

① 识别多路传输系统输入对输出贡献的方法
及在汽车乘坐舒适性分析中的应用

93.16(6)

1-7

A Discriminating Method of the Input Contribution
to Output for Multi-input System and Application to
Ride Comfort Optimization

U 461.4

张湘伟
Zhang Xiangwei

何承红
He Chenghong

(重庆大学工程力学系, 重庆, 630044)

摘要 利用偏相干函数和相关分析, 针对线性常系数多输入输出系统, 研究了在相关输入条件下, 识别输入对输出贡献大小的计算方法, 并将结论应用到汽车的平顺性分析中。识别了引起汽车座椅振动的主要车轮激励源, 在相关的振源处采取减振措施, 可改善汽车的平顺性。

关键词 识别; 输入贡献; 乘坐舒适性
中国图书资料分类法分类号 O 324

多路传输, 汽车, 平顺性

ABSTRACT By using partial coherence function and correlation analysis, the input contribution to output for multi-input and output liner system is quanticative and qualitative discriminated when the input is correlation cases. The conclusion is extended into automobile ride comfort. In the paper, the wheels input contribution to vibration output of the every seat is discriminated and the ride comfort is improved by reducing the wheel's stiffness.

KEYWORDS discriminate; input contribution; rede comfort optimization

0 引 言

由于汽车不断向高速化和轻量化方向发展, 因此对汽车行驶平顺性的要求越发突出。汽车平顺性的主要衡量指标是汽车在不平路面或其它外界激励下所产生的振动使乘坐者感到不舒适、疲劳甚至损坏健康或使货物受损的程度。其中路面不平是主要的激振源之一。以乘坐车为例, 从路面激励到汽车座椅的振动输出, 是一多输入输出系统, 每一输入对输出贡献的大小, 即引起振动输出的每一随机输入在输出中所占成份如何? 如果究明这些问题, 就可有的放矢的采取隔振和减振措施, 从而改善汽车的平顺性。

* 收文日期 1993-06-24
国家教委优秀年轻教师基金资助项目

本文利用偏相干函数及相关分析,系统地研究了识别多输入输出系统输入对输出贡献大小的计算方法,并将结论应用于 LQ6470 轻型客车的平顺性分析中。文中讨论了各车轮输入在各座椅振动输出中的贡献大小,判明了引起各座椅振动的主要车轮输入。

1 相关输入输出系统输入贡献的识别

相关的多输入多输出系统可以看作相关的双输入输出系统的推广。相关输入又分为不完全相关输入和完全相关输入两种情况,下面分别进行讨论。

1.1 不完全相关输入对输出的贡献

考虑图 1 所示的双输入单输出系统,其中 $x_1(t)$, $x_2(t)$ 是任意的平稳随机过程, $r_{12}^2(f)$ 是其常相干函数, $0 < r_{12}^2(f) < 1$ 。令 H_1, H_2 是系统通过 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的频响函数,则有:

$$S_{yy} = |H_1|^2 S_{11} + H_1^* H_2 S_{12} + H_1 H_2^* S_{21} + |H_2|^2 S_{22} \quad (1)$$

对于图 1 所示的双输入单输出系统,重要的是将系统中所有 $x_1(t)$ (或 $x_2(t)$) 的相关影响去掉后, $x_2(t)$ (或 $x_1(t)$) 与 $y(t)$ 之间的线性依存程度。首先分析已经去掉了 $x_1(t)$ 相关影响的情况。去掉 $x_2(t)$ 的相关影响时,把 $x_1(t)$ 改为 $x_2(t)$ 即可。

图 1 所示的系统可以化为图 2 所示的特殊的单输入单输出模型。其中 $x_{2,1}$ 表示去掉 $x_1(t)$ 的相关影响后剩余的部分, $y_1(t)$ 则为 $y(t)$ 中去掉和 $x_1(t)$ 的相关影响后剩余的输出部分。其中有:

$$L_{12} = \frac{S_{12}}{S_{11}} \quad L_{1y} = \frac{S_{1y}}{S_{11}} \quad (2)$$

由图 2 可得:

$$S_{22,1} = S_{22}(1 - r_{12}^2) \quad (3)$$

$$S_{yy,1} = S_{yy}(1 - r_{1y}^2) \quad (4)$$

$$S_{2y,1} = S_{2y} - \left(\frac{S_{1y}}{S_{11}} \right) \cdot S_{21} \quad (5)$$

$$\text{其中} \quad r_{12}^2 = \frac{|S_{12}|^2}{S_{11} \cdot S_{22}}, \quad r_{1y}^2 = \frac{|S_{1y}|^2}{S_{11} \cdot S_{yy}} \quad (6)$$

$S_{22,1}, S_{yy,1}$ 分别为去掉 $x_1(t)$ 的线性影响后, $x_2(t)$ 和 $y(t)$ 的条件自谱, $S_{2y,1}$ 是从 $x_2(t)$ 和 $y(t)$ 中去掉 $x_1(t)$ 的线性影响后, $x_2(t)$ 和 $y(t)$ 之间的条件互谱。

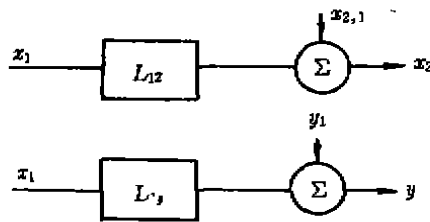


图 2 双输入系统化为特殊的单输入单输出模型

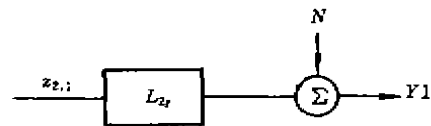


图 3 双输入系统的条件输入输出模型

对于 $x_{2,1}$ 和 y_1 , 可用图 3 将它们联系起来, 图中 N 为独立的输出噪声. 由式(1) 和式(2) 可得:

$$L_{2y} = \frac{S_{2y,1}}{S_{22,1}} \tag{7}$$

$$S_{yy,1,2} = S_{yy,1} - (S_{y2,1}/S_{22,1}) \cdot S_{2y,1} \tag{8}$$

式中, $S_{yy,1,2}$ 为其自谱.

当在 $x_2(t)$ 和 $y(t)$ 中去掉 $x_1(t)$ 的影响后, $x_2(t)$ 和 $y(t)$ 之间的偏相干函数 $r_{y,1}^2$ 定义为:

$$r_{y,1}^2 = \frac{|S_{2y,1}|^2}{S_{22,1}S_{yy,1}} \tag{9}$$

则在无输入、输出噪声时系统的总输出谱为:

$$S_{yy} = r_{y,1}^2 S_{yy} + r_{y,1}^2 S_{yy,1} \tag{10}$$

式(10)的结果可以推广到任意多个输入的情况, 此时有:

$$S_{yy} = r_{y,1}^2 S_{yy} + r_{y,2}^2 S_{yy,2} + \dots + r_{y,n,(n-1)}^2 \cdot S_{yy,(n-1)} \tag{11}$$

式(10)中的各项具有明确的物理意义, 其中的第一项即: $r_{y,1}^2 S_{yy}$ 就是 $x_1(t)$ 对 $y(t)$ 的相干输出谱, 第二项称为 $x_2(t)$ 对 $y(t)$ 的偏相干输出谱, 其中 $x_1(t)$ 的成分已经去掉.

基于以上的讨论, 把图 2 和图 3 组合起来, 得到图 4 所示的模型.

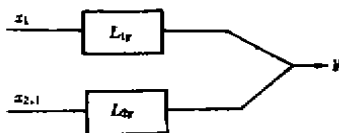


图 4 与图 1 等价的双输入模型

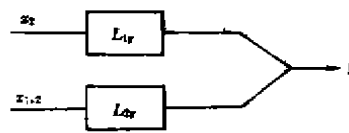


图 5 与图 1 等价的另一模型

$$L_{1y} = \frac{S_{1y}}{S_{11}} \quad L_{2y} = \frac{S_{2y,1}}{S_{22,1}} \tag{12}$$

其中: $|L_{1y}|^2 S_{11} = r_{y,1}^2 \cdot S_{11}$ 是 $y(t)$ 因 $x_1(t)$ 通过系统产生的输出谱, $|L_{2y}|^2 S_{22,1} = r_{y,1}^2 S_{yy,1}$ 是去掉和 $x_1(t)$ 的影响后, $x_2(t)$ 的独立统计部分通过系统产生的输出谱.

若交换输入的次序, 就可得到替代图 1 的另一种如图 5 所示的模型. 利用

$$S_{yy} = r_{y,1}^2 S_{yy} + r_{y,2}^2 S_{yy,2} \tag{13}$$

其中: $r_{y,1}^2 S_{yy}$ 是由 $x_2(t)$ 通过系统产生的输出谱, $r_{y,2}^2 S_{yy,2}$ 是 $x_1(t)$ 中去掉和 $x_2(t)$ 的相关影响后 $x_1(t)$ 的独立统计部分通过系统产生的输出谱^[1].

以上结果表明, 利用偏相干函数和条件谱可以将系统分解成为一个不相关的双输入(条件输入)单输出系统, 然后即可根据分解后的系统定量算出各个输入对输出的贡献大小. 但是, 按照一定的方式选择输入的次序很重要, 选择输入的次序不同, 则所得结果也完全不同. 为了正确确定系统输入的顺序, 应判断两输入的相关性在物理上起源于哪一个, 或者哪一个输入是起始源, 应把起始源作为第一个输入, 另一个输入源作为第二个输入对系统进行讨论. 若不能判断输入中哪一个是起始源, 则应该分别计算各输入与输出的常相干函数. 即可先计算出 $x_1(t)$ 与 $y(t)$ 之间以及 $x_2(t)$ 与 $y(t)$ 之间的常相干函数, 把 $r_{y,1}^2 > r_{y,2}^2$ 的输入选为 $x_1(t)$, 于是 $x_{2,1}(t)$ 将在 $x_2(t)$ 中去掉 $x_1(t)$ 的线性影响. 对于一个实际的系统, 在不同的频率下同一输入的常相干函数值可能会不同, 这时输入间的排队可按各感兴趣的频率下的实际相干函数值的大小进行排队, 再进行该频率下的相干输出功率分析, 得到相干输出功率谱^[2].

1.3 完全相关输入对输出贡献的定性分析

对于完全相关的输入系统,仍考虑图 1 所示的双输入系统,若 $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 完全相关,即有: $r_{12}^2 = 1$,模型可视为一个单输入单输出系统,如图 6 所示.此时 $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 仅相差一个时滞, $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 通过频响函数 $H_3(\omega)$ 相联系:

$$H_3 = e^{-j\omega t} \quad (14)$$

其中 t 为时滞。

此时有:

$$S_{yy} = |H_1 + H_2 H_3|^2 S_{11} \quad (15)$$

由于 $r_{12}^2 = 1$,则在频域内无法将系统分解成为条件输入的单输入单输出系统,难于判断出各输入对输出的贡献大小,该情况下,可以在时域内利用相关函数进行定性的讨论。

1) 相关函数的物理意义

由维纳辛钦公式可以得知,两随机过程的互谱与互相关函数互为富立叶变换对,即有:

$$\begin{aligned} R_{xy}(\tau) &= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xy}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xy}(f) e^{j2\pi f\tau} df + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xy}^*(f) e^{-j2\pi f\tau} df \end{aligned} \quad (16)$$

由上式可将系统在频域中的量转化到时域中, $R_{xy}(\tau)$ 表示 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的互相关函数.互相关函数的值可以反映出输入对输出的贡献,其值越大,说明输入与输出的相关性越强,即输入对输出产生的贡献越大,因此,利用互相关函数,可以定性分析输入对输出的贡献。

2) 互相关分析

对于图 6 所示的系统,可以用图 7 所示的单输入多输出系统来表示,其中 $y(t)$ 是 $y_1(t)$ 与 $y_2(t)$ 的和, $y_1(t)$ 与 $y_2(t)$ 分别是输入 $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 通过系统的响应, $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 通过 H_3 相联系,对于该系统,此时有:

$$S_{yy} = |H_1|^2 \cdot S_{11} + |H_2|^2 \cdot S_{22} + H_1^* H_2 H_3 \cdot S_{11} + H_1 H_2^* H_3^* \cdot S_{11} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} S_{y_1 y_1} &= |H_1|^2 \cdot S_{11} \\ S_{y_2 y_2} &= |H_2|^2 \cdot |H_3|^2 \cdot S_{11} \\ S_{y_1} &= H_1 \cdot S_{11} + H_2 H_3 \cdot S_{11} \\ S_{y_1 y_1} &= H_1 \cdot S_{11} \\ S_{y_2 y_2} &= H_2 \cdot H_3 \cdot S_{11} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

以上各式都有其明确的物理意义,其中 S_{yy} 表示输入与输出的互谱, $S_{y_1 y_1}$ 表示输入 $x_1(t)$ 与 $x_1(t)$ 通过系统的输出之间的互谱。

又因为 $y(t)$ 是 $y_1(t)$ 与 $y_2(t)$ 的和,则可求出 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 分别与总输出 $y(t)$ 的互谱。

$$S_{y_1 y} = |H_1|^2 \cdot S_{11} + H_1^* H_2 H_3 \cdot S_{11} \quad (19)$$

$$S_{y_2 y} = |H_2|^2 \cdot S_{22} + H_1 H_2^* H_3^* \cdot S_{11} \quad (20)$$

利用富立叶变换,则有:

$$R_{y_1 y}(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{y_1 y}(f) e^{j2\pi f\tau} df + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{y_1 y}^*(f) e^{-j2\pi f\tau} df \quad (21)$$

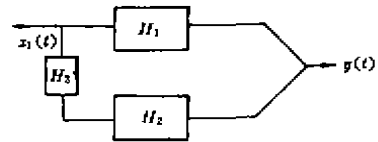


图 6 完全相关的双输入系统

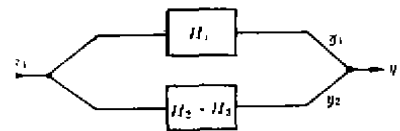


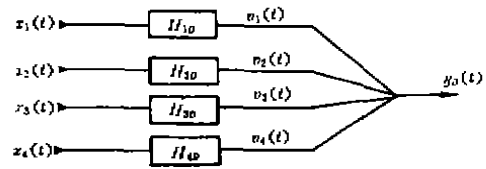
图 7 与图 6 等价的系统模型

$$R_{y_2 y_2}(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{x_2 x_2}(f) e^{j2\pi f \tau} df + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{x_2 x_2}^*(f) e^{-j2\pi f \tau} df \quad (22)$$

以上两式分别计算出了 $y_1(t)$, $y_2(t)$ 与 $y(t)$ 的互相关函数, 比较 $R_{y_1 y_1}(\tau)$ 与 $R_{y_2 y_2}(\tau)$, 可以定性分析在总输出中 $y_1(t)$, $y_2(t)$ 所占成分的大小, 即可比较出各输入对总输出的贡献大小。

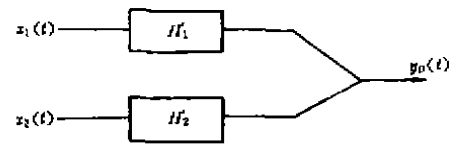
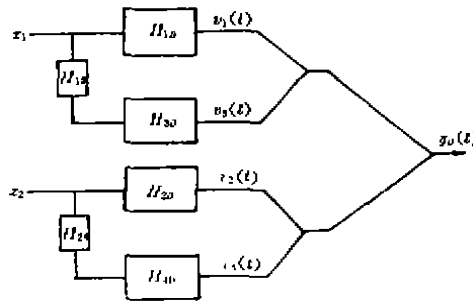
2 汽车的平顺性分析

从有效路形的输入^[3]到汽车任一座椅的输出, 为多输入单输出系统, 并且输入是相关的。因此, 车轮输入对座椅输出的振动传递系统可由图 8 表示。其中 $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 分



别表示左、右前轮输入, $x_3(t)$ 与 $x_4(t)$ 分别表示左、右后轮输入。 $y_0(t)$ 为座椅的输出。 $v_i(t)$ ($i = 1, \dots, 4$) 表示 $x_i(t)$ 通过传递系统的线性输出, H_{i0} 为 $x_i(t)$ 至 $y_0(t)$ 传递路线的频响函数。

由于汽车的前后轮输入只相差一个时滞^[4], 因此 $x_1(t)$ 与 $x_3(t)$, $x_2(t)$ 与 $x_4(t)$ 完全相关, 此时可将图 8 所示的振动模型变为图 9 所示的形式。



其中 $H_{13} = e^{-j2\pi f \cdot L_1/v}$ $H_{24} = e^{-j2\pi f \cdot L_2/v}$, v 为汽车的行驶速度, L_1, L_2 为汽车左右轮对前后轴距。令 $L_1 = L_2$, 即有 $H_{13} = H_{24}$ 。因此, 图 9 所示的系统模型可简单地记为图 10 的形式。

其中 $H_1 = H_{10} + H_{30}H_{13}$ $H_2 = H_{20} + H_{40}H_{13}$

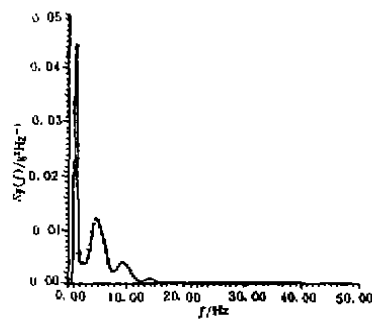


图 11 司机座椅的振动输出功率谱

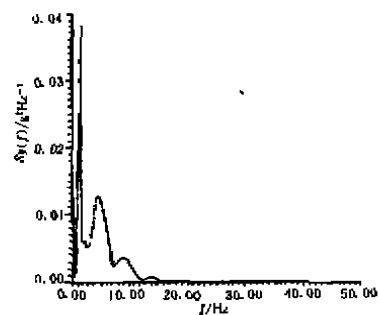


图 12 副司机座椅振动输出功率谱

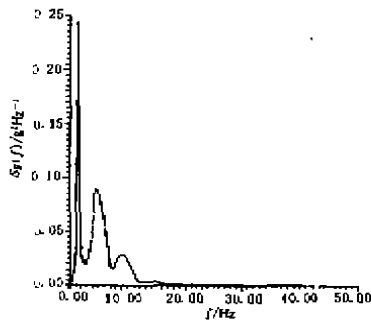


图 13 第一乘客座椅的振动输出功率谱

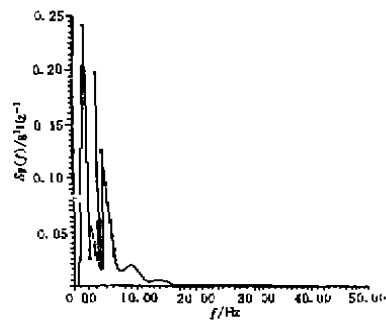


图 14 第二乘客座椅的振动输出功率谱

由于 $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 有一定的相关性,因此图 10 所示的系统为一相关的双输入单输出振动系统。由前面的讨论,可以得到 $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 产生的输出在座椅总输出中所占比例的大小,从而判别出引起座椅振动的主要振源是左两轮或是右两轮。再利用完全相关输入时的分析方法定性分析前后轮输入对座椅输出的贡献,从而找到引起座椅振动的主要振源,采取相应的减振措施,达到减振的目的。

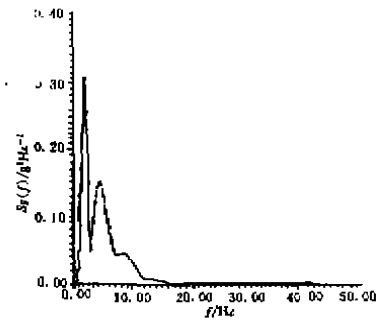


图 15 第三乘客座椅的振动输出功率谱

本文利用上述方法对 LQ6470 型客车座椅进行了平顺性分析。对此车型采用模态综合法建立了 24 自由度(包括 5 个座椅)的结构动力方程。算出了汽车 5 个座椅的加速度功率谱,单位为 g^2/Hz 。图 11~15 分别给出了汽车各座椅的振动功率谱。

从图 11~15 可以看出,汽车座椅的振动谱均有 3 个较明显的峰值,分别对应于频率 1.2、5.2 和 8.9 Hz 附近,且乘客座椅比司机座椅振动值明显较大,其中又以乘客第三排座椅为最甚。附表给出了各座椅 1/3 倍频中心频率处的响应谱。

对于第三乘客座椅,由计算得左两轮输入所引起的输出占座椅总输出的 73.7%,右两轮为 26.3%。

附表 1/3 倍频中心处的座椅响应谱值

	1	2	3	4	5
1.00	0.0407	0.0190	0.0906	0.164	0.152
1.25	0.0435	0.0298	0.242	0.241	0.253
1.60	0.0058	0.0380	0.0972	0.116	0.3014
2.00	0.0039	0.00615	0.0266	0.0249	0.146
2.50	0.0036	0.00545	0.0205	0.0544	0.047
3.15	0.00495	0.00446	0.0276	0.0249	0.088
4.00	0.0108	0.0119	0.0745	0.0137	0.103
5.00	0.0123	0.0124	0.086	0.0839	0.146
6.30	0.00485	0.00483	0.0356	0.0236	0.0612
8.00	0.00298	0.00278	0.0202	0.0164	0.0456
10.0	0.00295	0.00289	0.0238	0.0187	0.0320
12.5	0.0005	0.00051	0.004	0.00337	0.0087
16.0	0.00042	0.00043	0.0021	0.00094	0.00292
20.0	0.00037	0.00039	0.00089	0.00078	0.0012
25.0	0.00025	0.00028	0.00068	0.00056	0.00036

由此可知,引起乘客座椅振动的主要振源是左两轮。图 16~17 给出了乘客座椅的左

前、后轮输入产生的输出与左两轮产生的总输出的互相关图。

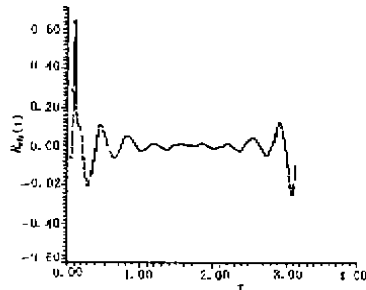


图 16 第三乘客座椅左前轮输入产生的输出与左轮对引起输出的互相关

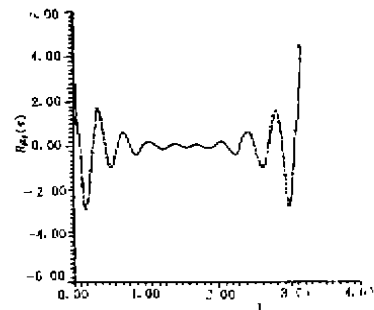


图 17 第三乘客座椅左后轮输入产生的输出与左轮对引起输出的互相关

从图 16~17 可以看出, 引起乘客座椅振动的主要振源是左后轮的输入。为了改善乘客座椅的平顺性, 依据以上计算结果, 例如可以采取改变左后轮的刚度值的措施。图 18 为将左后轮的刚度降低, 得到的第三乘客座椅的振动输出谱。

比较图 15 和图 18, 改变参数以后, 在 15 Hz 范围内乘客座椅的振动输出谱值降低了 13.4%。

以上计算结果表明, 判别出振动的传递路线, 并在主要振源传递处采取减振措施, 可以明显地提高汽车的平顺性。

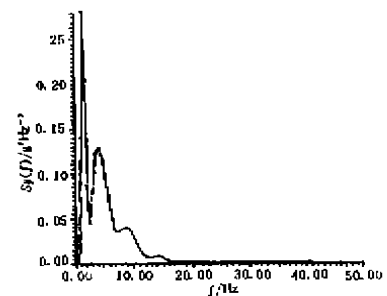


图 18 第三乘客座椅的振动输出功率谱

3 结 论

本文详细地研究了识别相关输入输出系统中输入对输出贡献的方法, 提出了车轮输入与座椅输出的振动传递路径分析模型及相应的计算方法, 取得了较满意的计算结果。证明了该方法是可行的, 也是有实际应用价值的。

参 考 文 献

- 1 徐昭鑫. 随机振动. 北京, 高等教育出版社, 1990
- 2 贝达特 J. S., 皮尔索 A. G.. 相关分析和谱分析的工程应用. 北京, 国防工业出版社, 1983
- 3 Sprinc. J. Vibration of vehicle Veh. Syst. Dun 1988, 17
- 4 Zhang Xiangwei, Nakagiri Shigeru. Time history and spectrum analysis of a four-wheeled vehicle on an uneven road. JSME International Journal, series 1. 1988, 31(1):