

(10) 53-5

# 煤层瓦斯运移的数学模型

## Mathematical Model of Methane Transport in Coal Seam

张广洋  
Zhang Guangyang

谭学术<sup>v</sup>  
Tan Xueshu

鲜学福  
Xian Xuefu

杜云贵  
Du Yungui

TD712.51

(重庆大学资源及环境工程学院, 重庆, 630044)

A 摘要 研究了地应力、地电场对煤层瓦斯运移的影响, 并应用渗流理论的基本原理, 建立了考虑地应力、地电场在内的煤层瓦斯渗流方程。

关键词 渗透率; 渗流方程; 瓦斯流动  
中国图书资料分类法分类号 TD712.51

数学模型

ABSTRACT This paper studies the effects of ground stress and ground electrical field on methane transport in coal seam. A gas seepage equation is set up based on the principles of seepage theory, which takes the ground stress and ground electrical field into consideration.

KEYWORDS permeability; seepage equation; methane flow

### 0 引言

我国煤炭资源十分丰富, 而煤层中含有大量的瓦斯, 无论是把煤层瓦斯作为一种资源, 进行抽放来综合开采, 还是把煤层瓦斯作为一种灾害因素加以防治, 如煤与瓦斯突出, 都必须研究煤层中瓦斯的运移特性。

在瓦斯流动的各种参数中, 在一定程度上, 地应力对煤层渗透率起着决定性作用, 这一方面, 国内外学者有所研究<sup>[1~3]</sup>, 而地电场的变化对煤层瓦斯的渗流特性影响的研究是煤层瓦斯渗流力学领域中新发展起来的一个研究方向, 它的研究对煤层中瓦斯的突出预测、预防、煤与瓦斯突出机理的解释和预抽将起到指导性的作用。而这方面的研究, 国外只是苏联在七十年代作了少量工作<sup>[4]</sup>, 国内尚属空白。

### 1 实验方法及结果分析

图1为本文实验所用的三轴渗透试验装置图, 图中(a)为试验系统示意图, (b)为三轴压力室结构示意图。试验装置由三轴压力室、测量系统、侧压系统、瓦斯供给系统、直流电源等几部分组成。实验煤样取自四川南桐矿区的青年煤矿、鱼田堡煤矿、南桐煤矿, 实验用气体为

\* 收文日期 1993-10-08  
国家自然科学基金和国家教委资助项目

甲烷。

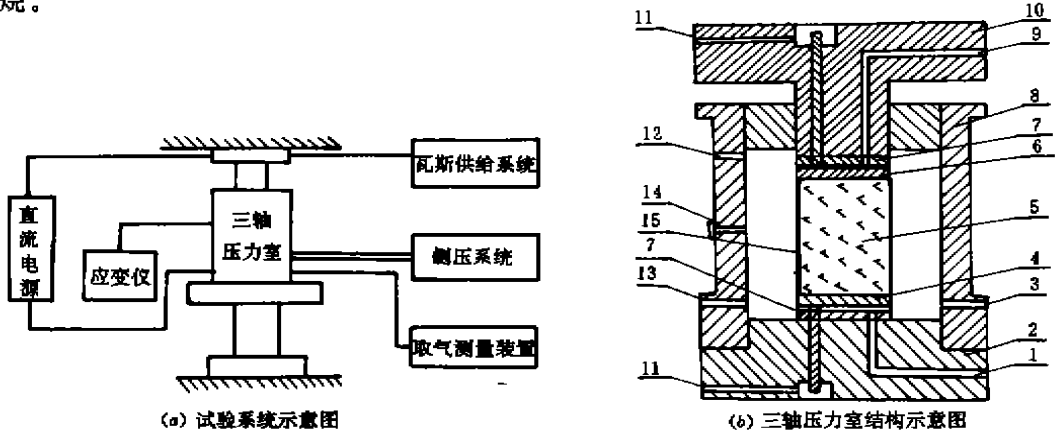


图 1 三轴渗透试验装置图

- 1 出气孔；2 下底活塞；3 进油孔；4 下端电极板；5 煤样；6 上端电极板；7 绝缘板；8 套筒；9 进气孔；10 上端活塞；11 电极孔；12 排气孔；13 出油孔；14 应变片接线入口；15 “703”胶套

由达西定律可知成型煤样的渗透率计算公式如下：

$$K = \frac{0.2Q_0 P_0 \mu L}{(p_1^2 - p_2^2) A} \quad D \quad (1)$$

式中： $Q_0$ —渗流流量， $\text{cm}^3/\text{s}$ ； $p_0$ —测量点的大气压， $\text{MPa}$ ； $p_1$ —进口瓦斯压力， $\text{MPa}$ ； $p_2$ —出口瓦斯压力， $\text{MPa}$ ； $L$ —试样长度， $\text{cm}$ ； $A$ —试样的横截面积， $\text{cm}^2$ ； $\mu$ —气体动力粘度， $\text{mPa} \cdot \text{s}$ 。

1.1 应力对煤样渗透率的影响

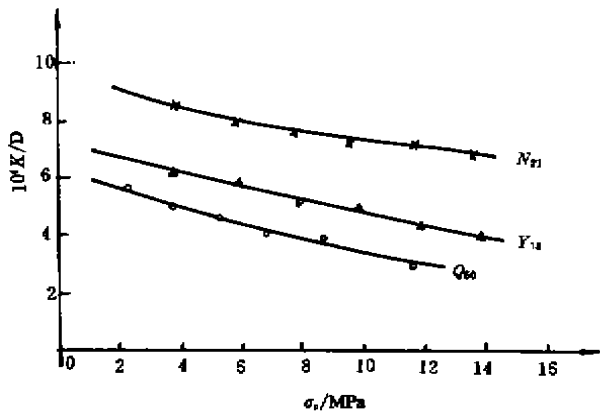


图 2 煤样的渗透率  $K$  与有效应力的关系

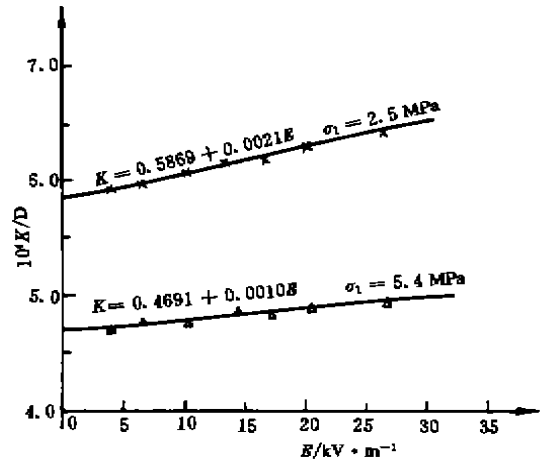


图 3 煤样的渗透率  $K$  与电场强度  $E$  的关系

图 2 是煤样的渗透率随有效力  $\sigma_e$  的变化规律。图中的符号  $Q$ 、 $Y$ 、 $N$  分别代表青年矿煤样、鱼田堡矿煤样和南桐矿煤样，符号后的数字代表煤样的编号。实验结果表明，煤样的渗透率  $K$  与有效应力呈指数关系即满足：

$$K = K_0 e^{-m(\sigma_e - \sigma_1)} = K_0 e^{-m\sigma_e} \quad D \quad (2)$$

式中:  $\sigma_e$ —有效应力,  $\sigma_e = \sigma_3 - p$ , MPa;

$\sigma_3$ —围压, MPa;

$p$ —瓦斯压力, MPa;

$m$ —常数.

### 1.2 电场对煤样渗透率的影响

图 3 为煤样的渗透率与电场强度的变化关系。由图中看出, 在实验电场强度范围内 (3.3 ~ 170 kV/m), 煤样的渗透率与电场强度呈线性关系, 符合下式:

$$K = A + BE \quad (3)$$

式中:  $E$ —电场强度, kV/m;  $A, B$ —拟合常数

## 2 煤层瓦斯运动方程

由文献<sup>[6]</sup>知, 煤层中构成瓦斯流动的通道主要是裂隙系统, 它对煤层瓦斯的流动起决定作用, 因此, 以达西定律为基础研究煤层瓦斯流动的机理是可行的。

达西定律的表达式为: 
$$V = -\frac{0.1K}{\mu} \text{grad} p \quad (4)$$

式中:  $V$ —流速, cm/s;

$K$ —渗透率, D;

$\mu$ —气体粘性系数, mPa·s;

$\text{grad} p$ —压力梯度, MPa/cm.

由于煤层是裂隙系统介质, 其渗透率对应力非常敏感, 考虑到应力对渗透率的影响, 根据前面的结果, 由式(2)和式(4)将达西定律修正为:

$$V = -\frac{0.1K_0}{\mu} e^{-n(\sigma_3-p)} \text{grad} p \quad (5)$$

在地电场存在的情况下, 煤层的渗透率将受到影响。考虑到电场的影响, 由式(3)和式(5)又对达西定律修正为:

$$V = -\frac{0.1K_0}{\mu} (1 + nE) e^{-n(\sigma_3-p)} \text{grad} p \quad (6)$$

式中:  $K_0, n, m$  均为常数, 其它同前。

(6) 式中, 令  $K' = 0.1K_0(1 + nE)e^{-n(\sigma_3-p)}$

$$\therefore V = -\frac{K'}{\mu} \text{grad} p \quad (7)$$

由于地质构造的作用, 实际煤层并非各向同性, 即使是各向同性的煤体, 由于所处地应力的各向异性, 也将导致渗透率的各向异性。本文使用渗透率张量  $K_i$  来描述这种各向异性,  $K_i$  表示为:

$$K_i = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \quad (8)$$

这里的 1、2、3 分别表示直角坐标  $x, y, z$ 。由于  $K_i$  是一个对称张量, 所以  $K_{ij} = K_{ji}$ , 通过矩阵运算, 将上述矩阵变为一个对角矩阵, 即:

$$\text{diag}K_j = \begin{bmatrix} K^1 & & \\ & K^2 & \\ & & K^3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中, 对角线的渗透率  $K^1, K^2, K^3$  叫做主渗透率, 因此, (7) 式变为:

$$V = -\frac{1}{\mu} \text{diag}(K_x, K_y, K_z) \begin{bmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中:  $K_j = K_{0j}(1 + \alpha E)e^{-\alpha(\sigma_j - p)}$  ( $j = x, y, z$ )

### 3 煤层瓦斯渗流方程的建立

煤层瓦斯渗流是一个十分复杂的渗流问题, 为了使建立的数学模型便于应用, 现作如下假设:

- 1 煤层中瓦斯流动按等温过程处理;
- 2 煤层中瓦斯运动方程采用式(10);
- 3 煤层顶底板围岩的透气性系数与煤层相比要小得多, 所以可以把煤层顶底板围岩视为不透气流;
- 4 瓦斯的粘性系数为常数。

在煤层瓦斯流动为等温过程为假定条件下, 并考虑到煤层瓦斯渗流中, 瓦斯气体并非理想气体, 其压缩性不得不考虑, 这样更符合实际情况, 瓦斯状态方程为:

$$\rho = \frac{\rho_N}{p_N} \cdot \frac{p}{\beta} \quad (11)$$

式中:  $\rho$ — 瓦斯压力为  $p$  时的瓦斯密度;  
 $\rho_N$ — 瓦斯压力为一个标准大气压时的瓦斯密度;  
 $\beta$ — 瓦斯压缩性系数。

瓦斯以吸附和游离两种状态存在于煤层中, 在工程实际中, 作为瓦斯流动的实用分析与计算, 采用瓦斯含量的抛物线方程在很大程度上满足精度要求, 即:

$$q = a \sqrt{p} \quad (12)$$

式中:  $a$ — 煤层瓦斯含量系数。

煤层瓦斯流动必须遵守质量守恒定律, 即满足连续性方程:

$$\text{div}(\rho V) = -\frac{\partial M}{\partial t} \quad (13)$$

式中:  $\rho$ — 瓦斯密度;  
 $V$ — 瓦斯流速向量;  
 $\text{div}(\rho V)$ — 瓦斯流体通量的散度;  
 $\frac{\partial M}{\partial t}$ — 单元体瓦斯质量强度。

由式(10)、(11)、(12)、(13)可导出煤层瓦斯渗流方程为:

$$H \sqrt{p} \operatorname{diag}(K_x, K_y, K_z) \begin{bmatrix} S_x(p) \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + S'_x(p) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \\ S_y(p) \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 + S'_y(p) \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \\ S_z(p) \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 + S'_z(p) \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \end{bmatrix} = \frac{\partial p}{\partial t} \quad (14)$$

式中:

$$H = \frac{2\rho_N(1+nE)}{a\mu \cdot p_N}$$

$$S_i(p) = \frac{e^{-n(\sigma_i - p)}}{\beta^2} \left( \beta + mp\beta - p \frac{\partial \beta}{\partial p} \right)$$

$$S'_i(p) = \frac{p \cdot e^{-n(\sigma_i - p)}}{\beta} \quad (i = x, y, z)$$

(14)式就是煤层瓦斯流动的基本方程,同其它渗流方程相比,本方程考虑了地应力、电场的变化对瓦斯流动的影响。

## 4 结 论

1 煤的渗透率对应力的变化非常敏感,渗透率与有效应力的关系符合下列方程:

$$K = K_0 e^{-m\sigma}$$

2 在有电场存在的情况下,煤的渗透率将发生变化,也即随着电场的增加,渗透率成线性增加,即满足下式:

$$K = A + BE$$

3 在应力和电场的影下,修正的达西定律为:

$$V = - \frac{0.1K_0}{\mu} (1 + nE) e^{-n(\sigma_i - p)} \operatorname{grad} p$$

4 煤层瓦斯渗流方程为:

$$H \sqrt{p} \operatorname{diag}(K_x, K_y, K_z) \begin{bmatrix} S_x(p) \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + S'_x(p) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \\ S_y(p) \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 + S'_y(p) \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \\ S_z(p) \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 + S'_z(p) \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \end{bmatrix} = \frac{\partial p}{\partial t} \quad (14)$$

## 参 考 文 献

- 1 B. B 霍多特著,宋士钊等译.煤与瓦斯突出机理,北京:煤炭工业出版社,1966
- 2 大冢一雄著,邹忠有译.煤层瓦斯渗透性的研究—粉煤成型样的渗透率,煤矿安全,1982,(11):44~51
- 3 Somerton W. H., Effect of stress on permeability of coal, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 1974, (12): 129~145
- 4 ТАРАСОВ В. Г., МЕХАНИКА ГОРНЫХ ДОРОГ И ГОРНОЕ ДАВЛЕНИЕ, АКАДЕМИЯ НАУК СССР СИБИРСКО ОТДЕЛЕНИЕ, 1973, (5): 3~9
- 5 周世宁. 瓦斯在煤层中流动的机理,煤炭学报,1990,15(1):15~24