

编者按： 本文是从1992~1994年数届全国大学数学模型联赛中我校十多篇获奖论文中挑选出来的，尽管其学术水平尚低于本刊发展要求，但对于一个大学本科生而言，却是相当难能可贵的，特发表以飧读者。为激励大学生的写作热情，本刊今后将不定期地挤出少量篇幅，继续选登大学生的习作。

53 119-124

# 施肥方案模型\*

## Fertilizing Scheme Model

S 365

任育之                  赵洪宇 ✓                  于燕                  任善强  
Ren Yuzhi              Zhao Hongyu              Yu Yan              Ren Shangqiang

(重庆大学系统工程及应用数学系, 重庆, 630044)

**摘要** 根据给定的施肥量与产量关系的实验数据,通过必要的假设和合理性分析之后,用二次函数去拟合氮肥的作用模型,而用威布尔生长模型去拟合磷、钾肥作用模型。同时,引入修正量 $\Delta Y$ 对模型进行修正,并从实用价值角度对模型进行讨论中得到了最大产量的范围。还讨论了施肥为0时产量值不为0的原因,最后讨论了模型的优缺点。

**关键词** 模型; 施肥方案; 产量分析

中国图书资料分类法分类号 O29

作物, 施肥量

**ABSTRACT** Given the output data of two kinds of vegetables, we developed our method and find the relations between the used fertilizer and the output accordingly. After necessary assumptions and reasonable analysis, we carefully studied the distribution of the data. Then we decided to choose quadratic function to simulate the effects of nitrogen fertilizer, while we use Weibull Model to simulate the effects of phosphate fertilizer and potassium fertilizer. In our result analysis, we use  $\Delta Y$  to modify our method and we got the maximum output in our further discussion. We also analyzed the reason that the output is not zero when we don't use fertilizer. At last, we discussed the strong and weak points of our model.

**KEYWORDS** model; fertilizing scheme; output analysis

### 0 引 言

1992年10月,由中国工业与应用数学学会主持的全国大学生数学模型联赛在北京、上海、重庆等9个赛区同时进行。这次竞赛全国共有74所院校的314个队近千名学生参赛。我校共派出了以任善强为总教练的十个代表队参赛,获得一个特等奖、一个一等奖、二个二等奖。本文荣幸地获得A题特等奖,为适应学报发表要求,对论文形式作了适当修改,竞赛题

\* 收文日期 1994-06-05

获得92年全国大学生建模联赛特等奖,任善强同志为总教练

见附录。

## 1 问题的重述

本问题是分析农作物对主要的几种化肥氮、磷、钾需求的关系,实验中得到的每组数据,是当一个营养素的施肥量变化时,总将另外两种营养素的施肥量保持在给定的第7组数据上。

经作图分析,可以看出对应于第7组施肥量的产量都处于峰值附近,即是在做某一种化肥的实验过程中,另外两种化肥量是合适的,不会因其缺乏(或过量)引起产量的变化。因此本实验应看作农作物的产量只与实验肥料单一元素有关,不考虑交互作用。

## 2 一般性假设及其合理性分析

假设如下:

- 1) 实验前,土壤中本身含有一定的氮、磷、钾。
- 2) 作物产量主要取决于氮、磷、钾的施用,其它微量元素对作物生长需求来说是充足的。
- 3) 施肥方案是有效的,不考虑化肥的损失。
- 4) 数据都是在不受病害,天气及其它客观的因素影响下测得。
- 5) 鉴于第7组施肥量的产量基本在峰值附近。因此氮、磷、钾的作用是相互独立的,不考虑交互作用。

施肥方案的有效性使我们的模型建立在可靠的数据基础上,假设2在题目的第一句话中得到证实,且我们所查到的资料<sup>[1][2]</sup>显示了我们的这条假设是可靠的。尽管资料显示过量的氮、磷的吸收会抑制钾的吸收,但从实验的数据来看实验中氮、磷并没有所谓的过量,这条假设是合理的。对于假设5,我们进行的工作显示这条假设的必要性和合理性。

## 3 问题的分析

我们对给定的实验数据进行分析,注意到施肥量为0时,产量并不为0,故我们推测在土壤中有一定的氮、磷、钾。为了得到产量与氮、磷、钾施肥量的关系,我们对附表中给定的数据进行处理,将有施肥的产量减去施肥量为0的产量,得出新的数据表,并据此作出图1图2。在对土豆的磷肥数据的处理时,出现 $Y(2)-Y(1)<0$ ,我们认为这是为异常数据。

在分析和初步计算的基础上,我们发现因为氮、磷、钾对植物生长的作用是独立的,因此将对其不同特征分别建立模型。首先是氮肥,作物生长需求量很大,但是过量的氮肥会抑制农作物生长,造成产量下降。观察数据分布,近似二次函数,于是我们决定用二次函数来拟合。另外由于磷、钾肥不抑制作物生长产量不会无限上升,当产量上升一定值后就缓慢上升,用生长模型中威布尔模型去拟合磷、钾肥的数据效果较好。

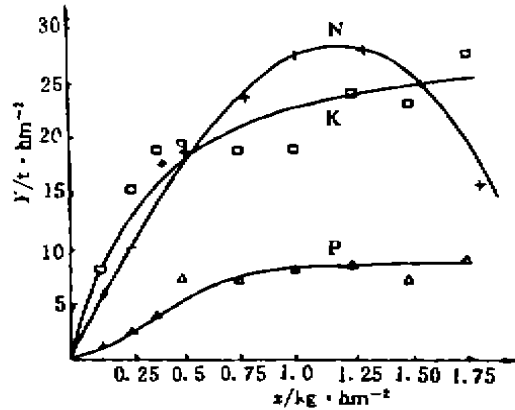


图 1 土豆施肥量与产量关系图

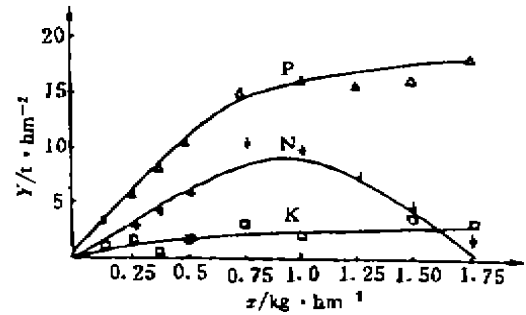


图 2 生菜施肥量与产量关系图

## 4 模型的设计

### 4.1 氮肥模型的设计

由图 1 易见,氮肥的作用曲线近似二次曲线:

$$Y = A + BX_N + CX_N^2$$

式中,  $Y$ : 产量;  $X_N$ : 氮肥施肥量;  $A, B, C$ : 系数

现在利用多项式回归<sup>[3,4]</sup>在计算机上算出  $A, B, C$ , 拟合的曲线为:

$$Y_{1.1} = 14.7404 + 0.196947X_N + (-3.3904 \times 10^{-4})X_N^2$$

$$Y_{2.1} = 10.1661 + 0.101739X_N + (-2.3877 \times 10^{-4})X_N^2$$

其中  $Y_{1.1}, Y_{2.1}$  分别表示土豆和生菜施用氮肥时的产量。

### 4.2 磷肥、钾肥的模型

威布尔生长模型<sup>[3]</sup>

$$Y = Y_0 - De^{R^x}$$

式中:  $D, R$ : 系数, 其中  $Y_0, D, R$  可通过计算得到。结果如下:

$$Y_{1.2} = 43 - 11.50e^{-0.00889X_P}$$

$$Y_{1.3} = 47 - 28.02e^{-0.00680X_P}$$

$$Y_{2.2} = 25 - 18.71e^{-0.00438X_K}$$

$$Y_{2.3} = 20 - 4.45e^{-0.00324X_K}$$

其中  $Y_{1.2}, Y_{1.3}$  分别表示土豆施用磷肥和钾肥时的产量

$Y_{2.2}, Y_{2.3}$  分别表示生菜施用磷肥和钾肥时的产量

$Y_0$  表示施肥量为 0 时的产量

## 5 对结果的分析和模型的改进

### 5.1 氮肥模型结果的分析及模型改进

由计算结果可见二次曲线拟合氮肥施肥量与产量的关系比较精确,绝对误差在结果中最大的是生菜产量的第6个数据,误差为2.061,但相对误差为9.122%,小于10%。由于农业产量受影响的因素很多,理论值和实际值差别较大,最大相对误差小于10%,我们认为可以接受的,因此用二次曲线拟合是成功的,由于农业生产的不确定性,所受影响是多方面的,因此我们在氮肥模型中增加一个误差量,即:

$$Y = A + BX_N + CX_N^2 + \Delta Y$$

$A$  表示不施肥时的产量;  $B$  表示氮肥促进生长的因素;  $C$  表示抑制生长的因素  
氮肥的改进模型:

$$Y_{1,1} = 14.7404 + 0.19647X_N + (-3.39043 \times 10e^{-4})X_N^2 + \Delta Y_1$$

$$Y_{2,1} = 10.1661 + 0.10174X_N + (-2.38767 \times 10e^{-4})X_N^2 + \Delta Y_2$$

其中  $\Delta Y_1, \Delta Y_2$  分别表示土豆和生菜产量的误差量

### 5.2 磷、钾肥模型结果分析

威布尔模型应用于磷、钾肥的研究结果,基本上都准确地符合实测结果,因而我们所建模型是合理的。土豆的钾肥误差稍大,我们试用另一种生长模型<sup>[3]</sup>

$$Y = BX / (A + X)$$

来拟合,初步计算表明误差相当大,我们便放弃了这方面的努力,认为是其它因素的影响,虽然假设中忽略其它因素的影响,但从数据本身的误差,反映了忽略其它因素对问题的解决有一定的影响。

另外与氮肥分析中同理,我们引入误差分量  $\Delta Y$ , 即:

$$Y_{1,2} = 43 - 11.5e^{-0.00889X_P} + \Delta Y_1$$

$$Y_{1,3} = 47 - 28.0e^{-0.00580X_P} + \Delta Y_1$$

$$Y_{2,2} = 25 - 18.7e^{-0.00438X_K} + \Delta Y_2$$

$$Y_{2,3} = 20 - 4.45e^{-0.00324X_K} + \Delta Y_2$$

### 5.3 $\Delta Y$ 的大小

综上所述,在模型中引入了  $\Delta Y$ , 可以解决农业生产中产量的离散性,下面讨论  $\Delta Y$  的大小。我们注意到题中每组数据第7组中作物的实验条件是相同的,但是产量却出现差别。这给我们提供了在拟合数据中确定一个偏差范围,即在第7个施肥水平上的产量求

$$\bar{Y}(7) = [Y_N(7) + Y_P(7) + Y_K(7)] / 3$$

$$\Delta Y_N = |\bar{Y}(7) - Y_N(7)|, \quad \Delta Y_P = |\bar{Y}(7) - Y_P(7)|, \quad \Delta Y_K = |\bar{Y}(7) - Y_K(7)|$$

$$\Delta Y = \max\{\Delta Y_N, \Delta Y_P, \Delta Y_K\}$$

所以,  $\Delta Y_1 = 2.52, \Delta Y_2 = 2.78$

## 6 从应用价值对模型进行讨论

应用威布尔模型拟合磷、钾的模型时, 易知  $X$  趋近无穷大,  $Y$  趋近  $A$ , 得到最大值  $Y^*$

$$Y_{1,2}^* = 43, \quad Y_{1,3}^* = 47$$

$$Y_{2,2}^* = 25, \quad Y_{2,3}^* = 20.2$$

对于氮肥易得最大值

$$Y_{1,1}^* = 43, \quad Y_{2,1}^* = 21$$

比较两组最大值, 得到土豆和生菜的最大产量

$$\max(Y_{1,1}^*, Y_{1,2}^*, Y_{1,3}^*) = Y_1^* = 47$$

$$\max(Y_{2,1}^*, Y_{2,2}^*, Y_{2,3}^*) = Y_2^* = 25$$

考虑到偏差, 最大值范围应为:  $Y_1^* = (44.48, 49.52), Y_2^* = (22.22, 27.78)$

## 7 优缺点分析

优点:

- 1 对氮肥与磷、钾肥分别建模, 用二次函数和威布尔模型拟合, 结果很吻合。
- 2 将施肥效果关系画到一张图上, 便于比较分析和讨论, 容易找到施肥量增加的规律。
- 3 从应用价值的角度和模型改进方面作了较好的分析和估计。
- 4 讨论了施肥量为 0 时产量的意义。
- 5 我们通过讨论, 得到施肥量与产量关系的若干带形域, 更客观的反应实际情况。

缺点:

- 1 模型是建立在所给数据的基础上分析得到的, 如所给数据再多些, 所得模型将与实际吻合和得更好。

### 参 考 文 献

- 1 鲁如坤, 史陶钧. 农业化学手册. 北京科学出版社, 1987, 38~50
- 2 王流正, 姚乃华. 蔬菜施肥技术. 北京: 农业出版社, 1990, 40~62
- 3 方开泰, 金辉, 陈庆云. 实用回归分析. 北京科学出版社, 1988, 20~168
- 4 冯士雍. 回归分析方法. 北京科学出版社, 1985, 42~53

## 附录: 1992 年全国大学生数学模型联赛题

### 题 A 施肥效果分析

某地区作物生长所需的营养家主要是氮(N)、钾(K)、磷(P)。某作物研究所在该地区对土豆与生菜做了一定数量的实验, 实验数据如下列表格所示, 其中 ha 表示公顷, t 表示吨, kg

表示公斤。当一个营养素的施肥量变化时,总将另二个营养素的施肥量保持在第七个水平上,如对土豆产量关于N的施肥量做实验时,P与K的施肥量分别为196 kg/ha与372 kg/ha。

试分析施肥量与产量之间关系,并对所得结果从应用价值与如何改进等方面作出估价。

土豆: N

施肥量 (kg/ha)	产量 (t/ha)
0	15.18
34	21.36
67	25.72
101	32.29
135	34.03
202	39.45
259	43.15
336	43.46
404	40.83
471	30.75

P

施肥量 (kg/ha)	产量 (t/ha)
0	33.46
24	32.47
49	36.06
73	37.96
98	41.04
147	40.09
196	41.26
245	42.17
294	40.36
342	42.73

K

施肥量 (kg/ha)	产量 (t/ha)
0	18.98
47	27.35
93	34.86
140	38.52
186	38.44
279	37.73
372	38.43
465	43.87
558	42.77
651	46.22

生菜: N

施肥量 (kg/ha)	产量 (t/ha)
0	11.02
28	12.70
56	14.56
84	16.27
112	17.75
168	22.59
224	21.63
280	19.34
336	16.12
392	14.11

P

施肥量 (kg/ha)	产量 (t/ha)
0	6.39
49	9.48
98	12.46
147	14.33
196	17.10
294	21.94
391	22.64
489	21.34
587	22.07
685	24.53

K

施肥量 (kg/ha)	产量 (t/ha)
0	15.75
47	16.76
93	16.89
140	16.24
186	17.56
279	19.20
372	17.97
465	15.84
558	20.11
651	19.40

要求针对该实验室拥有或不拥有微型计算机的情况,对上述问题提出你们的解答,并就你所研讨的数学模型与方法在一般情形下进行讨论。