是有限的。如果每位消费者都总是希望获得更多的产品消费，则不同消费者之间在产品分配上就会发生冲突。因为某位消费者获得更多的产品就意味着其他消费者只能分配到更少的产品，反之亦然。所以，这里就出现了如何在各位消费者之间进行产品最优分配的问题。

意大利经济学家帕累托提出了著名的帕累托最优标准，用以解决上述问题。假若存在某种产品分配的改变，使得在不减小其他消费者效用水平的条件下增加某位消费者的效用，则称这种改变为帕累托改善。帕累托认为：如果存在某种产品分配状态，它没有任何帕累托改善，则这种状态应被视为产品分配的最优状态。显然，在这种状态下，旨在提高任何个人效用水平的努力都会减少其他一些人的效用。人们称这种状态为帕累托最优状态。

当其它个人的效用水平 $u_2,\cdots\cdots u_p$ 一定时，使得第一位消费者的效用 u_1 达到最大的产量组合（或资源配置）和产品分配及闲暇时间 Q_j^*、Q_{ij}^*、L_i^* 是下述数学极值问题的解：

$$
\begin{cases}
u_1 = \max f_1(Q_{11},\cdots\cdots Q_{1N}, L_1) \\
u_2 = f_2(Q_{21},\cdots,Q_{2N}, L_2) \\
\cdots \\
u_p = f_p(Q_{p1},\cdots,Q_{pN}, L_p) \\
\sum_{i=1}^{p} Q_{ij} = Q_j \qquad j = 1,\cdots,p \\
Q_1 = Q_1(Q_2\cdots Q_N, L_1,\cdots,L_p) \qquad j = 1,\cdots,N \\
0 \leqslant L_i \leqslant T
\end{cases} \tag{2}
$$

其中 $$u_1 = f_1(Q_{11}^*\cdots Q_{1N}^*, L_1^*).$$

(2)的拉格朗日函数为

$$
\begin{aligned}
L = & f_1(Q_{11}\cdots Q_{1N}, L_1) + \lambda_2[f_2(Q_{21}\cdots Q_{2N}, L_2) - u_2] + \cdots \\
& + \lambda_p[f_p(Q_{p1}\cdots Q_{pN}, L_p) - u_p] + \lambda_1'[Q_1(Q_2\cdots Q_N, L_1\cdots L_p) \\
& - \sum_{i=1}^{p} Q_{i1}] + \lambda_2'[Q_2 - \sum_{i=1}^{p} Q_{i2}] + \cdots + \lambda_N'[Q_N - \sum_{i=1}^{p} Q_{iN}]
\end{aligned}
$$

在最优解 (Q_j^*, Q_{ij}^*, L_i^*) 处有下列关系：

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial L}{\partial Q_{1j}} = \frac{\partial f_1}{\partial Q_{1j}} - \lambda'_j = 0; \quad \frac{\partial L}{\partial Q_{ij}} = \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial Q_{ij}} - \lambda'_j = 0 \\
&\frac{\partial L}{\partial Q_k} = \lambda'_1 \frac{\partial Q_1}{\partial Q_k} + \lambda'_k = 0 \qquad i = 2, \cdots, p \\
&\frac{\partial L}{\partial L_1} = \frac{\partial f_1}{\partial L_1} + \lambda'_1 \frac{\partial Q_1}{\partial L_1} = 0 \qquad j = 1, \cdots\cdots, N \\
&\frac{\partial L}{\partial L_i} = \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial L_i} + \lambda'_1 \frac{\partial Q_1}{\partial L_i} = 0 \qquad k = 2, \cdots\cdots, N \\
&\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = f_i(Q_{i1}, \cdots Q_{iN}, L_i) - u_i = 0; \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda'_1} = Q_1(Q_2, \cdots, Q_N, L_1, \cdots, L_p) - \sum_{i=1}^{p} Q_{i1} = 0 \\
&\frac{\partial L}{\partial \lambda'_k} = Q_k - \sum_{i=1}^{p} Q_{ik} = 0
\end{aligned}
\tag{3}
$$

在生产函数和效用函数的准凹性假设条件下，(3) 被证明存在唯一解 $\{Q_i^*, Q_j^*, L_i^*\}$。并且，不难证明，(3) 的解所对应的效用组合 $(u_1, u_2, \cdots u_p)$ 是一种帕累托最优状态[1]. 这样，(3) 的解所对应的效用组合 $(u_1 \cdots u_p)$ 与产量组合 $(Q_1^* \cdots Q_N^*)$ 之间就存在着对应关系，进而与资源配置之间存在着对应关系。于是，资源最优配置就被归结为确定最优的效用组合。西方经济学家认为最优的效用组合应是帕累托最优状态，即(3) 所确定的效用组合。根据帕累托最优状态或(3) 的解决定的效用组合，就可以决定最优的产量组合，并最终由产量组合决定最优的资源配置。

(3) 中有 $(p+2)N + 3(p-1)$ 个未知数，有 $(p+2)N + 2(p-1)$ 个方程，如果令其中的 $u_2 \cdots u_p$ 为参变数，则当这些参变数一定时，未知数的个数就减少为 $(p+2)N + 2(p-1)$，正好等于方程个数，因而存在唯一的解。将(3) 中的 $\lambda'_1, \cdots, \lambda'_N, \lambda_2, \cdots, \lambda_p$ 消去，得到

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial f_i}{\partial Q_{ik}} \Big/ \frac{\partial f_i}{\partial Q_{il}} = \frac{\partial f_j}{\partial Q_{jk}} \Big/ \frac{\partial f_j}{2 Q_{jl}}; \qquad i, j = 1, \cdots p \qquad k, l = 1, \cdots N \\
&\frac{\dfrac{\partial f_1}{\partial Q_{1k}}}{\dfrac{\partial f_1}{\partial Q_{1l}}} = \frac{\dfrac{\partial Q_1}{\partial Q_k}}{\dfrac{\partial Q_1}{\partial Q_l}} \qquad k, l = 1, \cdots, N \\
&\frac{\partial f_k}{\partial Q_{k1}} = -\frac{\partial f_k}{\partial L_k} \Big/ \frac{\partial Q_1}{\partial L_k} \qquad k = 1, \cdots, p \\
&u_i = f_i(Q_{i1}, \cdots, Q_{iN}, L_i) \qquad i = 2, \cdots, p \\
&\sum_{i=1}^{p} Q_{ij} = Q_j, \qquad j = 2, \cdots, N \\
&\sum_{i=1}^{p} Q_{i1} = Q_1(Q_2, \cdots, Q_N, L_1 \cdots L_p)
\end{aligned}
\tag{4}
$$

(4) 是(3) 消去 $(N + p - 1)$ 个未知数后所得到的方程组，故(4) 中独立的方程个数为 $(p+1)N + p - 1$，未知数的个数为 $(p+1)N + 2(p-1)$. 当 $u_2 \cdots u_p$ 一定时，方程个数正好等于未知数个数，存在唯一解。当 $u_2 \cdots u_p$ 变动时，(4) 就决定了一张曲面 $u_1 = u_1(u_2 \cdots u_p)$，称为总效用曲面。总效用曲面上存在着无限多个效用组合点，它们都是帕累托最优状态。反之，所有帕累托最优状态都在总效用曲面上。对于每一个帕累托最优状态，都对应着一种资源配置方式。一方面，应该用效用组合的最优作为衡量资源最优配置的标准，而帕累托认为最优的效用组合就是帕累托最优状态；另一方面，由于帕累托最优状态存在无限多种，并布满了整个总效

用边界，按这种标准确定的资源最优配置方式就相应地存在无限多种可能，而这与“最优”配置的内在要求是相冲突的，因为如果存在无限多种“最优”配置状态，则“最优”配置就失去 意义了。显然，这种矛盾是由于按帕累托最优标准决定的最优效用组合的不唯一性造成的。这种不唯一性带来了资源最优配置的不确定性。

为了消除资源最优配置的不确定性，西方经济学家们提出了大量的解决方案。从数学上看，消除这种不确定性需要在(4)中加进 $p-1$ 个约束方程，从而使得方程个数与包括 $u_2 \cdots u_p$ 在内的未知数个数相等，并由此得出唯一的最优解，这个唯一的最优解决定了唯一的效用组合。根据该效用组合，就可确定唯一的资源配置方式。如果将该效用组合定义为最优效用组合(它显然是帕累托最优状态)，则由其所确定的资源配置方式就是资源最优配置方式。从分配上看，待加进的 $p-1$ 个约束方程反映了社会应在产品分配上作出的制度安排。西方经济学家们为此进行了大量的研究，各自提出了许多方案，但由于西方经济学家们在分配制度安排上各持相异的看法，他们至今也未对此达成一致的意见，这些不同的观点构成了西方现代福利经济学的主要内容[2][3]。

迄今为止，西方经济学家们所提出的大量解决方案，除具有纯主观的和纯伦理学的超历史和超现实的历史唯心主义倾向外，还存在着许多难以克服的困难，如一些方案本身就存在着内在的自相矛盾，而另一些方案所确定的“最优解”并不唯一，几乎所有的方案都是不可操作的。现实的社会经济沿其自身规律所规定的轨道运行，并不在乎西方经济学家们的空谈，更不用说现实经济根本不接受这些不可行的方案。

根据马克思主义历史唯物主义原理，不同社会历史发展阶段存在着不同的分配制度，所以，西方经济学家们试图凭空想象出某种脱离具体历史发展阶段的、纯伦理学性质的分配制度安排，并由此解决资源最优配置问题是注定要失败的。

2.2　社会主义资源最优配置标准的数学模型

分配制度的安排必须根据历史唯物主义基本原理作出。分配关系是生产关系的组成部分，而生产关系由生产力发展水平决定。在社会主义历史发展阶段，实行的分配制度是按劳分配。同时，社会主义生产的目的是最大限度地满足人民的需要，所以，社会主义经济也必须把 实现资源的最优配置作为最重要的目标之一，也要求资源配置满足帕累托最优条件。但是，前已提出，帕累托条件不是资源最优配置的充分条件，要决定资源最优配置方式，还需在(4)中加进 $p-1$ 个约束条件，它体现了分配制度的安排。

按劳分配原则要求每位社会成员所获得的产品中所含有的社会必要劳动时间等于他为社会所提供的社会必要劳动时间，社会产品按社会必要劳动时间的支出量进行分配。产品所含有的社会必要劳动时间等于“在现有的社会正常的生产条件下，在社会平均的劳动熟练程度和劳动强度下制造某种使用价值所需要的劳动时间”[4]。假设单位第 j 种产品所含有的社会必要劳动时间为 p_j，第 i 位社会成员所提供的社会必要劳动时间为 $\bar{t}_i$，则按劳分配原则的数学表达为

$$\bar{t}_i = \sum_{j=1}^{N} P_j Q_{ij}, \qquad i = 1 \cdots p \tag{5}$$

第 i 位社会成员提供的个别劳动时间为 $t_i = T - L_i$，$\tilde{t}_i$ 是 t_i 的函数。

当(5)对于 $i = 2 \cdots p$ 成立时，有

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^{N} P_j Q_{1j} &= \sum_{j=1}^{N} P_j \left(Q_j - \sum_{i=2}^{p} Q_{ij}\right) \\ &= \sum_{j=1}^{N} P_j Q_j - \sum_{i=2}^{p} P_j Q_{ij} \\ &= \sum_{i=1}^{p} \tilde{I}_i - \sum_{i=2}^{p} \tilde{I}_i \\ &= \tilde{I}_1\end{aligned}$$

所以，(5) 中仅有 $p-1$ 个方程是独立的。将(5) 中的任意 $p-1$ 个独立方程加进(4) 中，就得到了一个自由度为零的完备数学模型。譬如，将(5) 中 $i=2\cdots p$ 的 $p-1$ 个约束条件加进(4)，就有

$$\begin{aligned}
&\frac{\dfrac{\partial f_i}{\partial Q_{ik}}}{\dfrac{\partial f_i}{\partial Q_{il}}} = \frac{\dfrac{\partial f_j}{\partial Q_{jk}}}{\dfrac{\partial f_j}{\partial Q_{jl}}}, \qquad i,j = 1,\cdots,p \\
&\qquad\qquad k,l = 1,\cdots,N \\
&\frac{\dfrac{\partial f_1}{\partial Q_{1k}}}{\dfrac{\partial f_1}{\partial Q_{1l}}} = \frac{\dfrac{\partial Q_1}{\partial Q_k}}{\dfrac{\partial Q_1}{\partial Q_l}} \qquad k,l = 2,\cdots\cdots,N \\
&\frac{\partial f_k}{\partial Q_{k1}} = -\frac{\partial f_k}{\partial L_k} \Big/ \frac{\partial Q_1}{\partial L_k} \qquad k = 1,\cdots\cdots p \\
&u_i = f_i(Q_{i1},\cdots,Q_{iN},L_i) \qquad i = 2,\cdots\cdots,p \\
&\sum_{i=1}^{p} Q_{ij} = Q_j, \qquad j = 2,\cdots N \\
&\sum_{i=1}^{p} Q_{i1} = Q_1(Q_2\cdots Q_N, L_1\cdots L_p) \\
&\tilde{I}_i = \sum_{j=1}^{N} P_j Q_{ij}, \qquad i = 2,\cdots p
\end{aligned} \tag{6}$$

文献[1] 中证明，(6) 中的 $\tilde{I}_i, P_j$ 都是资源配置状态的函数。因此，$\tilde{I}_i, P_j$ 是 $\{Q_j, Q_{ij}, L_j\}$ 的函数。于是，(6) 是一个完备自洽的联立模型，其方程个数与未知数个数相等。文献[1] 证明，(6) 的唯一解是存在的。因此，(6) 的解就决定了社会主义制度条件下衡量资源是否达到最优配置的标准。如果资源配置状态满足(6)，则资源就实现了最优配置，反之亦然。

(6) 中最后一个式子描述了社会主义分配原则，即按劳分配原则，而余下的式子则是帕累托最优条件。所以，可以用一句话来概括社会主义资源最优配置的衡量标准，即资源在实行按劳分配的条件下达到帕累托最优配置状态，就实现了资源的最优配置，否则，资源配置就未达到最优。

参 考 文 献

1 蒲勇健．杨秀苔．资源经济学．重庆大学出版社，1993
2 [澳大利亚]黄有光著．周建明等译．福利经济学．北京：中国友谊出版公司，1991
3 Alan Randall. Resources Economics. John wiley & son，1987
4 马克思．资本论．第1卷．人民出版社．第52页，1975年版