1994年1月　　重庆大学学报　　Vol. 17, №. 1
第17卷第1期　　JOURNAL OF CHONGQING UNIVERSITY　　Jan. 1994

78-83　　15

连铸结晶器内湍流场的测试与计算*

Measurement and Calculation for Turbulevt Flow Field in Continuous Casting Mould

何俊范　　文光华　　雷霆
He Junfan　　Wen Guanghua　　Lei Ting
（重庆大学，630044）　　（昆明冶金研究所·650011）

A **摘　要**　将SIMPLE算法应用于冶金中的数值计算，采用 K-ε 双方程模型和雷诺方程数值计算了拉速1.3 m/min条件下连铸结晶器内的三维湍流场。得出了与实测一致的流场特点，同时，得出了松弛因子的新经验值 $\alpha=0.25$ 及压力修正因子 $\alpha_p=0.5$. 编译的计算程序，可用来计算任意有限空间的三维流场。

关键词　数学模型；湍流场；连铸结晶器　连铸坯　结晶器
中国图书资料分类法分类号　TF 777.2

ABSTRACT　The SIMPLE algorithm was applied in numberical calculation of metallurgical process in this paper. By means of K-ε two equations and Reynold equation, three dimensional turbulent flow field in C C mould is computed on condition of casting speed 1.3 m/min. The flowd field characteristics from the calculation is accorded with that from the measurment. At the same time, the new experience value of relaxation factor $\alpha=0.25$ and correction pressure factor $\alpha_p=0.5$ was obtaned. The general calculation program translated can be used to calculate any three dimensional flow field in arbitrary finite space.

KEYWORDS　mathematical model; turbulent flow field; C C mould

0　引　　言

SIMPLE算法[1]是工程上用压力和速度计算有回流的流场方法，也是目前应用最广泛的方法。在计算雷诺方程时，关键是压力场未知，该方法的特点是先给一个试探压力场，由此可计算近似速度场，不断地对压力进行修正，直到速度场满足连续性方程。

国外，SIMPLE算法已获得广泛的应用，不少学者已成功地应用该方法解决了许多冶金中的湍流问题，但在国内SIMPLE算法在冶金中的应用尚少，本文利用SIMPLE算法，采用 K-ε 双方程模型及雷诺方程和相应边界条件，数值计算了冶金中四孔水口浇注条件下结晶器内三维流场，得出了与实验相一致的流场特点，并获得了满意的结果，同时得出了松弛因子的新经验值。

* 收文日期　1993-04-23

1　数学模型的建立

以180 mm×180 mm 方坯连铸结晶器为模拟对象，计算的假设条件有：①将孤形结晶器简化为直型结晶器，此时引起的误差仅为0.022%；②液体自由面是平静的水面、无扰动；③流体是常物性的、即 ρ=coust，μ_e=Coust；④水口注入流是均匀的，流场为稳定流场。连铸结晶内流体流动为有限空间内湍流射流，描述湍流场的数学方程组有连续性方程，动量方程组及紊流模型。本文采用 k-ε 双方程模型求解速度场，其基本方程有：

连续性方程：
$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

动量方程组：
$$\frac{Du_i}{Dt} = \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial}{\partial x_j}(\xi_{ij}) + F_i \tag{2}$$

$$\xi_{ij} = \mu_e D_{ij} - \frac{\varepsilon}{3}\rho\delta_{ij} \tag{3}$$

$$\mu_e = \mu_L + \mu_t \tag{4}$$

$$D_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \tag{5}$$

$$\xi_{ij} = \begin{cases}1 & i = j\\ 0 & i \neq j\end{cases} \tag{6}$$

K-ε 双方程模型：
$$\mu_t = \rho\cdot C_\mu K^2/\varepsilon \tag{7}$$

湍动能输运方程（K 方程）
$$\frac{\partial K}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial X_j}(u_j K) = \frac{\partial}{\partial X_j}\left(\frac{\mu_e}{\rho\cdot\sigma_k}\cdot\frac{\partial K}{\partial X_j}\right) + \frac{1}{\rho}G - \varepsilon \tag{8}$$

湍动能耗散方程（ε 方程）：
$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \left(\frac{\partial}{\partial X_j}(U_j\varepsilon)\right) = \frac{\partial}{\partial X_j}\left(\frac{\mu_t}{\rho\cdot\sigma_\varepsilon}\cdot\frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j}\right) + C_1\cdot\frac{G}{\rho\cdot K}\varepsilon - C_2\cdot\varepsilon^2/K \tag{9}$$

$$G = \mu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i}\right)\frac{\partial u_i}{\partial u_j} \tag{10}$$

式中各系数分别取为：$C_\mu = 0.9$，$C_1 = 1.44$，$C_2 = 2.23$，$\sigma_k = 1.0$，$\sigma\varepsilon = 1.3$，$a = 0.25$，$\alpha_p = 0.5$。

结晶器内坐标系的选择如图1，研究的流动为轴对称流场，取1/4部分作为研究对象，其边界条件：

液面自由面（$Z = H = -160\ mm$，$0 < x < X$，$0 < y < Y$），$u = v = w = 0$，$\frac{\partial p}{\partial z} = 0$，$K = \varepsilon = 0$。

水口出口处（$x = y = z = 0$），采用不渗透对称边界条件[2]，在 x-z 平面（$y = 0$，$0 \leqslant x < X$，$0 \leqslant z < Z$），如图2有：

$$u = \overline{U}_w\cos\theta$$
$$\omega = -\overline{U}_w\sin\theta$$
$$v = 0$$
$$K = 0.01\overline{U}_w$$
$$\varepsilon = K^{3/2}\Big/\left(\frac{D}{2}\right)$$

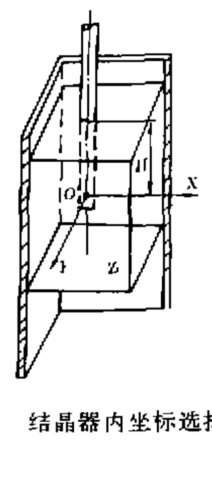

图1　结晶器内坐标选择

在 $y = z$ 平面($x = 0, 0 \leqslant y \leqslant Y, 0 \leqslant z \leqslant Z$) 如图 3 有：

$$u = 0$$
$$v = \overline{U}_{in}\cos\theta$$
$$\omega = -\overline{U}_{in}\sin\theta$$
$$K = 0.01\overline{U}_{in}^{2}$$
$$\varepsilon = K^{3/2} / \left(\frac{D}{2}\right)$$

在下部流出处($0 \leqslant x \leqslant X, 0 \leqslant y \leqslant Y, z = 240$ mm)

$$\frac{\partial w}{\partial z} = v = u = 0$$
$$\frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

近壁区域内各项参数变化剧烈，紊流失去了各向同性，采用壁面函数法来确定[3][4]，即有：

$$V^{+} = \frac{1}{K'}\ln(En^{+})$$

$$\frac{\partial k}{\partial n} = 0 \qquad \varepsilon = (\rho C_{\mu} K^{2})^{3/4}/K'$$

式中 K'、E 为系数，对本研究对象，$z \leqslant 0$，$K' = \frac{1}{4}$，$E = 21$ [illegible]，$K' = \frac{1}{5}$，$E = 18$.

壁面采用不渗透及非滑动边界条件处理，在壁面处 $\left(-Z < z < Z, x = \frac{1}{2}, 或\ y = \frac{1}{2}\right)$ 有：

$$u = v = \frac{\partial w}{\partial z} = 0, K = \varepsilon = 0$$

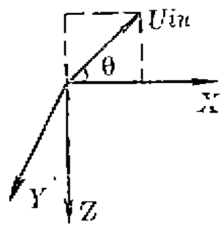

图 2 出口边界条件

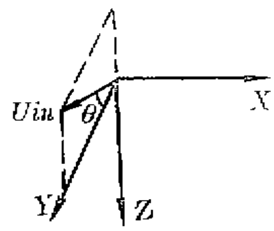

图 3 出口边界条件

2 数学模型的简化和求解

首先对方程(1)～(10)进行无量纲化，然后引入差分格式对方程和边界条件进行离散，用速度压力修正法对方程进行求解。计算网格选用交错网格，网格点为 5×5×20，用等步长进行计算、计算程序框图如图 4，框图中各子程序功能如表 1.

表 1　子程序功能表

名　称	功　　能
ESTP	估计压力场
SUVKE	求估计压力场下的速度场、湍动能、湍动能耗散程序
PREC	压力修正程序
VELC	速度修正程序
PRINT	打印各参数值

采用 FORTRANTT 编译程序，同时采用欠松驰法引入松弛因子 α 及压力修正因子 α，以加速敛收。在重庆大学 M340 机上进行计算。对每个计算剖面取得收敛解约 8 分钟。

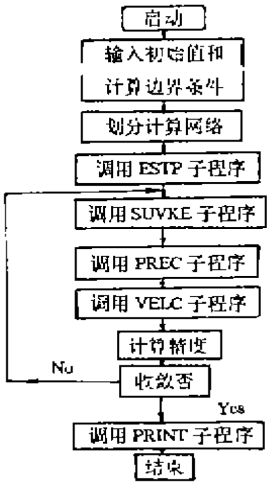

图 4　计算程序框图

3　对计算结果与实测结果的比较与分析

本文计算和测试拉速为 1.3 m/min，在 $y=0$ 中心剖面的速度与湍动能分布如图 5～7，从速度 u，w 和湍动能 K 随距离 X 的变化曲线可看出：在出口射流截面上（$Z=0$）的曲线，u 远大于其它截面上的速度，相应的 K 值也相当大，射流冲击壁面后耗散了大量能量并发生能量转换，使 W 在靠近壁面时（70 mm $<x<$ 90 mm）有较大变化，而在其它位置上变化较小，曲线很平缓，由于伸入式水口占据了上部区域的部分空间，使流体运动的区域变小，同时水口倾角向上也加剧了上部区域的流动，结果使上部区域（$Z<0$）较下部区域（$Z>0$）的回流强烈、速度值大。

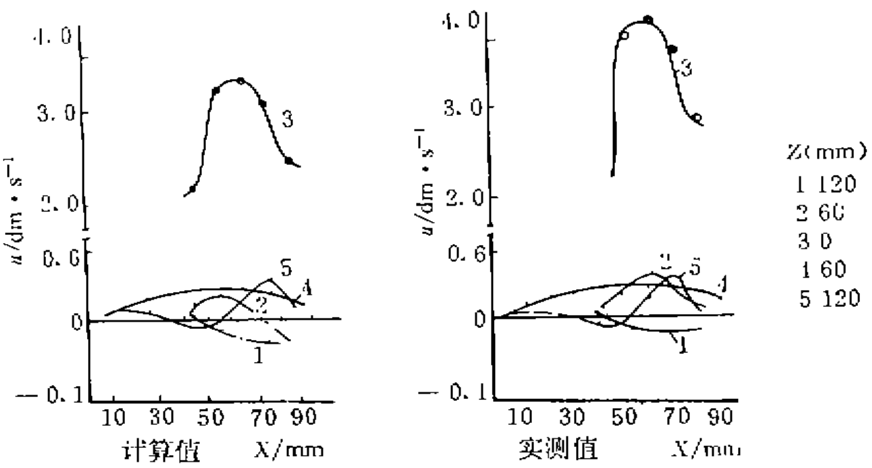

图 5　$y=0$ 中心部面上速度 u 的分布

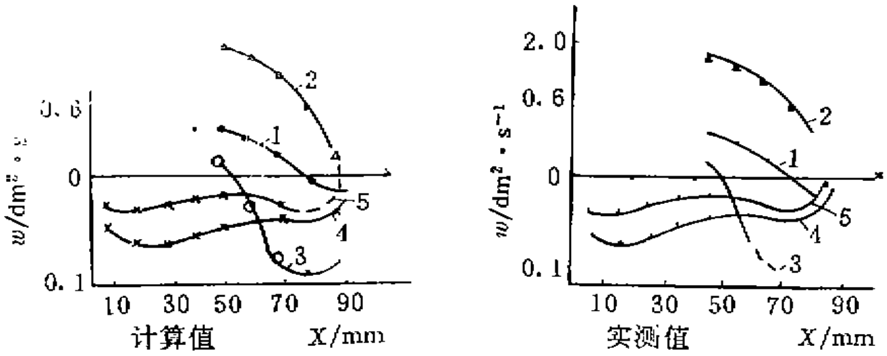

图 6 $y=0$ 中心部面上速度 w 的分布

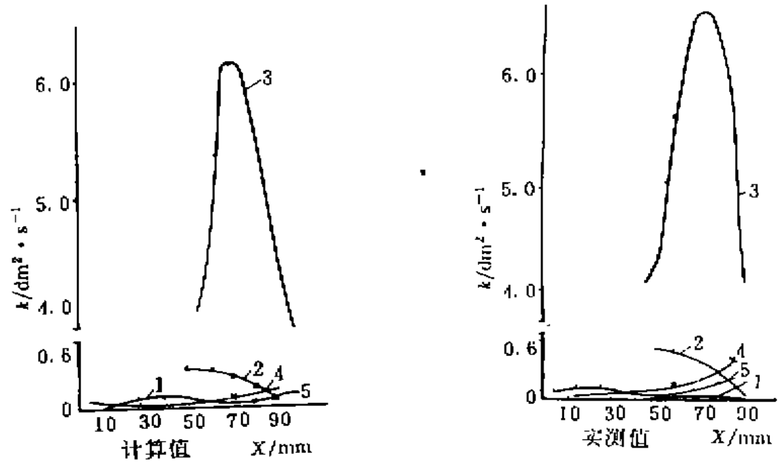

图 7 $y=0$ 中心部面上,湍动能分布

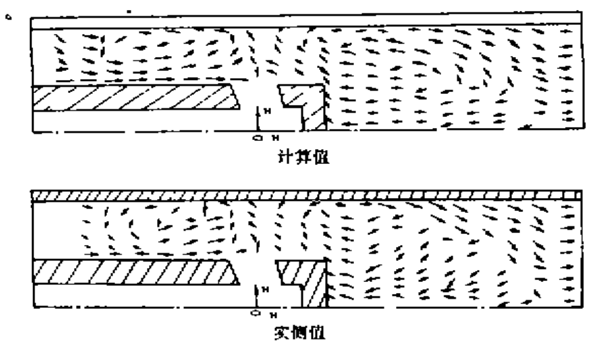

图 8 $y=0$ 中心剖面上的速度矢量分布

比较 5 ～ 9 可知,用二维激光多普勒测速仪测定的结果与计算结果吻合较好。经计算知流动的大部分区域其误差较小,仅在回流的涡心部分误差较大。一方面,涡心部分湍流速度大,速度紊乱,实测可能造成偏差.另一方面 K-ε 双方程模型对涡心部分有局限性,给数值计算带来误差。

流场的流动特点如图 8 ～ 9,在四孔水口倾角向上的条件下,出口射流以一定的倾角与结晶器侧壁相交携带周围介质形成上下两个回流区。上部沿侧壁向上的边缘流股和沿水口附近向下的回流流股形成上部回流区;下部是沿测壁向下的边缘流股和沿中心上升的回流

流股，结晶器中心上升的流股，受水口底部的阻碍分向两侧渗入到循环运动中。

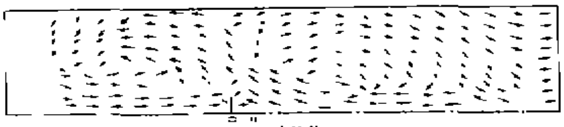

图 9　$y = 45$ mm 剖面的速度矢量分布

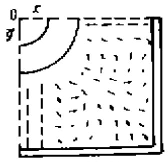

图 10　横剖面($Z = 0$)速度矢量分布

图 9 是 $y = 45.00$ mm 纵剖面的计算结果，它与 $y = 0$ 中心剖面流场有相似的特点，由于伸入式水口不再占据该剖面的上部空间区域，使上、下流股较接近，该剖面正对水口出口、仅相距 5 mm，同时又受两侧孔水口流股的影响，流股间相互干扰和迭加，使流场变得很紊乱，没有了明显的涡心。

图 10 是 $Z = 0$ 的横剖面计算结果，流场特点是：两流股冲击壁面后形成交汇的回流，有很小的涡心，流场呈对称性。

4　结　　论

通过数值计算，对四孔水口射流冲击下结晶器内三维流场有了定量而全面的认识。计算值与实测值吻合较好，并得出了松驰因子的经验值 $\alpha = 0.25$ 和压力修正因子 $\alpha_r = 0.5$。使用该方法计算误差较小，这说明 SIMPLE 法对解决冶金中心湍流问题是一种行之有效的方法。是用来计算和推知那些不易测定的剖面流动特征的十分方便的"工具"。

主 要 符 号

ρ：密度；　μ_e：有效粘度；　μ_t：湍流粘度；　μ_L：分子粘度；　K：湍动能；
ε：湍动能耗散率；　U_m：水口出口平均速度；　D：水口当量直径；　V^+：速度标量；
n^+：无量纲距离；　n：距离壁面垂直距离；　L：结晶器断面边长.
C_μ、C_1、C_2、σ_k、σ_ε、K'、E 为常数
u，v，w 分别为坐标 x，y，z 方向的速度值。

参 考 文 献

1　Patakkar S. V. 著. 传热与流体流动的数值计算. 第一版. 张政译. 北京：科学出版社，1984
2　Youduo He. Mathematical Modeling of Flow in Lorge Tundieh Systems in Steelmaking. Met. Trans, 1986, 17B (3)：449～452
3　Patanker S. V. Heat and Mass Transfer in Boundoty Layers. Zud ed. London. 1970
4　雷霆. 连铸结晶器三维流场的模拟及夹杂物研究：[硕士学位论文]. 重庆：重庆大学冶金及材料工程系，1988