

③ 12-18

# 一类有广泛适用性的综合控制算法\*

## A Kind of Synthetical Control Algorithms with Extensive Adaptability

杨永臻  
Yang Yongzhen

段黎明  
Duan Liming

TP273.3

(重庆大学电子信息工程学院, 重庆, 630044)

**A 摘要** 将闭环极点配置、史密斯预估和自适应控制策略有机地结合起来, 提出了一类单、多变量自校正史密斯预估综合控制算法。并用数字仿真进行了验证。

**关键词** 自适应控制; 史密斯预估; 极点配置; 综合算法

**中国图书资料分类法分类号** TP273.3

综合控制算法

**ABSTRACT** A kind of synthetical control algorithms is presented in this paper. The control stratege achieved by combination closed-loop pole assignment and modified Smith predictor as well as self-tuning control is useful to realize extensive adapability and satisfactory prformance-robustness. Digital simulation experiment demonstrated the availability.

**KEYWORDS** apdative control; modified Smith predictor pole-assignment; synthetical algorithm

### 0 引 言

现代工业控制对象大多是多变量系统, 且具有非线性时变和大纯滞后的特征。显然, 这类系统的控制难度很大。众所周知, 自适应控制是用来控制非线性随机过程的次最优离散控制方法, 它始终想办法对付系统中可能出现的不确定性。Smith 预估器及其变型方法<sup>[1]</sup>是使预估器以内反馈方式包围常规的控制器的, 以期使时滞不再出现于闭环特征方程中。闭环极点配置主要研究极点配置和系统响应特性之间的关系, 它是一种鲁棒性好、最能直观地满足工程设计需要的常规控制策略。同时, 为了提高参数估计的精度和鲁棒性, 可以采用定性与定量相结合的参数估计器<sup>[2]</sup>。因此, 本文提出的综合控制算法是以扩展其适用性, 增强控制系统的性能——鲁棒性出发, 主要研究目的是既重视鲁棒控制又关注鲁棒估计, 具体地就是充分利用极点配置的固有优点\*\*和自适应控制的自校正性能, 弱化 Smith 预估对精确数学模型的依赖以及当对象传递函数的极点靠近原点时系统对扰动敏感等问题, 寄希望于更好地满足现代工业控制系统对控制质量的高要求。数字仿真试验研究证实了所提算法的有效性。

\* 收文日期 1994-01-20

\*\* 马洪. 极点配置自校正控制器算法分析及研究. 重庆大学硕士学位论文, 1987

### 1 基于极点配置的单变量自校正 Smith 预估控制算法(SSSC)

设用 ARMAX 模型所表达的被控对象如下式所示：

$$A(Z^{-1})Y(t) = Z^{-K_{\min}}B'(Z^{-1})U(t) + E(t) + d(t) \tag{1}$$

其中  $A(Z^{-1}) = 1 + a_1Z^{-1} + \dots + a_{na}Z^{-na}$   
 $B'(Z^{-1}) = b'_0 + b'_1Z^{-1} + \dots + b'_{nb}Z^{-nb}$   
 $nb' = nb + K_{\max} - K_{\min}$

$K_{\max}$  和  $K_{\min}$  分别为过程时滞变化的上限和下限。 $E(t)$  为零均值平稳随机噪声。 $d(t)$  为负载扰动。

(1) 式表明，过程时滞已经纳入零点多项式中，从而不再需要时滞的精确信息。SSSC 算法的结构框图如图 1 所示。其中采用改进型 Smith 预估器[1]。

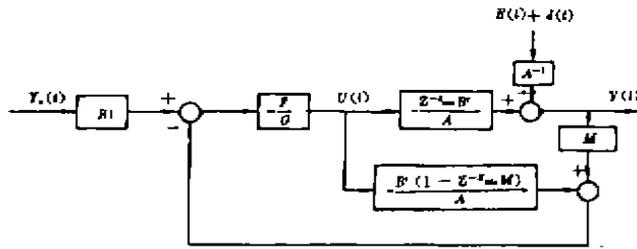


图 1 单变量控制系统结构框图(SSSC 算法)

图中的控制器参数为：

$$F(Z^{-1}) = f_0 + f_1Z^{-1} + \dots + f_{nr}Z^{-nr}, nr \leq na - 1$$

$$G(Z^{-1}) = 1 + g_1Z^{-1} + \dots + g_{ng}Z^{-ng}, ng \leq nb' + K_{\min} - 1$$

由图 1 显见，控制律  $U(t)$  应为：

$$U(t) = \frac{A(Z^{-1})F(Z^{-1})}{A(Z^{-1})G(Z^{-1}) + F(Z^{-1})B'(Z^{-1}) - Z^{-K_{\min}}M(Z^{-1})F(Z^{-1})B'(Z^{-1})} \cdot [R(Z^{-1})Y_r(t) - M(Z^{-1})Y(t)] \tag{2}$$

将(2)式代入(1)式，得到闭环输出表达式为：

$$Y(t) = \frac{Z^{-K_{\min}}R(Z^{-1})F(Z^{-1})B'(Z^{-1})}{A(Z^{-1})G(Z^{-1}) + F(Z^{-1})B'(Z^{-1})} Y_r(t) + \frac{A(Z^{-1})G(Z^{-1}) + F(Z^{-1})B'(Z^{-1}) - Z^{-K_{\min}}M(Z^{-1})F(Z^{-1})B'(Z^{-1})}{A(Z^{-1})[A(Z^{-1})G(Z^{-1}) + F(Z^{-1})B'(Z^{-1})]} [E(t) + d] \tag{3}$$

采用极点配置方法，令(3)式中的特征方程为：

$$A(Z^{-1})G(Z^{-1}) + F(Z^{-1})B'(Z^{-1}) = T(Z^{-1}) \tag{4}$$

$$T(Z^{-1}) = 1 + t_1 Z^{-1} + \dots + t_n Z^{-n}, n \leq na + nb' + K_{\min} - 1$$

为期望的闭环特征方程,可以根据响应特性的要求,人为设定。

考虑(4)式后,(2)式可改写为:

$$U(t) = \frac{A(Z^{-1})F(Z^{-1})}{T(Z^{-1}) - Z^{-k}M(Z^{-1})F(Z^{-1})B'(Z^{-1})} [R(Z^{-1})Y_r(t) - M(Z^{-1})Y(t)] \quad (5)$$

由(5)式可知,控制律 $U(t)$ 与 $G(Z^{-1})$ 无关,而 $F(Z^{-1})$ 的选取不会影响(3)式中的闭环特征方程。因此,(5)式中的 $F(Z^{-1})$ 可以用最方便的方式任意选取。为简单起见,设令

$$F(Z^{-1}) = \frac{1}{B'(1)} \quad (6)$$

为了消除扰动 $d$ 的影响,分析(3)式应有:

$$T(Z^{-1}) - Z^{-k}M(Z^{-1})F(Z^{-1})B'(Z^{-1}) = 0 \quad (7)$$

如只要求消除静态时的扰动影响,则应使

$$M(Z^{-1}) = \frac{T(Z^{-1})}{F(Z^{-1})B'(1)} = T(Z^{-1}) \quad (8)$$

进而为了使静态时的输出 $Y(t)$ 无偏跟踪 $Y_r(t)$ ,由(3)式还应有:

$$\frac{R(1)F(1)B'(1)}{T(1)} = 1, \text{即 } R(1) = T(1) \quad (9)$$

将(8)、(9)式代入(5)式,得到控制策略为:

$$U(t) = \frac{A(Z^{-1})}{T(Z^{-1})[B'(1) - Z^{-k}M(Z^{-1})B'(Z^{-1})]} [T(1)Y_r(t) - T(Z^{-1})Y(t)] \quad (10)$$

分析上式可知,给定 $T(Z^{-1})$ ,即可求得 $U(t)$ ,而无需求解 Diophantine 方程。在线递推估计过程多项式 $A(Z^{-1})$ 和 $B'(Z^{-1})$ 的参数,就实现了自校正功能。因此,算法的有效性和实时性容易得到保证。如果采用文[2]中提出的方法,就可在获得鲁棒估计的同时提高了系统的控制鲁棒性。

## 2 基于极点配置方法的多变量自校正 Smith 预估控制算法(MSSC)

MSSC算法是在SSSC算法的基础上开发出来的,它是综合算法在多变量系统中的推广。设多变量过程模型为:

$$A(Z^{-1})Y(t) = BZ^{-1}U(t) + E(t) + D$$

其中

$$Y(t) \in R^n, U(t) \in R^r, E(t) \in R^n, D \in R^n$$

$D$ 为负载扰动, $E(t)$ 为协方差阵 $\Sigma$ 的白噪声向量序列。 $A(Z^{-1})$ 和 $B(Z^{-1})$ 为 $n \times n$ 阶多项式矩阵,设为下列形式:

$$A(Z^{-1}) = \begin{bmatrix} A_{11}(Z^{-1}) & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & A_{nn}(Z^{-1}) \end{bmatrix}$$

$$B(Z^{-1}) = \begin{bmatrix} Z^{-k_{11}}B_{11}(Z^{-1}) & Z^{-k_{12}}B_{12}(Z^{-1}) & \cdots & Z^{-k_{1n}}B_{1n}(Z^{-1}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z^{-k_{n1}}B_{n1}(Z^{-1}) & Z^{-k_{n2}}B_{n2}(Z^{-1}) & \cdots & Z^{-k_{nn}}B_{nn}(Z^{-1}) \end{bmatrix}$$

$$A_i(Z^{-1}) = 1 + a_{i1}^*Z^{-1} + \cdots + a_{in}^*Z^{-n_i}, \quad i = 1, \cdots, n$$

$$B_{ij}(Z^{-1}) = b_{ij}^0 + b_{ij}^1Z^{-1} + \cdots + b_{ij}^{n_j}Z^{-n_j}, \quad i = 1, \cdots, n; j = 1, \cdots, n$$

为了在进行参数估计时,不去估计慢时变的扰动向量  $D$ ,改写(11)式为:

$$A(Z^{-1})\Delta Y(t) = B(Z^{-1})\Delta U(t) + \Delta E(t) \tag{12}$$

其中  $\Delta = 1 - Z^{-1}$

为了得到多变量系统的参数估值,定义

$$\begin{aligned} X_i^T(t) &= [-\Delta y_i(t-1), \cdots, -\Delta y_i(t-na_i), \Delta u_i(t-k_{i1}), \cdots, \\ &\Delta u_i(t-k_{i1}-nb_i^1), \cdots, \Delta u_i(t-k_{in}), \cdots, \Delta u_i(t-k_{in}-nb_i^n)], i = 1, \cdots, n \\ \hat{\theta} &= [a_1^*, \cdots, a_{2n}^*, b_1^1, \cdots, \cdots, b_{2n}^{2n}] \end{aligned}$$

过程估计模型为:

$$\Delta Y_i(t) = X_i^T(t)\hat{\theta}_i + \xi_i(t), \quad i = 1, \cdots, n \tag{13}$$

这样,就可采用适当的递推参数估计方法,在线估计过程参数。

MSSC 算法的控制律设计简述如下:

已知过程模型如(11)式所示,并设  $\det A(Z^{-1}) = 0$  的全部零点都在  $Z$  平面单位圆内。

为了便于解耦,将(11)式中的  $B(Z^{-1})$  写为:

$$B(Z^{-1}) = D(Z^{-1})B_1(Z^{-1}) + B_2(Z^{-1}) \tag{14}$$

其中  $D(Z^{-1}) = \text{diag}(Z^{-k_{ii}}), \quad i = 1, \cdots, n$

$$D(Z^{-1})B_1(Z^{-1}) = \text{diag}B(Z^{-1})$$

$$B_2(Z^{-1})B_{ij}(Z^{-1}), \text{且当 } i = j \text{ 时, } B_{ii}(Z^{-1}) = 0$$

这时,(11)式可改写为如下形式:

$$A(Z^{-1})Y(t) = D(Z^{-1})B_1(Z^{-1})U(t) + B_2(Z^{-1})U(t) + E(t) + D \tag{15}$$

以(13)式和(15)式为基础,可以将单变量的 SSSC 算法推广到多变量系统,从而构成 MSSC 算法,控制系统框图如图 2 所示。

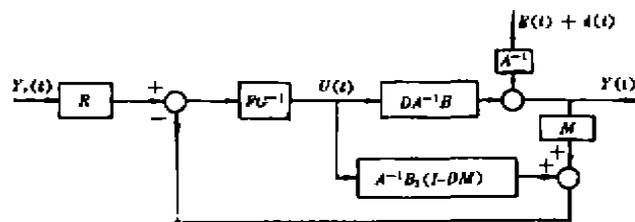


图 2 多变量控制系统结构框图(MSSC 算法)

图中  $F(Z^{-1}) = \text{diag}[F_n(Z^{-1})]$

$$F_n(Z^{-1}) = f_n^0 + f_n^1Z^{-1} + \cdots + f_n^{n_f}Z^{-n_f}, \quad n_f \leq na_n - 1$$

$$G(Z^{-1}) = \text{diag}[G_n(Z^{-1})]$$

$$G_n(Z^{-1}) = 1 + g_n^1Z^{-1} + \cdots + g_n^{n_g}Z^{-n_g}, \quad n_g \leq nb_n + k_n - 1$$

由图 2,可以直接求出控制律为:

$$U(Z^{-1}) = [A(Z^{-1})G(Z^{-1}) + F(Z^{-1})B_1(Z^{-1}) - M(Z^{-1})D(Z^{-1})F(Z^{-1})B_1(Z^{-1})]^{-1}A(Z^{-1})F(Z^{-1})[R(Z^{-1})Y_r(t) - M(Z^{-1})Y(t)] \quad (16)$$

将(16)式代入(15)式,得到闭环系统的输出表达式为:

$$Y(t) = D(Z^{-1})[A(Z^{-1})G(Z^{-1}) + F(Z^{-1})B_1(Z^{-1})]^{-1}R(Z^{-1})F(Z^{-1})B_1(Z^{-1})Y_r(t) + [A(Z^{-1})(A(Z^{-1})G(Z^{-1}) + F(Z^{-1})B_1(Z^{-1}))]^{-1}[A(Z^{-1})G(Z^{-1}) + F(Z^{-1})B_1(Z^{-1}) - M(Z^{-1})D(Z^{-1})F(Z^{-1})B_1(Z^{-1})][B_2(Z^{-1})U(t) + E(t)D] \quad (17)$$

设令

$$A(Z^{-1})G(Z^{-1}) + F(Z^{-1})B_1(Z^{-1}) = T(Z^{-1}) \quad (18)$$

$$T(Z^{-1}) = \text{diag}[T_i(Z^{-1})], i = 1, \dots, n$$

$$T_i(Z^{-1}) = 1 + T_{i1}Z^{-1} + \dots + T_{irn}Z^{-n}$$

这里的  $T_i(Z^{-1})$  是按工艺要求配置的闭环特征方程,它直接影响着系统的输出动态特性。

将(18)式代入(16)式中,得到控制律为:

$$U(t) = [T(Z^{-1}) - M(Z^{-1})D(Z^{-1})F(Z^{-1})B_1(Z^{-1})]^{-1}A(Z^{-1})F(Z^{-1})[R(Z^{-1})Y_r(t) - M(Z^{-1})Y(t)] \quad (19)$$

类同于单变量情况,  $F(Z^{-1})$  可以任意选定。为了简单,设选取  $F(Z^{-1}) = B_1^{-1}(1)$ ,则由(17)式和(18)式得到闭环输出的表达式:

$$Y(t) = [D(Z^{-1})R(Z^{-1})F(Z^{-1})B_1(Z^{-1})T^{-1}(Z^{-1})]Y_r(t) + T^{-1}(Z^{-1})A^{-1}(Z^{-1})[T(Z^{-1}) - M(Z^{-1})D(Z^{-1})F(Z^{-1})B_1(Z^{-1})][B_2(Z^{-1})U(t) + E(t) + D] \quad (20)$$

由上式可知,如令

$$T(Z^{-1}) - M(Z^{-1})D(Z^{-1})F(Z^{-1})B_1(Z^{-1}) = 0 \quad (21)$$

则可实现解耦和消除扰动影响。

如果选取

$$M(Z^{-1}) = F(Z^{-1})B_1(1)T(Z^{-1}) = T(Z^{-1}) \quad (22)$$

即可满足静态解耦的要求。如令

$$R(Z^{-1}) = T(1) \quad (23)$$

即可实现  $Y(t)$  无偏跟踪  $Y_r(t)$ 。

由控制律公式(19) 显见,由于多变量阵  $A, T, M, F, DB_1$  都是对角阵,因此计算还是较为简单的。

### 3 数字仿真

为了证实所提算法的有效性,本文在对数学模型施加一定的随机噪声干扰和负载扰动

的条件下,进行了数字仿真研究.现仅举四个仿真实例子以说明.

例 1 设单变量过程模型为:

$$(1 - 0.694Z^{-1} - 0.158Z^{-2})Y(t) = Z^{-2}(0.137 + 0.46Z^{-1})u(t) + e(t) + d(t) \quad (24)$$

仿真时,取  $T(Z^{-1}) = 1 - 0.5Z^{-1}$ ; 噪声方差为  $0.06^2$ ; 负载扰动为: 当  $t < 90$  时,  $d(t) = 0$ ;  $t \geq 90$  时,  $d(t) = -0.2$ . 仿真结果如图 3 所示.

例 2 设单变量过程模型为:

$$(1 - 0.832Z^{-1} + 0.153Z^{-2})Y(t) = Z^{-2}(0.23 + 0.54Z^{-1})u(t) + e(t) + d(t) \quad (25)$$

这是一个非最小相位系统.

仿真时,取  $T(Z^{-1}) = 1 - 0.5Z^{-1}$ ; 噪声方差为  $0.06^2$ ; 负载扰动为: 当  $t < 90$ ,  $d(t) = 0$ .  $t \geq 90$  时,  $d(t) = -0.2$ . 仿真结果如图 4 所示.

分析图 3 和图 4 可知,使用本文提出的单变量自校正 Smith 予估控制(SSSC)算法,对有纯滞后并附加有随机噪声和负载扰动的被控过程进行控制时,可以实现设定值跟踪和消除静态扰动影响.

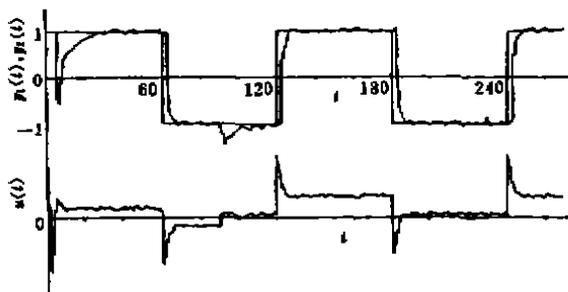


图 3 SSSC 算法对例 1 的仿真曲线

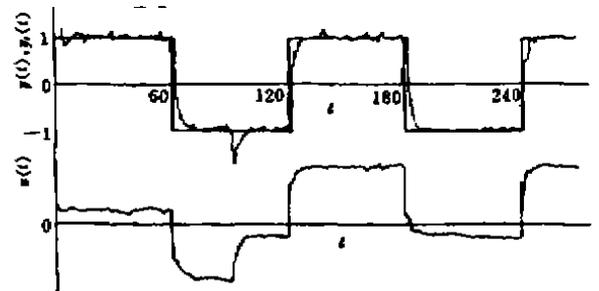


图 4 SSSC 算法对例 2 的仿真曲线

例 3 设双输入——双输出过程模型为:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 + 0.2Z^{-1} - 0.24Z^{-2} & 0 \\ 0 & 1 - 0.24Z^{-1} - 0.35Z^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Z^{-2}(4 + 2Z^{-1}) & Z^{-4}(1 + 0.5Z^{-1}) \\ Z^{-2}(2 - 1.4Z^{-1}) & Z^{-4}(1.5 + 0.6Z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) + d_1(t) \\ e_2(t) + d_2(t) \end{bmatrix} \quad (26) \end{aligned}$$

这是一个双通道时滞有差异( $K_{12} > K_{11}, K_{22} > K_{21}, K_{22} > K_{21}, K_{22} > K_{11}$ )的最小相位系统.使用一般的前馈解耦算法是难以奏效的.

仿真时,取  $T_i(Z^{-1}) = 1 - 0.5Z^{-1}, i = 1, 2$ . 噪声向量元素的方差均为  $0.05^2$ . 负载扰动为: 当  $t < 150$  时,  $d_1(t) = 0.1, d_2(t) = 0.1$ ; 当  $t \geq 150$  时,  $d_1(t) = -0.1, d_2(t) = 0.1$ .

例 4 设双输入——双输出过程模型为:

$$\begin{bmatrix} 1 - 0.3345Z^{-1} - 0.415Z^{-2} & 0 \\ 0 & 1 - 0.349Z^{-1} - 0.4258Z^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} Z^{-1}(0.3056 + 0.6362Z^{-1}) & Z^{-2}(0.1996 + 0.0973Z^{-1}) \\ Z^{-2}(0.2512 + 0.048Z^{-1}) & Z^{-3}(0.2337 + 0.998Z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix} \quad (27)$$

这是一个双通道时滞不同( $K_1 > K_2$ )的非最小相位系统。仿真条件类似于例3。

图5和图6是相应于例3和例4的仿真结果。曲线证实了本文提出的MSSC算法的一定有效性。静态时变量间的耦合完全消除。动态时变量间的影响程度由 $A(Z^{-1})$ 和 $T(Z^{-1})$ 决定,因此,对于不同的系统,控制效果有所不同。

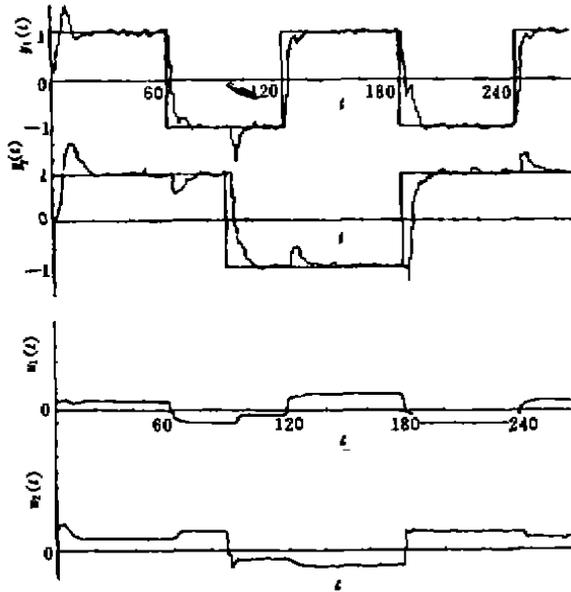


图5 MSSC算法对例3的仿真曲线

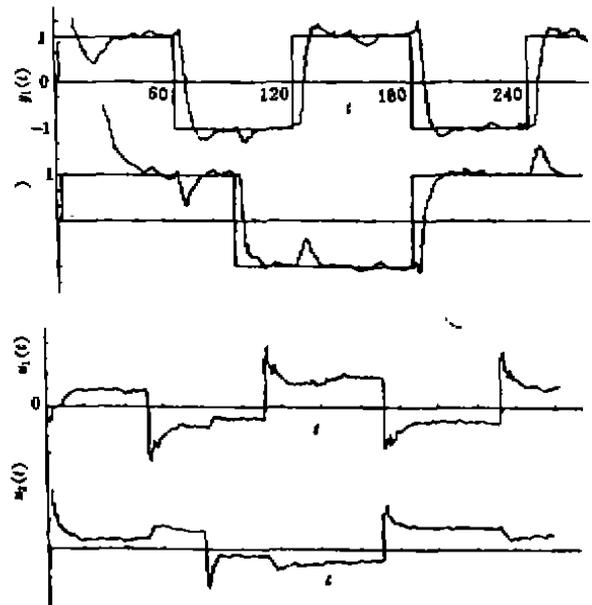


图6 MSSC算法对例4的仿真曲线

#### 4 结束语

本文提出了一类适用于单变量和多变量系统的自校正控制算法。两种算法都是以提高系统的性能——鲁棒性和简化算法为目标,在自适应的基础上将极点配置和Smith预估有机地结合起来,对过程实行控制。由于不需要在线求解Diophantine方程、多变量的解耦简单实用,从而使算法的实时性得到提高。数字仿真研究证实了算法具有较好的设定值跟踪和抗扰动能力,同时可以处理多通道时延不同的被控过程。在此基础上,适当增加模型定性判断及多模态结构部分,充分利用专家控制作为监控级的有效潜力,研究浅知识和深知识相结合的表现模型,可望进一步提高控制系统的性能——鲁棒性,而这正是作者已经开展的研究工作。

#### 参 考 文 献

- 1 Watanabe, K., Modified Smith predictor control for multivariable systems with delay and unmeasurable step disturbance, Int. J. Control, 1983, 37(5), 959~973
- 2 杨永臻, 童俊. 基于综合算法的自适应鲁棒控制. 重庆大学学报, 1993, 16(5), 1~6