(9) 98-103

公债的不同发行模式及其合理数量界限*

The Reasonable Limit of Government Loans under Its Different Issue Patterns

孟卫东
Meng Weidong
(重庆大学工商管理学院)

F810.5

摘　要　分析了多马公债债务负担模型成立的条件，提出了不同发行模式下公债的合理数量界限，该界限是一个相对于国民收入增长率的数量界限。希望能为合理控制公债发行提供理论基础。

关键词　财政；公债；债务负担

中国图书资料分类法分类号　F810.5

ABSTRACT　The condition in which Domar' s government loans burden model is tenable is analysed. The reasonable limit of public loans, which is a norm compared with the growth rate of the national income, is put forward under its different issue patterns. And it may provide some theoreci-cal evidence for rationally issuing of government loans.

KEYWORDS　public finance; government loans; debt burden

0　引　言

公债的合理数量界限是一个在世界上受到广泛关注而未能得到很好解决的问题。随着我国公债发行数量的不断增大和偿债高峰的到来，这一问题也引起了国内许多学者的探讨与争论。公债合理界限如何确定，从国内外迄今为止的研究来看，大体有以下三种意见[1~3]：一是规定一个绝对的限额。如美国，曾多次立法规定公债的最高限额，却又不断加以突破。二是规定一个公债余额占国民收入比例的上限，或公债收入占财政收入比例（即公债依存度）的上限。但上限值究竟应为多少，却难以明确。如有的学者主张我国的公债依存度应限制在15%以下，但从世界上看，有的国家（如日本）公债依存度曾一度保持在30%以上，也没有产生非常严重的公债负担问题。所以这些基于经验的界限标准能否成立值得怀疑。三是考察公债增长速度与国民收入增长率的动态关系，规定一个相对的界限。国外许多著名学者，如多马、萨缪尔逊等，都持这一观点。这一观点也有许多问题值得进一步研究。

多马的公债债务负担模型是有关这一问题最为经典的一个模型。本文将从介绍分析多马的公债债务负担模型入手，进而讨论不同发行模式下的公债债务负担问题，并试图给出不

* 收文日期　1993-01-05

同的发行模式下公债的合理数量界限——一个相对于国民收入增长率的数量界限。

1　多马的公债债务负担模型

在公债债务负担方面，美国著名经济学家多马在《"债务负担"和国民收入》[4]一文中给出了一个经典性的模型。他假定在国民收入中政府借用一个不变的比例 α，讨论了在国民收入保持不变、按常数增加和按不变的增长率 r 增加这三种情况下的债务负担问题。下面我们简要回顾一下第三种情况，也是最常见和最重要的一种情况下的多马公债债务负担模型。

假定 $Y(t)$ 为第 t 期的国民收入，$D(t)$ 为等 t 期的公债余额，$D'(t)$ 为第 t 期的公债净发行，$U(t)$ 为第 t 期的利息负担，$U(t)=iD(t)$，$T(t)$ 为第 t 的应纳税收入，$T(t)=Y(t)+U(t)$，$U(t)/T(t)$ 为第 t 期的公债利息税率，$Y(0)$ 为开始时的国民收入，$D(0)$ 为开始时的公债余额，i 为公债利率。现在

$$Y(t)=Y(0)e^{rt}$$

$$\therefore D'(t)=\alpha Y(t)=\alpha Y(0)e^{rt}$$

$$D(t)=D(0)+\int_0^t \alpha Y(0)e^{rt}dt$$

$$=D(0)+\frac{\alpha Y(0)}{r}(e^{rt}-1)$$

$$\frac{D(t)}{Y(t)}=\frac{D(0)}{Y(0)}e^{-rt}+\frac{\alpha}{r}(1-e^{-rt})$$

$$\therefore \quad \lim_{t\to\infty}\frac{D(t)}{Y(t)}=\frac{\alpha}{r} \tag{1}$$

而

$$\frac{U(t)}{T(t)}=\frac{iD(t)}{Y(t)+iD(t)}=\frac{i}{Y(t)/D(t)+i}$$

$$\therefore \quad \lim_{t\to\infty}\frac{U(t)}{T(t)}=\frac{i}{r/\alpha+i} \tag{2}$$

据此，多马认为即使政府不断地借债，为支付公债利息而增收的税率也不会无限制地上升，而是接近于一个相当合理的界限。多马还认为，债务负担问题实质上是一个如何才能使国民收入增长的问题，国民收入提高了，债务问题最重要的一些方面就得到了解决。后面我们将说明，由于多马在模型中隐含了一些条件，他的上述结论是不全面的。

多马的模型旨在说明债负务担与国民收入的关系，所以讨论了国民收入的三种增长情况而只假定了一种公债发行模式：公债利息由税收支付，公债净发行 $D'(t)=\alpha Y(t)$. 下面我们将一直假定 $Y(t)=Y(0)e^{rt}$，而讨论公债利息由税收支付和由发行新债支付这两种情况，在每种情况下又分别讨论公债净发行（或净收入）保持不变、按常数增加和按不变的比率 g 增加这三种情形。

2　公债利息由税收支付

公债利息由税收支付，也就意味着新债发行中不包括公债利息的偿还。这种发行方式又

可分为以下三种情况：

2.1 每年公债净发行为常数 b

该模式就是 $D'(t) = b$.

积分上式，有 $D(t) = D(0) + bt$.

即当公债净发行为常数时，公债余额将线性增加。公债余额对国民收入的比率为：

$$\frac{D(t)}{Y(t)} = \frac{D(0)}{Y(0)}e^{-rt} + \frac{b}{Y(0)}te^{-rt}$$

$$\therefore \quad \lim_{t\to\infty}\frac{D(t)}{Y(t)} = 0$$

利息负担与应税收入的比率为：

$$\frac{U(t)}{Y(t)+U(t)} = \frac{iD(t)}{Y(t)+iD(t)} = \frac{i}{Y(t)/D(t)+i}$$

$$\therefore \quad \lim_{t\to\infty}\frac{U(t)}{Y(t)+U(t)} = 0$$

在这种模式下，经过一段时间，公债余额对国民收入的比率和公债利息负担对应税收入的比率都趋近于 0，公债负担将逐渐减轻，不会产生公债负担问题。

2.2 每年公债净发行增量为常数 b

在该模式下，$D'(t) = a + bt$

式中：a 为初始公债净发行量。

$$\therefore \quad D(t) = D(0) + \int_0^t (a+bt)\mathrm{d}t = D(0) + at + bt^2/2$$

即公债余额为二次增长。

而

$$\lim_{t\to\infty}\frac{D(t)}{Y(t)} = 0$$

$$\lim_{t\to\infty}\frac{U(t)}{Y(t)+U(t)} = 0$$

此时也不会产生公债负担问题。

2.3 每年公债净发行增长率为 g

此时，$D'(t) = ae^{gt}$

$$\therefore \quad D(t) = D(0) + \int_0^t ae^{gt}\mathrm{d}t = D(0) - \frac{a}{g} + \frac{a}{g}e^{gt}$$

$$\frac{D(t)}{Y(t)} = \frac{D(0)-a/g}{Y(0)}e^{-rt} + \frac{a}{gY(0)}e^{(g-r)t}$$

$$\therefore \quad \lim_{t\to\infty}\frac{D(t)}{Y(t)} = \begin{cases} \infty, & \text{当 } g > r \\ \dfrac{a}{gY(0)}, & \text{当 } g = r \\ 0, & \text{当 } g < r \end{cases} \tag{3}$$

$$\lim_{t\to\infty}\frac{U(t)}{Y(t)+U(t)} = \begin{cases} 1, & \text{当 } g > r \\ \dfrac{i}{gY(0)/a+i}, & \text{当 } g = r \\ 0, & \text{当 } g < r \end{cases} \tag{4}$$

在公债净发行量以增长率 g 递增的情况下，应小心地控制公债净发行的增长，使其增长

率不高于国民收入增长率 r，否则会产生严重的债务问题。

令初始公债净发行 a 与初始国民收入 $Y(0)$ 的比值 $a/Y(0)=\alpha$，则(3)、(4)两式可写为：

$$\lim_{t\to\infty}\frac{D(t)}{Y(t)}=\begin{cases}\infty & \text{当 } g>r\\ \alpha/g, & \text{当 } g=r\\ 0, & \text{当 } g<r\end{cases}$$

$$\lim_{t\to\infty}\frac{U(t)}{Y(t)+U(t)}=\begin{cases}1, & \text{当 } g>r\\ \dfrac{i}{g/\alpha+i}, & \text{当 } g=r\\ 0, & \text{当 } g<r\end{cases}$$

上两式当 $g=r$ 时，可进一步写作：

$$\lim_{t\to\infty}\frac{D(t)}{Y(t)}=\frac{\alpha}{r}\tag{5}$$

$$\lim_{t\to\infty}\frac{U(t)}{Y(t)+U(t)}=\frac{i}{r/\alpha+i}\tag{6}$$

可以看出，(5)、(6)两式分别就是(1)、(2)两式。这也就是说，(1)、(2)两式只是(3)、(4)两式当 $g=r$ 时的特例。

这样，我们就指出了多马的债务模型成立的条件：$g=r$. 这一条件是多马的公债发行模式所隐含的。他据此得出在增长的国民收入下债务负担不成问题的结论。现在看来，由于没有考虑 $g>r$ 的情况，多马的结论是过于乐观了。国民收入的增长对于债务负担当然是重要的，但是不能过份强调这一点，而忽略公债发行的增长对于债务负担的影响。事实上，当 $g>r$ 时，公债的债务负担问题是不容乐观的。

3　公债利息由发行新债支付

公债利息由发行新债支付，意味着新债发行除公债净收入外还应包括公债利息。这种方式也可分为以下三种情况：

3.1　每年公债净收入为 b

这种模式就是以发行新债来支付公债利息，从而保证每年由发行公债而得到的净收入保持不变。这样，公债净发行将变为：

$$D'(t)=b+iD(t)\tag{7}$$

这是一个一阶线性微分方程。容易解得：

$$D(t)=-b/i+[D(0)+b/i]e^{it}\tag{8}$$

这时，公债余额将指数增大。

由于这时公债利息是由发行新债而不是税收支付的，只要能借到新债，国家财政对于公债利息的支付就是不成问题的。所以公债的债务负担就由公债偿还时国家财政的承受能力转变为公债发行时国民收入的承受能力。即应由考察因支付公债利息而增加的税率转而讨论公债净发行与国民收入的比率 $D'(t)/Y(t)$，并把它作为公债的债务负担。

将(8)式代入(7)式，有，

$$D'(t)=[iD(0)+b]e^{it}$$

$$\therefore \quad \frac{D'(t)}{Y(t)}=\frac{iD(0)+b}{Y(0)}e^{(i-r)t}$$

$$\lim_{t\to\infty}\frac{D'(t)}{Y(t)}=\begin{cases}\infty, & 当\ i>r\\ \dfrac{iD(0)+b}{Y(0)}, & 当\ i=r\\ 0, & 当\ i<r\end{cases}$$

因此，当公债利息由发行新债支付时，必须注意公债利率 i 与国民收入增长率 r 的关系。当公债利率不高于国民收入增长率时，尚不至于产生严重的债务问题。但是，在现实生活中，大多数时候公债利率都高于国民收入增长率，这就会带来严重问题：公债的发行甚至会远远超过国民收入，这是经济根本无法承受的。

3.2 每年公债净收入增量为常数 b

在该模式下，每年公债净发行为：

$$D'(t)=a+bt+iD(t) \tag{9}$$

求解这个一阶线性微分方程，得：

$$D(t)=-\frac{b+ia+ibt}{i^2}+\frac{D(0)+ia+b}{i^2}e^{it} \tag{10}$$

将(10)式代入(9)式，得：

$$D'(t)=a+bt-\frac{b+ia+ibt}{i}+\frac{D(0)+ia+b}{i}e^{it}$$

$$\therefore \quad \lim_{t\to\infty}\frac{D'(t)}{Y(t)}=\begin{cases}\infty, & 当\ i>r\\ \dfrac{D(0)+ia+b}{iY(0)}, & 当\ i=r\\ 0, & 当\ i<r\end{cases}$$

这里，同样当公债利率不高于国民收入增长率时，才不会产生严重的债务问题。

3.3 每年公债净收入增长率为 g

该模式下，公债净发行为：

$$D'(t)=ae^{gt}+iD(t) \tag{11}$$

这也是一个一阶线性微分方程，解之，得：

$$D(t)=\frac{a}{g-i}e^{gt}+\left[D(0)-\frac{a}{g-i}\right]e^{it} \tag{12}$$

由(11)式及(12)式，有：

$$\frac{D'(t)}{Y(t)}=\frac{ae^{gt}}{Y(t)}+i\frac{D(t)}{Y(t)}$$
$$=\frac{a+ia/(g-i)}{Y(0)}e^{(g-r)t}+\frac{iD(0)-ia/(g-i)}{Y(0)}e^{(i-r)t}$$

$$\therefore \quad \lim_{t\to\infty}\frac{D'(t)}{Y(t)}=\begin{cases}\infty, & \text{当 } g>r \text{ 或 } i>r\\ \dfrac{a+iD(0)}{Y(0)}, & \text{当 } g=r,i=r\\ \dfrac{ag}{(g-i)Y(0)}, & \text{当 } g=r,i<r\\ \dfrac{iD(0)-ia/(g-i)}{Y(0)}, & \text{当 } g<r,i=r\\ 0, & \text{当 } g<r,i<r\end{cases}$$

在这种情况下，要注意公债净收入增长率和利率都不能高于国民收入增长率，否则会产生严重的债务问题。

4 结　论

1）本文明确提出应以公债净发行（或净收入）增长率，有时应考虑公债利率不超过国民收入增长率作为公债发行的数量界限，并分析了该界限得以成立的理论根据。

2）本文考虑了公债的不同发行模式对公债债务负担的影响，明确提出了在不同发行模式下公债发行的合理数量界限。在公债利息由税收支付的情况下，每年公债净发行为常数，或其增量为常数不会产生严重的债务负担；当公债净发行等比率增长时，应使公债净发行增长率不超过国民收入增长率。在公债利息由发行新债支付的情况下，当公债净收入为常数，或其增量为常数时，应使公债利率不超过国民收入增长长率；当公债净收入等比率增长时，应使公债净收入增长率和公债利率都不超过国民收入增长率。

参 考 文 献

1 许毅，陈宝森. 财政学. 北京：中国财政经济出版社，1984
2 肖德义. 西方财政学. 北京：中国财政经济出版社，1989
3 王绍飞. 重新认识国家信用的性质、作用及国债的承受力. 财政研究. 1989，4，7～12
4 Domar E D. The Burden of the Debt and the National Income. Amer. Econ. Rev. ,Dec. 1944