

⑦ 35-40

# 非对称模型下的顺序诊断算法

## Sequential Diagnosis Algorithms in Asymmetric Models

周六丁

Zhou Liuding

汪雪琴

Wang xueqin

陈廷槐

Chen Tinghuai

杨晓帆

Yang Xiaofan

(重庆大学计算机研究所, 重庆, 630044)

TP306.3

**A** 摘要 讨论了顺序  $t$ -可诊断系统的诊断算法问题。在 Malek 和 BGM 模型下, 分别提出了一种顺序诊断算法, 这些算法在测试图是二部图的情形下都是多项式时间复杂性的。

关键词 系统级故障诊断; 诊断算法; 顺序  $t$ -可诊断

中国图书资料分类法分类号 TP306.3

非对称模型, 顺序诊断算法

**ABSTRACT** We discuss the diagnosis algorithm for sequentially  $t$ -diagnosable systems. We present two algorithms, based on the Malek and the BGM model, respectively, with a polynomial time complexity when the test graph is a bipartite graph.

**KEYWORDS** system-level fault diagnosis; diagnosis algorithms; sequential  $t$ -diagnosability

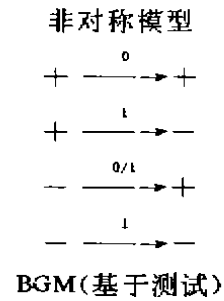
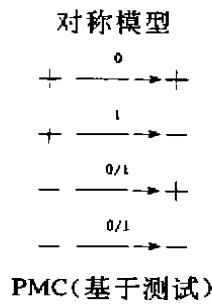
### 0 引 言

1967年, Preparata, Metze 和 Chien 首次提出了系统级故障诊断的图论模型——PMC 模型<sup>[1]</sup>。在 PMC 模型中, 用一个有向图  $G(V, A)$  来表示多处理机系统以及处理机之间的测试关系。图中的顶点代表处理机, 而从一个顶点指向另一个顶点的弧表示前一个处理机对后者的测试, 测试结果可为0或1, 分别表示前者认为后者正常或故障。所有测试结果的集合称为症候。在 PMC 中, 假定只有当测试单元是正常的时候, 测试结果才是可信的。随后, 人们又相继提出了其它的模型。BGM<sup>[2]</sup>, Malek<sup>[3]</sup> 和 Chwa & Hakimi<sup>[3]</sup> 模型是其中的三个重要模型。BGM 模型与 PMC 模型的唯一区别在于: 当被测者为故障时, 对它测试的结果必为1。有时, BGM 也被称为非对称测试模型。

Malek 模型和 Chwa & Hakimi 模型中的症候是通过某些处理机对执行同一任务, 并将所获得的结果进行比较而获得的。若结果是一致的, 测试结果为0; 否则, 测试结果为1。因而基于比较的模型应是一无向图。Malek 模型和 Chwa & Hakimi 模型的唯一不同在于: 在 Malek 模型中, 当参与比较的两个处理机都出故障时, 比较结果假定一定不一致(即为值1); 而在 Chwa & Hakimi 模型中, 此情形下的比较结果可能一致也可能不一致(即或取值1, 或取值0)。Malek 模型通常也被称为非对称比较模型。

若用+, -符号分别表示正常与故障处理机, 则上述四种模型可简洁刻划如下:

\* 收文日期 1993-11-10



Chwa & Hakimi(基于比较)

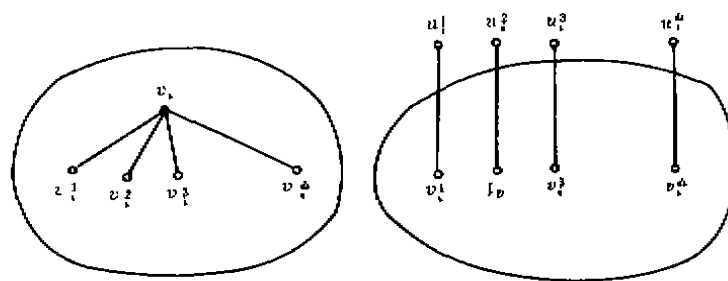
Malek(基于比较)

一个计算机系统称之为是顺序  $t$ -可诊断系统,指的是对于系统实际产生的任一症候,至少有一个故障处理机能被诊断出,只要系统中同时出故障的处理机的数目不超过  $t$ . 对于一个顺序  $t$ -可诊断系统,我们需要找到一种算法,确定出发生故障的那个处理机。

本文将提出在非对称模型(BGM 和 Malek)下的顺序  $t$ -可诊断系统的诊断算法。这些算法的主要特点是:在系统的测试图是二部图情况下,它们都是多项式时间算法。

本文讨论的无向图是连通的,有向图是强连通的。

### 1 Malek 模型下的顺序 $t$ -可诊断系统的诊断算法



系统的无向图表示(图  $G$ )

由图  $G$  构造的图  $G_i$

用无向图  $G(V, E)$  表示一个 Malek 模型下的多处理机系统,而  $G_i(i = 0, 1, \dots, n)$  是由  $G(V, E)$  出发构造的一组图。这里的  $G_i(i = 0, 1, \dots, n)$  定义如下:

$$G_0 = G(V, E)$$

$$G_i = G_i(V_i, E_i) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

其中

$$V_i = (V - \{v_0\}) \cup \{u_1^i, u_2^i, \dots, u_{d_i}^i\}$$

$$E_i = (E - \{\{v_0, v_j^i\} \mid 1 \leq j \leq d_i\}) \cup \{\{u_j^i, u_l^i\} \mid 1 \leq j \leq d_i\}$$

$d_i = d(v_0)$  是顶点  $v_0$  的度数,  $v_j^i$  是与  $v_0$  相邻的顶点,  $u_j^i \in V$ .

在算法中,我们要用到下面的判定问题。

NAME: 项点覆盖(VC)

INSTANCE: 图  $G(V, E)$  和正整数  $k \leq |V|$

QUESTION:  $G$  中是否存在顶点数目小于等于  $k$  的顶点覆盖?

$VC(\langle G, k \rangle)$  表示一个求解实例为  $G(V, E), k$  的顶点覆盖判定问题的过程。如果存在一个  $G$  的顶点覆盖  $X$  且  $|X| \leq k$ , 那么此过程回答“*Yes*”; 否则, 回答“*No*”。

作者曾巧妙地把 Malek 模型下的计算机系统的顺序诊断性问题图灵归约到 VC<sup>[7]</sup>。这样, 一个计算机系统  $G(V, E)$  是或者不是顺序  $t$ -可诊断的就可以通过考察  $VC(\langle G_i, t \rangle) (i = 0, 1, \dots, n)$  的回答来判断。

在提出算法之前,先介绍一些基本概念。

定义 1 在 Malek 模型下, 顶点集  $F \subseteq V$  是系统  $G(V, E)$  在症候  $\sigma$  下的相容故障集当且仅当下面两种情形都不成立:

- 1)  $\sigma(u, v) = 1$  且  $F \cap \{u, v\} = \emptyset$ ;
- 2)  $\sigma(u, v) = 0$  且  $F \cap \{u, v\} \neq \emptyset$ ;  
 $(\{u, v\} \in E)$ .

定义 2  $F_\sigma = \{F; F \text{ 是系统在症候 } \sigma \text{ 下的相容故障集}\}$ 。

定义 3  $F_{\sigma, t} = \{F; F \in F_\sigma \text{ 且 } |F| \leq t\}, (t \in \mathbb{Z}^+)$ 。

定义 4 如一症候  $\sigma$  是在  $t$ -故障情形下发生的, 当且仅当  $F_{\sigma, t}$  至少含有一个非空集合。有了上面的定义, 一个系统是顺序  $t$ -可诊断的就可以形式化定义如下:

定义 5 系统  $G(V, E)$  是顺序  $t$ -可诊断的当且仅当  $\forall (\sigma; \sigma \text{ 是发生在 } t \text{-故障情形下的}), \bigcap_{F \in F_{\sigma, t}} F \neq \emptyset$ 。

作者曾证明了下面的引理和定理<sup>[7]</sup>。

引理 1 系统  $G(V, E)$  在全 1 症候  $\sigma^* (\forall \{u, v\} \in E, \sigma^*(u, v) = 1)$  下的相容故障集与图  $G$  的顶点覆盖是一一对应的。

定理 1 系统  $G(V, E)$  在 Malek 模型下是顺序  $t$ -可诊断的  $\Leftrightarrow$  存在  $G_i$  使得  $VC(\langle G_i, t \rangle)$  回答“*No*”。( $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ )

定理表明: 一个顺序  $t$ -可诊断系统  $G(V, E)$ , 一定存在  $G_i (0 \leq i \leq n)$  使得  $VC(\langle G_i, t \rangle)$  回答“*No*”, 本文提出的算法就是以此为理论依据的。

算法的基本过程如下:

1) 考察症候中是否存在其值为 0 的比较结果。若存在, 转第 3) 步; 否则, 继续往下执行。

2) 调用过程  $VC(\langle G_i, t \rangle) (i = 0, 1, \dots, n)$ 。若  $VC(\langle G_i, t \rangle)$  回答“*No*”, 打印  $i$  出故障, 算法停止。 $k \in \{0, 1, \dots, n\}$

3) 从比较结果为 0 的两个处理机出发, 利用图的宽度搜索找出发生故障的处理机。

若系统  $G(V, E)$  是顺序  $t$ -可诊断的, 利用下面的顺序诊断算法可定出一个发生故障的处理机。

我们用邻接表来表示图  $G(V, E)$ 。

PROCEDURE MASDA

1) 考察症候  $\{\sigma(u, v) | (u, v) \in E\}$ , 若存在  $\sigma(u', v') = 0$  转 4)。

- 2) 构造  $G_0, G_1, \dots, G_n$ .
- 3) FOR  $i = 0$  TO  $n$  DO
  - BEGIN
  - 调用 procedure VC( $\langle G_i, t \rangle$ );
  - IF 回答“NO” THEN
    - BEGIN
    - 打印  $v$ , 出故障;
    - 算法停止;
    - END
  - END
- 4) 放  $u', v'$  于队列 QUEUE 中;
- 5) 置  $u', v'$  无故障标志;
- 6) WHILE QUEUE 非空 DO
  - BEGIN
  - 取队首的顶点  $w$ ;
  - IF 与  $w$  邻接的顶点中有一顶点  $x$  满足  $\sigma(w, x) = 1$  THEN
    - BEGIN
    - 打印  $x$  出故障;
    - 算法停止;
    - END
  - ELSE 将  $w$  的邻接点中未置无故障标志的顶点放入 QUEUE 中
- 7) 打印无故障, 算法停止.

MASDA 算法在二部图情形下是多项式时间复杂性的。算法第 1) 步需要  $O(|E|)$  时间, 第 2), 3) 步需要  $O(|E| \cdot |V|^{3/2})$  时间, 后面部分需要  $O(|E|)$  时间。整个算法需要  $O(|E| \cdot |V|^{3/2})$  时间。

## 2 BGM 模型下的顺序 $t$ -可诊断系统的诊断算法

BGM 模型虽然是基于测试的模型, 但和 Malek 模型一样具有非对称性。因而它们的顺序诊断算法十分相似。

在 BGM 模型中, 如果测试结果为 0, 那么被测试者一定是无故障的。即若  $\sigma(u, v) = 0$ , 则  $v$  一定是无故障处理机。容易证明, 在全 1 症候  $\sigma^*$  下, 系统  $G$  的相容故障集和  $\tilde{G}$  的顶点覆盖一一对应。(  $\tilde{G}$  是有向图  $G$  的基础无向图)。

BGM 模型下的相容故障集是如下定义的:

**定义 6** 在 BGM 模型下, 顶点集  $F \subseteq V$  是系统  $G(V, A)$  在症候  $\sigma$  下的相容故障集当且仅当下面两种情形都不发生

- i)  $\sigma(u, v) = 1$  且  $F \cap \{u, v\} = \emptyset$ ;  
 ii)  $\sigma(u, v) = 0$  且  $v \in F$ . ( $u, v \in V$ )

同样,我们有下面的定理:

定理 2 系统  $G(V, A)$  是顺序  $t$ -可诊断的  $\Leftrightarrow$  存在  $\tilde{G}$ , 使得  $VC(\langle \tilde{G}, t \rangle)$  回答“**No**”,  
 ( $i \in \{0, 1, \dots, n\}$ )

证明 “充分性”

若  $VC(\langle \tilde{G}_0, t \rangle)$  回答“**No**”, 那么由引理 1 知在发生在  $t$ -故障情形下的症候  $\sigma$  下, 一定存在两个处理机  $u$  和  $v$ , 满足  $\sigma(u, v) = 0$ . 从无故障处理机  $v$  出发, 就可搜索到一个出故障的处理机。

若  $VC(\langle \tilde{G}_0, t \rangle)$  回答“**Yes**”, 而某个  $VC(\langle \tilde{G}_i, t \rangle)$  ( $1 \leq i \leq n$ ) 回答“**No**”, 那么在全 1 症候  $\sigma^*$  下, 所有  $F \in F_{i, \dots, n}$  都包含了顶点  $v$ . 这样  $\bigcap_{F \in F_{i, \dots, n}} F \neq \emptyset$ . 在其它发生在  $t$ -故障情形下的症候  $\sigma$  下, 一定存在  $(u, v) \in A$  且  $\sigma(u, v) = 0$ . 从  $v$  出发可以找到一个出故障的处理机。

“必要性”

假设系统  $G(V, A)$  是顺序  $t$ -可诊断的, 但所有  $VC(\langle \tilde{G}_i, t \rangle)$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ ) 都回答“**Yes**”.  $VC(\langle \tilde{G}_i, t \rangle)$  ( $i = 1, \dots, n$ ) 回答“**Yes**”, 那么对  $V$  中的每个顶点  $v$ , 在  $\tilde{G}$  中都存在一个顶点覆盖  $F_i \subseteq V$  满足  $|F_i| \leq t$  且  $v \in F_i$ .  $VC(\langle \tilde{G}_0, t \rangle)$  回答“**Yes**”, 则全 1 症候  $\sigma^*$  是发生在  $t$ -故障情形下的。在  $\sigma^*$  下,  $\forall v \in V, F_i \in F_{i, \dots, n}$ . 因为  $\bigcap_{i \in V} F_i = \emptyset$ , 故  $\bigcap_{i \in F_{i, \dots, n}} F_i = \emptyset$ .

从定理 2 出发, 可以得到的 BGM 模型下, 一个顺序  $t$ -可诊断系统的顺序诊断算法 BGSDA.

算法的主要过程如下:

- ① 考察症候中是否存在为 0 的测试结果. 若存在, 转 ③; 否则, 执行 ②.
- ② 调用过程  $VC(\langle \tilde{G}_i, t \rangle)$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ ). 如果  $VC(\langle \tilde{G}_0, t \rangle)$  回答“**No**”, 打印  $v_0$  出故障, 算法停止.  $k \in \{0, 1, \dots, n\}$ .
- ③ 在测试结果为 0 的两个处理机中, 选择被测试的处理机, 从该处理机出发, 利用图搜索找出发生故障的处理机。

PROCEDURE BGSDA

1) 考察症候  $\{\sigma(u, v) \mid (u, v) \in A\}$ . 若存在  $\sigma(u', v') = 0$ , 转 1).

2) 构造  $\tilde{G}_i$ , ( $i = 0, 1, \dots, n$ ).

3) FOR  $i = 0$  TO  $n$  DO

BEGIN

调用 procedure  $VC(\langle \tilde{G}_i, t \rangle)$ ;

IF 回答“**No**” THEN

BEGIN

打印  $v_i$  出故障;

算法停止;

END

```

    END
4) 放  $v'$  于队列 QUEUE 中;
5) 置  $v'$  无故障标志;
6) WHILE QUEUE 非空 DO
    BEGIN
        取队首的顶点  $w$ ;
        IF 在与  $w$  邻接的顶点中有一顶点  $x$ , 满足  $\sigma(w, x) = 1$  或  $\sigma(x, w) = 1$ 
        THEN BEGIN
            打印  $x$  出故障;
            算法停止;
        END
        ELSE 将  $w$  的邻点中满足  $\sigma(w, y) = 0$  且未置无故障标志的顶点  $y$  放入 QUEUE
        中
    END
7) 打印无故障, 算法停止.
    该算法在二部图情形下的时间复杂性为  $O(|A| \cdot |V|^{3/2})$ .

```

### 3 结束语

本文给出了在 Malek 模型和 BGM 模型下的顺序诊断算法, 并且指出在二部图情形下算法是多项式时间复杂性的 ( $O|E| \cdot |V|^{3/2}$  或  $O|A| \cdot |V|^{3/2}$ ). 而 PMC 模型和 Chwa & Hakimi 模型目前即使在二部图情形下仍未找到有效算法. 随着诊断理论的发展, 出现了自适应诊断这一新的诊断方法. 在自适应诊断中, 顺序诊断问题可以得到容易的解决. 在 [4] 中, Hakimi 和 Nakajima 提出的自适应算法在 PMC 模型下至多通过  $n$  次测试 ( $n$  是处理机数) 就可确定出一个出故障的处理机.

### 参 考 文 献

- 1 Preparata F P, Metzger G, Chien R T. On the connection assignment problem of diagnosable systems, IEEE Trans. Electron. Comput., 1967, C-16, 848~854
- 2 黄世泽, 徐杰, 陈廷槐. Characterization and Design of Sequentially  $t$ -Diagnosable Systems, in Proc. IFTCS-19, 1989, 554~559
- 3 Chwa K Y, Hakimi S L. Scheme for fault-tolerant computing—a comparison of modularly redundant and  $t$ -diagnosable system, Inform. Contr., 1981, 49, 212~238
- 4 Hakimi S L, Nakajima. On adaptive system diagnosis, IEEE Trans. Computers, 1984, c-33 (3): 234~240
- 5 Malek M. Undirected graph models for system — level fault diagnosis. in Proc. 7th symp. comput. Architecture, 1980, 31~35
- 6 Barsi F, Grandoni F, Meastrini P. A theory of diagnosability without repair. IEEE Trans. Comput., 1976, c-25, 585~593
- 7 Zhou Liuding, Yang Xiaofan, Chen Tinghui, Tang Chenli. The Complexity of Determining the Sequential Diagnosability Number in the Malek's Comparison Model, in Proc. ATS-93, 191~196