

① 58-63

煤层瓦斯渗流有限元分析中的几个问题

Several Problems About Analyses of Finite Element Method on Coalbed Gas Seepage Flow

余楚新

Yu Chuxin

鲜学福

Xian Xuefu

TD712.51

(重庆大学资源及环境工程学院, 重庆, 630044)

A 摘要 从煤层瓦斯渗流的基本方程出发, 分析了矿山压力与煤层渗透特征参数的关系; 探讨了与煤层回采循环过程相关的时间变量小区间平均离散法; 根据加辽金积分方程的弱解表达式, 建立了有限元分析的单元特征式。

关键词 矿压; 渗流; 有限元分析

瓦斯

中国图书资料分类法分类号 TD712.51

ABSTRACT Based on the governing equation of gas seepage flow, this paper analyzes; the relationship of the underground pressure and permeability of coal seams, discusses the averagedly discrete methods of small terms of time variable which is related to mining progress of coal seams, and set up the element property formulation on the basis of the weak statement of Galerkin integral equation.

KEYWORDS underground pressure; seepage flow; FEM

0 引 言

煤层中瓦斯的流动是一种包括吸附瓦斯解吸与瓦斯分子扩散的复杂渗流过程。在煤层的回采过程中, 矿山压力通过一定的形式作用在采场周围的媒体上, 使煤层的孔隙率、渗透率及透气性系数等力学特性发生很大的变化。同时, 在煤层的回采过程中, 由于回采工作面不断向前推进, 回采工作面前方煤层的渗流场结构要产生相应的变化。传统的解析方法和有限差分法很难反映出煤层瓦斯渗流场的上述特征。

有限元方法能够适应矿压作用下煤层渗透特征的非均匀性, 且能从一定程度上反映出煤层渗流场结构的变化。本文从矿压作用下煤层瓦斯渗流的基本方程出发, 将时间变量的离散过程与煤层回采过程中回采工作面循环推进过程相联系, 根据渗流基本方程的加辽金积分方程的弱解表达式, 建立起了有限元分析的单元特征式。这就为矿压作用下煤层瓦斯渗流有限元标准分析和系统程序设计奠定了理论基础。

1 煤层瓦斯渗流的基本方程

从工程应用出发,煤层中的瓦斯大体上分为吸附瓦斯和游离瓦斯两种。吸附瓦斯占煤层瓦斯含量的80%~90%,而处于煤体宏观裂隙和微观孔隙中的游离瓦斯不到10%~20%。一般认为,煤层厚度与沿煤层层面方向的尺寸要小得多,可以将煤层瓦斯渗流视为2维渗流问题;在瓦斯渗流过程中,各等压界上瓦斯含量一致;参与渗流的吸附瓦斯可由朗格缪尔(Langmuir)方程或抛物线方程表出。根据质量守恒定律和瓦斯流动连续性原理,煤层瓦斯渗流的基本方程及一般初、边值条件式可表为

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \varphi(P) \frac{\partial P}{\partial t} & (x, y) \in \Omega \\ P = P_0(x, y, t_0) & (x, y) \in \Omega \\ P = P_1(x_0, y_0, t) & t > t_0 \\ \lambda_x \frac{\partial P}{\partial x} + \lambda_y \frac{\partial P}{\partial y} = q(x_0, y_0, t) & t > t_0 \end{cases} \quad (1)$$

参考图 1,式中 P 为瓦斯压力的平方, λ_x, λ_y 为平行与垂直于煤层层面方向上的煤层透气系数。

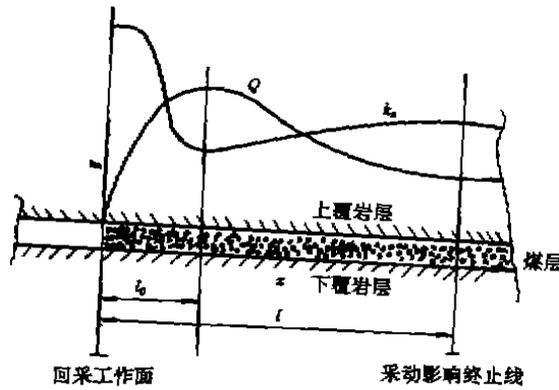


图 1 回采工作面前方煤层支承压力与渗透率分布

煤层的透气性系数可由煤层渗透率表出,而煤层渗透率与煤体应力状态有直接关系,可表为矿山压力的函数。矿山压力 Q ,这里主要是指煤层回采过程中,由于采动影响,在回采工作面前方煤层中的支承压力。它随距工作面的距离 x 而变化。因此,煤层透气性系数 λ 是坐标的函数,即

$$\lambda_i = \frac{Ki}{2\mu P_i} = \lambda_i [Q(x, y)] \quad (i = x, y) \quad (2)$$

公式(1)中的 $\varphi(P)$ 反映了煤体中瓦斯的赋存与解吸状态,一般为

$$\varphi(P) = \frac{ab}{2(1 + bP^{\frac{1}{2}})^2 P^{\frac{1}{2}}} (1 - A - W)r + \xi \frac{n}{2P^{\frac{1}{2}}} \quad (3)$$

式中各参数含义与一般文献相同, ξ 是与煤体含量方程相关的符号函数。

显然,由于煤层透气性系数 λ_x, λ_y 及表达式 $\varphi(P)$ 的影响,煤层瓦斯渗流的基本方程是非线性且不对称的抛物线性方程。从工程应用的观点出发,一般将表达式 $\varphi(P)$ 中的变量 P 视

为常数,即用煤层原始瓦斯压力 P_0 代替。

2 时间变量的离散

在煤层的回采过程中,由于回采工作面不断向前推进,回采工作面前方煤层中的支承压力与煤层的渗透特征参数不断变化,作为流场结构的采动影响区煤层处于动平衡状态。适当控制回采工作面推进速度和一次推进距离,回采工作面前方煤层中的支承压力和渗透率将呈现周期性变化,如图 2 所示。

显然,只有选用适当的时间离散方法,才能反映出煤层回采过程中回采工作面不断向前推进的过程。

设在 $t = t_0$ 时刻,渗流场内煤层瓦斯压力平方(简称瓦斯压力,下同)分布为 $P_-(x, y)$,在 $t = t_0 + \Delta t$ 时刻,瓦斯压力为 $P_+(x, y)$,在时间区间 Δt 内,瓦斯压力平均分布为

$$\bar{P}(x, y) = \frac{1}{2} [P_-(x, y) + P_+(x, y)] \quad (4)$$

将煤层瓦斯渗流基本方程式(1),参数 $\varphi(P)$ 线性化后,在时间区间 Δt 内积分,有

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial P}{\partial y} \right) \right] dt = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} F \frac{\partial P}{\partial t} dt \quad (5)$$

公式右边可化为

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} F \frac{\partial P}{\partial t} dt = 2F(\bar{P} - P_-) \quad (6)$$

由于时间区间 Δt 的选取是任意的,有理由认为:在相当小的时间区间 Δt 内,瓦斯压力函数 P 随时间 t 的变化是线性关系,即有

$$P = P_- + \frac{t - t_0}{\Delta t} (P_+ - P_-) \quad t_0 \leq t \leq t_0 + \Delta t \quad (7)$$

因

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial P}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial P_-}{\partial x} \right) + \frac{t - t_0}{\Delta t} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial P_+}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial P_-}{\partial x} \right) \right]$$

故

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial P}{\partial x} \right) dt = \Delta t \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} \right) \quad (8)$$

同理有

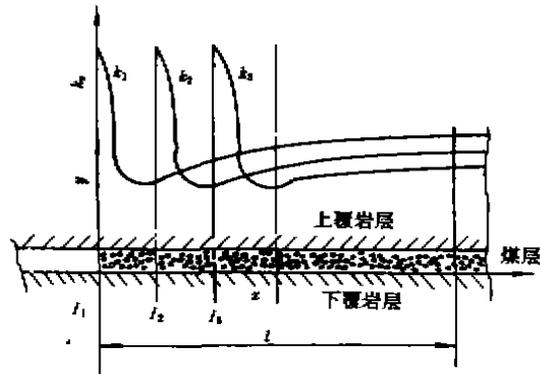


图 2 回采工作面前方煤层渗透率的周期性变化

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial P}{\partial y} \right) dt = \Delta t \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} \right) \quad (9)$$

结合(8),(9)式

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial P}{\partial y} \right) \right] dt = \Delta t \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} \right) \right] \quad (10)$$

由上式与公式(6),在时间区间 Δt 内,煤层瓦斯渗流的基本方程为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} \right) = \frac{2F}{\Delta t} (\bar{P} - P_-) \quad (11)$$

当解出时间区间 Δt 内的平均瓦斯压力函数 \bar{P} 后,由共定义式(10),容易得出

$$P_+ = 2\bar{P} - P_- \quad (12)$$

即为在 $t_0 + \Delta t$ 时刻煤层瓦斯压力平方值。

以此类推,在时间区间 $[0, \tau]$ 内的煤层瓦斯非稳定渗流问题将转化为若干个时间小区间 Δt_i 上的稳定渗流问题。

时间变量的小区间平均离散法与一般有限差分时间离散法相比,其精度相等,但它与煤层回采过程中的回采工作面推进速度和推进距离相联系,具有更强的物理意义。时间变量的小区间平均离散方法的参数选取及其工程实际意义,拟在本文的姐妹篇一应用篇中进一步讨论。

2 单元特征式

在时间区间 Δt 内,煤层瓦斯压力平方的平均值 \bar{P} 的定解方程,由公式(1),(11)可表为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} \right) &= \frac{2F}{\Delta t} (\bar{P} - P_-) & (x, y) \in \Omega \\ \bar{P}|_{\tau_1} &= \bar{P}_1 & \text{在边界 } \tau_1 \text{ 上} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} \right) &= \bar{q} & \text{在边界 } \tau_2 \text{ 上} \end{aligned} \quad (13)$$

\bar{q} 为煤层与上,下岩层交界面上瓦斯渗流比流量在时间 Δt 内的平均值。其它参数含义同前。定解方程式(13)相应的迦辽金积方程为

$$\int_{\Omega} \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} \right) \right] - \frac{2F}{\Delta t} (\bar{P} - \bar{P}_-) \right\} \delta \bar{P} d\Omega = 0 \quad (14)$$

将有关参数代入后,应用格林公式,并注意到定解方程式(13)中的边界条件表达式,有

$$\int_{\Omega} \left\{ \left[\lambda_x \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (\delta \bar{P}) + \lambda_y \frac{\partial \bar{P}}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} (\delta \bar{P}) \right] + \frac{2F}{\Delta t} (\bar{P} - \bar{P}_-) \delta \bar{P} \right\} d\Omega = \int_{\tau_2} \bar{q} \delta \bar{P} d\tau \quad (15)$$

上式即为煤层瓦斯渗流问题迦辽金积分方程的弱解表达式。

与其它文献类似,对区域 Ω 及边界 τ 剖分后,任一单元 e 中的瓦期压力平均函数可表为

$$\bar{P} = P_i \cdot \varphi_i^e(x, y) \quad (16)$$

式中 P_i —单元 e 节点上的瓦斯压力值;

φ_i^e —单元基函数。

将公式(15)中的积分区域取为 e 单元的区域 Ω^e ,并将公式(16)代入,有

$$\int_{\Omega^e} \left\{ \lambda_x \left(P_i \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial x} \right) \cdot \left(\frac{\partial \varphi_i^e}{\partial x} \delta \bar{P} \right) + \lambda_y \left(P_i \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial y} \right) \cdot \left(\frac{\partial \varphi_i^e}{\partial y} \delta \bar{P} \right) + \frac{2F}{\Delta t} (P_i \varphi_i^e - P_{i-1}^e \varphi_i^e) \varphi_i^e \delta \bar{P} \right\} = \int_{\tau_2} \bar{q} \varphi_i^e \delta \bar{P} d\tau \quad (17)$$

注意到 $\delta \bar{P}$ 的任意性,上式化简后有

$$\begin{aligned} P_i \int_{\Omega^e} \left\{ \left[\lambda_x \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial x} \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial x} + \lambda_y \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial y} \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial y} \right] + \frac{2F}{\Delta t} \varphi_i^e \varphi_i^e \right\} d\Omega^e \\ = \int_{\tau_2} \bar{q} \varphi_i^e d\tau + \frac{2F}{\Delta t} P_{i-1}^e \int_{\Omega^e} \varphi_i^e \varphi_i^e d\Omega^e \end{aligned} \quad (18)$$

或写为

$$A_i^e P_i = f_i^e \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} A_i^e &= \int_{\Omega^e} \left[\lambda_x \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial x} \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial x} + \lambda_y \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial y} \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial y} + \frac{2F}{\Delta t} \varphi_i^e \varphi_i^e \right] d\Omega^e \\ f_i^e &= \int_{\tau_2} \bar{q} \varphi_i^e d\tau + \frac{2F}{\Delta t} P_{i-1}^e \int_{\Omega^e} \varphi_i^e \varphi_i^e d\Omega^e \end{aligned} \quad (21)$$

公式(21)中的第一项,只有在 e 单元的边界属于 τ_2 时,即 e 单元中有两个节点位于 τ_2 上时才进行计算,否则取零值。 P_{i-1}^e 为单元 e 节点上的值点,即当 $t = t_0$ 时,单元 e 节点上的压力值。

公式(18)或(19)即为煤层瓦斯渗流有限元分析的单元特征式。单元特征式一旦建立,选取适当的单元形式,单元节点数和单元基函数表达式后,其它分析均可按照有限元分析的一般程序进行。

4 单元分析中的渗透特征参数

矿压作用下,煤层透气性系数是坐标变量的函数。在有限元分析中,随着渗流区域 Ω 的剖分,煤层透气性系数分布在各个单元上,即

$$\begin{cases} \lambda_x = \sum_{i=1}^M \lambda_x^i(x, y) \\ \lambda_y = \sum_{i=1}^M \lambda_y^i(x, y) \end{cases} \quad (22)$$

式中 M —区域 Ω 剖分后的单元总数。

显然,各单元的透气性系数表达式可直接代入单元特征式(19)中,参数 A_i 可表为

$$A_i = \int_{\Omega^e} \left\{ \left[\lambda_x \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial x} \frac{\partial \varphi_j^e}{\partial x} + \lambda_y \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial y} \frac{\partial \varphi_j^e}{\partial y} \right] + \frac{2F}{\Delta t} \varphi_i^e \varphi_j^e \right\} d\Omega^e \quad (23)$$

但是,实际上矿压作用下煤层透气性系数是通过现场观测或模拟实验取得原始数据,然后在不同区段煤层中采用曲线拟合或其它数学方法获得。在单元分析中,如直接采用原始离散的煤层渗透特征值,将比采用拟合函数表示的单元特征式(23)精度更高。

设煤层透气性系数在单元 e 上可表为

$$\begin{cases} \lambda_x^e = (\lambda_x)^e \varphi_i^e(x, y) \\ \lambda_y^e = (\lambda_y)^e \varphi_i^e(x, y) \end{cases} \quad (24)$$

式中 $(\lambda_x)^e, (\lambda_y)^e$ —单元 e 各节点上的煤层透气性系数沿平行与垂直于煤层面的取值;

$\varphi_i^e(x, y)$ —等参元基函数,取与瓦斯压力函数近似式(29)中相同的单元基函数。

将上式代入单元特征式(19)中,并注意到下标变量 i, j 的类同关系,有

$$A_i \bar{P}_i = f_i^e \quad (25)$$

式中

$$A_i = \int_{\Omega^e} \left[(\lambda_x)^e \varphi_i^e \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial x} \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial x} + (\lambda_y)^e \varphi_i^e \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial y} \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial y} + \frac{2F}{\Delta t} \varphi_i^e \varphi_i^e \right] d\Omega^e \quad (26)$$

其它参数意义同前。

作为一种简化处理,也可视单元 e 内的煤层透气系数为常数,则参数 A_i 仍可表为

$$A_i = \int_{\Omega^e} \left[\lambda_x^e \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial x} \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial x} + \lambda_y^e \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial y} \frac{\partial \varphi_i^e}{\partial y} + \frac{2F}{\Delta t} \varphi_i^e \varphi_i^e \right] d\Omega^e \quad (27)$$

5 结 论

- 1) 建立在迦辽金积分方程弱解表达式上的有限元分析单元特征式是煤层瓦斯渗流的有限元计算基础;
- 2) 矿压作用下煤层瓦斯非稳定渗流的时间变量,采用小区间平均离散法,在一定程度上反映出煤层回采过程中,回采工作面向前循环推进的特征;
- 3) 在单元特征式中,采用离散分布的煤层渗透特征值及与瓦斯压力函数等参元的基函数,具有比采用煤层渗透特征值拟合函数表达更好的精度。

参 考 文 献

- 1 余楚新,煤层瓦斯流动理论及渗流控制方程的研究,重庆大学学报,1989,12(5):1~9
- 2 Karn F S. Mechanism of Gas Through Coal. Fuel. 1975, 54(2): 279~282
- 3 Harpalani S. The Effect of Gas Evacuation on Coal Permeability. Int J Rock Mech Min Sci And Geomech Abstr. 1981, 21(3): 161~164
- 4 章本照,流体力学中的有限元方法,北京:机械工业出版社,1986