

1-124

① 95.18(3) 1-7 1995 | 12166-3 | 018 | 003

锥面包络圆柱蜗杆传动可控失配修形的研究*

Study on ZK Worm Gearing with the Property of Controllable Mismatched Contact

秦大同

Qin Datong

(重庆大学, 重庆, 630044)

张光辉

Zhang Guanghui

加藤正名

Kato Masana

(日本东北大学)

TH 132.44

A 摘要 对锥面包络圆柱蜗杆传动(ZK蜗杆传动)进行了可控修形。分析了修形传动的基本原理。提出了通过改变蜗杆齿面接触点的位置及曲率修正量来改变传动的齿面接触状态的方法。修形加工可通过改变砂轮的几何尺寸及安装参数来实现。

关键词 圆柱蜗杆传动; 失配啮合; 齿面修形; 点接触

中国图书资料分类法分类号 TH132.44

ABSTRACT A method to modify the cone-generated cylindrical worm gearing (ZK-worm gearing) with the property of controllable mismatched contact has been proposed. The basic principle of the modification has been analysed. The contact state of the worm gearing could be modified by changing the contact position and the curvature modification amount, which could be realized conveniently by changing the geometric parameter and the setting parameter of the grind wheel in worm machining.

KEYWORDS cylindrical worm gearing; mismatched contact; tooth modification; point contact

0 引 言

所谓失配啮合就是在设计和加工中有目的地给两配对共轭齿面以差异,以主要解决由制造、安装误差,以及受载变形及热变形等造成的齿面边缘接触和运动精度下降等问题。由于失配啮合传动是以齿面的点接触或局部接触状态为基础的,故也称之为点接触或局部接触传动。

蜗杆失配啮合传动的形成,不要求蜗杆与蜗轮滚刀基本螺旋面的形状或相对位置相同。一般采用不同的展成母面、或采用不同的展成运动参数、或采用不同的加工调整参数来加工蜗杆、滚刀或蜗轮;或者用不同齿形的蜗杆与蜗轮配对啮合等等。

笔者用对蜗杆齿面进行可控曲率修正的方法,实现了锥面包络圆柱蜗杆传动的失配点

* 收文日期 1994-02-26

国家教委优秀年轻教师基金,国家自然科学基金资助项目

啮合。由于蜗杆齿面上啮合点的位置和曲率修正量的大小可以方便地定量选择,由此而决定的蜗杆加工仅需通过改变砂轮母面的尺寸和安装参数就可得以实现,因而有较好的科学性和实用性。

1 基本原理

一对呈线共轭的蜗杆和蜗轮齿面称为理论齿面,依次分别记为 Σ_1 和 Σ_2 。为了获得失配点啮合,可以对蜗杆齿面 Σ_1 进行修正,也可以对蜗轮齿面 Σ_2 进行修正,或对 Σ_1 和 Σ_2 同时修正。显然,分别修正蜗杆和蜗轮为基本方案。而蜗轮的修正要么通过修正滚刀来间接进行,要么采用特定的刀具或加工方法。前者由于是间接修正不易保证其修形精度,后者由于特定刀具的制作或蜗轮齿面的形成都比较复杂,因而实现的难度较大。相比之下修正蜗杆齿面的方案不要求改变蜗轮的滚齿刀具或展成运动,一般可通过对原始母面的几何参数和安装参数的改变来实现,因而是首先应当考虑的方案。

在理论蜗杆 Σ_1 的基础上进行修正而得到的蜗杆称之为失配蜗杆,记为 Σ'_1 。若 Σ'_1 与理论蜗轮 Σ_2 相啮合呈点接触,为保证原有的名义传动比不因修形而改变,要求失配蜗杆齿面的接触点轨迹线 Γ 上各点的径矢与法矢不变。换言之,失配蜗杆 Σ'_1 应与理论蜗杆 Σ_1 沿 Γ 相切。另一方面,为使原有蜗杆传动的重合系数不因修形而下降,应保证 Σ'_1 与 Σ_1 的相切线 Γ 存在于蜗杆螺旋面的全长范围。这样,要获得满足上述条件的失配蜗杆,就只能对理论蜗杆 Σ_1 沿 Γ 的副法线方向 \vec{s} 进行微量修正,具体说来说是对齿面曲率 k_s 进行修正,如图 1 所示。

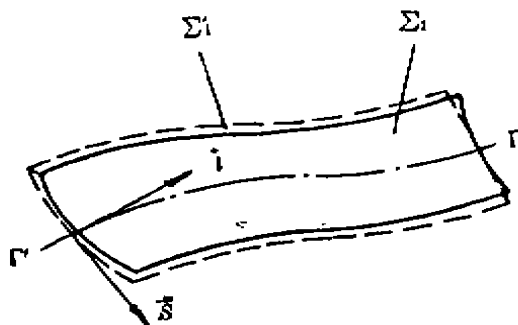


图 1 修形的原理

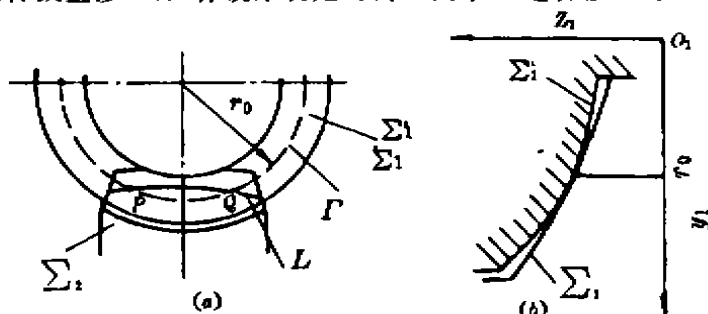


图 2 修形传动的接触状态

由于所研究的锥面包络圆柱蜗杆是由锥面砂轮相对于蜗杆转轴作螺旋运动而形成的。根据蜗杆螺旋面形成的特点,在不改变原加工方法的条件下,上述相切线 Γ 只可能是绕蜗杆转轴的螺旋线,该螺旋线的半径可根据需要加以选定。如果以 Σ'_1 为蜗杆齿面, Σ_1 为滚刀理论螺旋面,则 Σ'_1 与由 Σ_1 展成的蜗轮齿面 Σ_2 可发生瞬时双点接触,其原理如图 2 所

示。图 2a 中, 虚线所示为滚刀理论螺旋面 Σ_1 与失配蜗杆 Σ_1' 的相切螺旋线 Γ , 其半径为 r_0 。 Σ_1 所展成的蜗轮齿面 Σ_2 与 Σ_1 的接触线为实线 L , L 与 Γ 相交于 P 、 Q 两点。当 Σ_1' 与 Σ_2 配对啮合时, Σ_1' 与 Σ_2 在 P 、 Q 两点发生双点接触。图 2b 所示为轴截面内失配蜗杆和滚刀理论螺旋面的关系。图 2a 中, 根据蜗轮齿面 Σ_2 与滚刀理论螺旋面 Σ_1 的接触线随转角移动的方向可知, 相切螺旋线半径 r_0 略大于蜗杆分度圆时, 失配啮合传动具有较大的重合系数, 且接触点的分布区域也较宽。

2 失配啮合传动的修形方法

2.1 锥面包络圆柱蜗杆基本齿面方程

由文献[1], 在与蜗杆固结的坐标系中, 蜗杆的端面齿廓方程为:

$$\begin{cases} u = D \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha / 2 - (A \sin \alpha \operatorname{ctg} \gamma + p \sin \alpha) \operatorname{tg} \theta - (A - p \operatorname{ctg} \gamma) \cos \alpha / \cos \theta \\ \psi = [u(\sin \alpha \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma \sin \theta) - (D \operatorname{tg} \alpha / 2 + b) \cos \gamma] / p \\ x_1 = u(\cos \alpha \cos \theta \cos \psi + \cos \alpha \cos \gamma \sin \theta \sin \psi - \sin \alpha \sin \gamma \sin \psi) \\ \quad + (D \operatorname{tg} \alpha / 2 + b) \sin \gamma \sin \psi + A \cos \psi \\ y_1 = u(-\cos \alpha \cos \theta \sin \psi + \cos \alpha \cos \gamma \sin \theta \cos \psi - \sin \alpha \sin \gamma \cos \psi) \\ \quad + (D \operatorname{tg} \alpha / 2 + b) \sin \gamma \cos \psi - A \sin \psi \\ A = r_1 + D / 2 - m \end{cases} \quad (1)$$

蜗杆齿面的单位法矢方法为:

$$\begin{cases} n_{x1} = \sin \alpha \cos \theta \cos \psi + \sin \alpha \cos \gamma \sin \theta \sin \psi + \cos \alpha \sin \gamma \sin \psi \\ n_{y1} = -\sin \alpha \cos \theta \sin \psi + \sin \alpha \cos \gamma \sin \theta \cos \psi + \cos \alpha \sin \gamma \cos \psi \\ n_{z1} = \sin \alpha \sin \gamma \sin \theta - \cos \alpha \cos \gamma \end{cases} \quad (2)$$

式(1)、(2)中的有关参数为:

u, θ : 分别为锥面砂轮沿母线方向和绕砂轮轴回转方向的参数;

p, ψ : 分别为蜗杆螺旋运动参数和蜗杆相对于砂轮的转角;

m, r_1 : 分别为蜗杆的轴向模数和蜗杆的分度圆半径;

其余有关各量参见图 3。

由式(1)可得蜗杆端面齿廓的极坐标形式的函数关系式 $r^{(1)} = r^{(1)}(\varphi)$, 其中 $r^{(1)}$ 为端面齿廓径矢 $\vec{r}^{(1)}$ 的模; φ 为极角, 见图 3(令 $\xi = 0$ 时)。于是有:

$$\varphi = \operatorname{arctg}(y_1 / x_1) \quad (3)$$

$$r^{(1)} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = x_1 / \cos \varphi = y_1 / \sin \varphi \quad (4)$$

端面齿廓上一点 P 的径矢与齿廓切线 $\vec{\tau}$ 正向的夹角为:

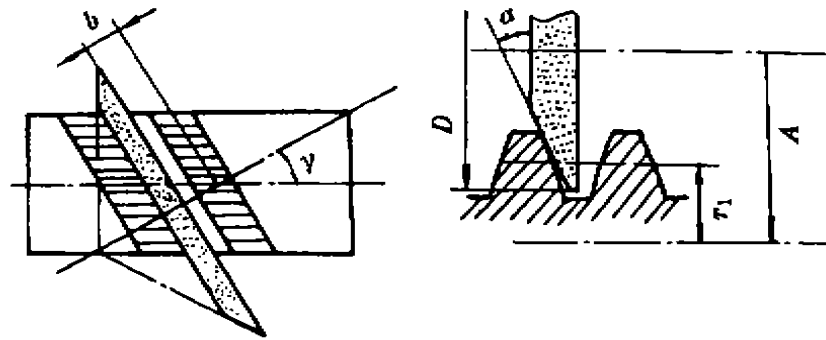


图3 蜗杆的加工参数

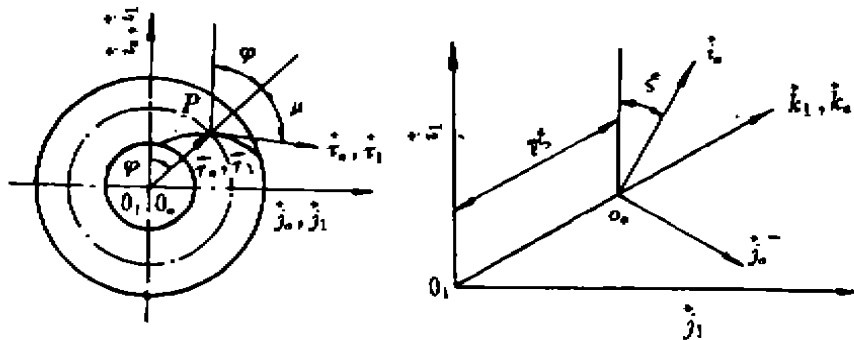


图4 蜗杆端面齿廓参数及坐标系

$$\mu = 90^\circ - \arctg(y_1 / x_1) + \arctg(n_{y1} / n_{x1}) \quad (5)$$

如图4所示。

由式(3)、(4)、(5)求 φ 、 $r^{(1)}$ 和 μ 时,只需在(1)、(2)式中先给出 θ ,分别求得 x_1 、 y_1 和 n_{x1} 、 n_{y1} ,再代入有关各式即可。

设蜗杆端面齿廓与坐标系 σ_0 相固连,该齿廓方程和齿廓上的么切矢可分别表示为:

$$\vec{r}_0 = r^{(1)}(\varphi)\cos\varphi\vec{i}_0 + r^{(1)}(\varphi)\sin\varphi\vec{j}_0 \quad (6)$$

$$\vec{\tau}_0 = \cos(\varphi + \mu)\vec{i}_0 + \sin(\varphi + \mu)\vec{j}_0 \quad (7)$$

令坐标系 σ_0 相对于坐标 σ_1 作螺旋运动,可得蜗杆齿面方程和么切矢的表达式:

$$\vec{r}^{(1)} = r^{(1)}(\varphi)\cos(\varphi + \xi)\vec{i}_1 + r^{(1)}(\varphi)\sin(\varphi + \xi)\vec{j}_1 + p\xi\vec{k}_1 \quad (8)$$

$$\vec{\tau}_1 = \cos(\varphi + \mu + \xi)\vec{i}_1 + \sin(\varphi + \mu + \xi)\vec{j}_1 \quad (9)$$

蜗杆齿面沿螺旋线方向的切矢为:

$$\vec{r}_s^{(1)} = -r^{(1)}(\varphi)\sin(\varphi + \xi)\vec{i}_1 + r^{(1)}(\varphi)\cos(\varphi + \xi)\vec{j}_1 + p\vec{k}_1 \quad (10)$$

蜗杆齿面上点 P 处的么法矢为:

$$\begin{cases} \vec{n}^{(1)} = \vec{r}_1 \times \vec{r}_z^{(1)} / |\vec{r}_1 \times \vec{r}_z^{(1)}| = n_{z1} \vec{i}_1 + n_{y1} \vec{j}_1 + n_{x1} \vec{k}_1 \\ n_{z1} = p \sin(\varphi + \xi + \mu) / \sqrt{p^2 + r^{(1)2} \cos^2 \mu} \\ n_{y1} = -p \cos(\varphi + \xi + \mu) / \sqrt{p^2 + r^{(1)2} \cos^2 \mu} \\ n_{x1} = r^{(1)} \cos \mu / \sqrt{p^2 + r^{(1)2} \cos^2 \mu} \end{cases} \quad (11)$$

2.2 理论蜗杆(滚刀理论螺旋面)与失配蜗杆相切的条件方程

若令式(8)和式(11)为理论蜗杆的齿面方程和么法矢方程,类似地可得失配蜗杆的齿面方程和么法矢方程分别为:

$$\vec{r}^{(1')} = r^{(1')}(\varphi') \cos(\varphi' + \xi') \vec{i}_1 + r^{(1')}(\varphi') \sin(\varphi' + \xi') \vec{j}_1 + p \xi' \vec{k}_1 \quad (12)$$

$$\begin{cases} \vec{n}^{(1')} = n_{z1}' \vec{i}_1 + n_{y1}' \vec{j}_1 + n_{x1}' \vec{k}_1 \\ n_{z1}' = p \sin(\varphi' + \xi' + \mu') / \sqrt{p^2 + r^{(1)'}^2 \cos^2 \mu'} \\ n_{y1}' = -p \cos(\varphi' + \xi' + \mu') / \sqrt{p^2 + r^{(1)'}^2 \cos^2 \mu'} \\ n_{x1}' = r^{(1)'} \cos \mu' / \sqrt{p^2 + r^{(1)'}^2 \cos^2 \mu'} \end{cases} \quad (13)$$

由于理论蜗杆与失配蜗杆相切,在切点有:

$$\begin{cases} \vec{r}^{(1)} = \vec{r}^{(1')} \\ \vec{n}^{(1)} = \vec{n}^{(1')} \end{cases} \quad (14)$$

由式(8)、(11)、(12)、(13)和(14)可得:

$$\begin{cases} r^{(1)} = r^{(1')} \\ \varphi' = \varphi \\ \mu' = \mu \\ \xi' = \xi \end{cases} \quad (15)$$

2.3 曲率修正方程

设在理论蜗杆齿面 Σ_1 和失配蜗杆齿面 Σ_1' 的相切螺旋线 Γ 的副法线方向, Σ_1 和 Σ_1' 的法曲率分别为 $K_s^{(1)}$ 和 $K_s^{(1')}$,在该方向上的法曲率修正量为 ΔK ,于是有

$$K_s^{(1')} = K_s^{(1)} \pm \Delta K \quad (16)$$

式(16)中法曲率的计算式可按下述方法获得:

在锥面砂轮的 P 点建立活动标架 σ_r ,若令 \vec{e}_1 为锥面砂轮沿其直母线主方向(即参数 u 的方向)的一个么切矢, \vec{e}_2 为锥面砂轮沿其回转主方向(即参数 θ 的方向)的另一个么切矢,则 $\vec{e}_3 = \vec{e}_1 \times \vec{e}_2$ 为锥面砂轮的么法矢。 \vec{e}_1 、 \vec{e}_2 方向上锥面砂轮的主法曲率和短程挠率分别为:

$$K_1^{(s)} = 0 \quad K_2^{(s)} = \operatorname{tg} \alpha / u \quad \tau_{y1}^{(s)} = -\tau_{y2}^{(s)} = 0 \quad (17)$$

根据文献[1],锥面砂轮和蜗杆齿面之间沿 \vec{e}_1 和 \vec{e}_2 方向的诱导法曲率和诱导短程挠率分别为:

$$\begin{cases} K_1^{(s1)} = 1 / [\omega_2^{(s1)}V_1^{(s1)} - \omega_1^{(s1)}V_2^{(s1)} + K_2^{(s)}(V_1^{(s1)})^2] \\ K_2^{(s1)} = (K_2^{(s1)}V_2^{(s1)})^2 / [\omega_2^{(s1)}V_1^{(s1)} - \omega_1^{(s1)}V_2^{(s1)} + K_2^{(s)}(V_2^{(s1)})^2] \\ \tau_{p1}^{(s1)} = -\tau_{p2}^{(s1)} = K_2^{(s1)}V_2^{(s1)} / [\omega_2^{(s1)}V_1^{(s1)} - \omega_1^{(s1)}V_2^{(s1)} + K_2^{(s)}(V_2^{(s1)})^2] \end{cases} \quad (18)$$

式(18)中; $\omega_1^{(s1)}$ 、 $\omega_2^{(s1)}$ 、 $V_1^{(s1)}$ 、 $V_2^{(s1)}$ 分别为砂轮与蜗杆齿面之间的相对角速度和相对速度在 \vec{e}_1 、 \vec{e}_2 方向的投影。

蜗杆齿面沿 \vec{e}_1 、 \vec{e}_2 方向的法曲率和短程挠率分别为:

$$\begin{cases} K_1^{(1)} = K_1^{(s)} - K_1^{(s1)} \\ K_2^{(1)} = K_2^{(s)} - K_2^{(s1)} \\ \tau_{p1}^{(1)} = -\tau_{p2}^{(1)} = \tau_{p1}^{(s)} - \tau_{p1}^{(s1)} \end{cases} \quad (19)$$

由于母锥面与蜗杆齿面共轭, \vec{e}_1 、 \vec{e}_2 也可视为蜗杆齿面的么切矢,利用底矢变换将 \vec{e}_1 写到与蜗杆固结的坐标系 σ_1 中有[1]:

$$\begin{cases} \vec{e}_1 = e_{11}\vec{i}_1 + e_{12}\vec{j}_1 + e_{13}\vec{k}_1 \\ \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ e_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi \cos\gamma & -\sin\psi \sin\gamma \\ -\sin\psi & \cos\psi \cos\gamma & -\cos\psi \sin\gamma \\ 0 & \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha \cos\theta \\ \cos\alpha \sin\theta \\ \sin\alpha \end{bmatrix} \end{cases} \quad (20)$$

理论蜗杆与失配蜗杆相切螺旋线 Γ 的切矢由式(10)给出,若它与 \vec{e}_1 方向的夹角为 β ,则有

$$\beta = \arccos[\vec{e}_1 \cdot \vec{\tau}_\xi^{(1)} / |\vec{e}_1| |\vec{\tau}_\xi^{(1)}|] \quad (21)$$

式中, ψ 由(1)式确定, $\xi = 0$ 。

沿 Γ 的切向和副法向上蜗杆齿面的法曲率为[2]:

$$k_r^{(1)} = k_1^{(1)}\cos^2\beta + k_2^{(1)}\sin^2\beta + \tau_{p1}^{(1)}\sin 2\beta \quad (22)$$

$$\begin{aligned} k_s^{(1)} &= k_1^{(1)}\cos^2(\pi/2 + \beta) + k_2^{(1)}\sin^2(\pi/2 + \beta) + \tau_{p1}^{(1)}\sin(\pi + 2\beta) \\ &= k_1^{(1)}\sin^2\beta + k_2^{(1)}\cos^2\beta - \tau_{p1}^{(1)}\sin 2\beta \end{aligned} \quad (23)$$

分析上述推导过程可知,式(15)中 $\xi' = \xi$ 为与蜗杆齿形无关的恒等式,实际的失配修形方程组为:

$$\begin{cases} r^{(1)'} = r^{(1)} \\ \varphi' = \varphi \\ \mu' = \mu \\ k_s^{(1)'} = k_s^{(1)} \pm \Delta k \end{cases} \quad (24)$$

3 失配修形参数及算例

在蜗杆的加工中,为获得失配蜗杆,必须根据由(24)决定的一组参数调整机床修正磨

轮,这一组参数就是修形参数。根据(1)式,对蜗杆齿形有直接影响的参数有:锥面砂轮的底面直径 D ,底锥角 α ,砂轮轴线与蜗杆轴线的交错角 γ ,砂轮底面到砂轮轴线与蜗杆轴线的公垂线的距离 b 。因机床结构的限制,参数 b 一般不便调整,故把 D 、 α 和 γ 作为修形参数。

当蜗杆的齿数、模数等基本参数和 D 、 α 、 γ 等加工参数给定时,理论蜗杆齿面 Σ_1 就确定了,再选定 θ ,由式(1)、(2)、(4)求得相切螺旋线 Γ 的半径 $r^{(1)}$,并由(3)、(5)求得 φ 、 μ ,由有关的计算式求得 $k_1^{(1)}$ 。同样失配蜗杆齿面 Σ_1' 上 Γ 的半径 $r^{(1)'}$ 、 φ' 、 μ' 和 $k_1^{(1)'}$ 可用 θ' 、 D' 、 α' 、 γ' 来确定。于是式(24)可表示为:

$$\begin{aligned} r^{(1)'}(\theta', D', \alpha', \gamma') - r^{(1)}(\theta, D, \alpha, \gamma) &= 0 \\ \varphi'(\theta', D', \alpha', \gamma') - \varphi(\theta, D, \alpha, \gamma) &= 0 \\ \mu'(\theta', D', \alpha', \gamma') - \mu(\theta, D, \alpha, \gamma) &= 0 \\ k_1^{(1)'}(\theta', D', \alpha', \gamma') - k_1^{(1)}(\theta, D, \alpha, \gamma) \mp \Delta k &= 0 \end{aligned} \quad (25)$$

求解式(25)可得磨削失配蜗杆齿面所需的参数 D' 、 α' 和 γ' 。

算例:

作为算例的蜗杆传动的有关参数为:中心距100 mm,模数5 mm,蜗杆头数2,蜗轮齿数31,蜗杆分度圆直径50 mm,齿顶高系数1,变位系数-0.5。对刀棒直径19.5 mm,砂轮安装位置参数 $b = 3.851$ mm,砂轮底面锥角 $\alpha = 19^\circ 46' 11''$,砂轮底面直径 $D = 100$ mm,砂轮安装中心距 $A = 70$ mm,砂轮安装角 $\gamma = 11^\circ 18' 36''$ 。

取 $\Delta k = 0.001$,蜗杆接触点所在圆的半径 $r^{(1)} = 26.00$ mm,计算得到的修形参数为: $D' = 121.58$ mm, $\alpha' = 19^\circ 40' 10''$, $\gamma' = 11^\circ 18' 42''$ 。

蜗杆轴截面齿廓修形量如图5所示。

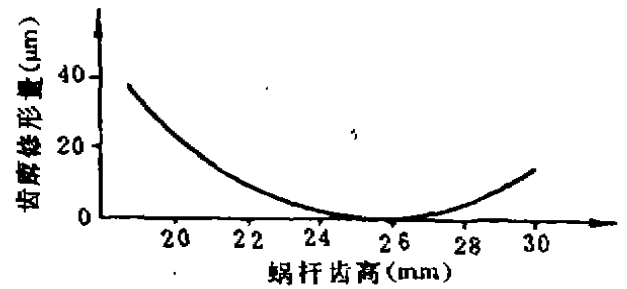


图5 蜗杆轴截面齿廓修形量

4 结 言

本文对锥面包络圆柱蜗杆传动进行了失配修形,通过蜗杆齿面上接触点位置及曲率修正量的选择,可获得设计者期望的齿面接触状态。本文采用的修形方法通过改变砂轮的几何尺寸及安装调整参数就可在生产中得以实现,因而是方便可行的。

参 考 文 献

- 1 陈坚兴. 锥面包络圆柱蜗杆失配啮合传动研制及CAD. [重庆大学硕士学位论文]. 重庆,重庆大学机械一系,1991
- 2 吴序堂. 齿轮啮合原理. 北京:机械工业出版社,1982,237~238
- 3 下河边明等. ウオ-ムキの歯当りと角度伝達精度の研究(第2报)——歯面修整法の検討. 日本精密機械,1980,46(1):98~103