

π, 95, 18 (4)

1-8

1-124

# 预蠕变——塑性的本构描述及其实验验证\*

## Constitutive Description of Precreep-Plasticity with Experimental Verification

0345

彭向和  
Peng Xianghe

曾祥国  
Zeng Xianggou

孙镇华  
Sun Zhenghua

(重庆大学工程力学系, 重庆, 630044)

(清华大学工程力学系, 北京: 100084)

**A** **摘要** 基于热力学相容的本构模型并合理地定义广义时间标度, 得到了描述蠕变、塑性及其交互作用的统一型本构方程。进而通过对蠕变、塑性及其交互作用过程中材料内部子结构及其变化的分析, 将材料的强化分解为对应于累积非弹性变形的强化和由蠕变变形导致的附加强化。对高温环境二维应力路径下 316 不锈钢的预蠕变—塑性变形过程进行了分析, 取得了与 Ohashi 等的实验数据相吻合的结果。 **材料**

**关键词** 塑性; 蠕变; 本构方程; 验证

**实验**

中国图书资料分类法分类号 . O345

**ABSTRACT** In this paper we put forward a constitutive model based on thermodynamics. By introducing generalized time scale, unified constitutive equation including description of creep, plasticity and the creep-plasticity interaction effects, is presented. It is shown that the present unified constitutive equation includes plasticity as one special case ( $dt=0$ ) and creep as the other one ( $ds=0$ ). By means of analysis of material substructure for creep, plasticity and creep-plasticity interaction, a multiplicative hardening function, and an unified evolution rule of the hardening factors are proposed. The theoretical analysis developed here has been compared with Ohashi's experimental results. It seem that the present theory could satisfactorily describe Ohashi's experimental results.

**KEYWORDS** plasticity; creep; constitutive equation; verification

## 0 引 言

在航空、航天、核电、化工和新材料等高新技术产业迅速发展的今天, 提高性能、延长寿命和避免破坏已成为高温结构设计的三个主要目标<sup>[1]</sup>. 为了达到这些目标, 一方面要求材料在更恶劣的条件下服役, 另一方面则要求进行合理的寿命估计和失效分析以避免发生灾难性的事故. 因此, 作为高温材料或结构的可靠性和寿命分析基本前提之一是高温材料本构关

\* 收文日期 1994-09-10  
重庆大学青年基金资助项目

系的研究,尤其是在恶劣工作环境和复杂加载条件下的材料本构关系的研究,成为极需进行的重要工作。

近 20 年来,高温材料本构行为的研究已取得了很大进展。通过对复杂加载条件下材料的蠕变、塑性及其交互作用过程的系统实验研究<sup>[2,3]</sup>,人们得到了一系列重要的结果,从而推动了高温材料本构关系研究的发展。人们已倾向于不再人为地把非弹性变形简单地分离为率无关的塑性变形和率相关的蠕变变形,而将它们统一为由热激活导致的不可逆变形并在此基础上发展统一型本构描述。Robinson<sup>[4]</sup>等通过推广经典的塑性势理论,Chaboche<sup>[5]</sup>、Krempf<sup>[6]</sup>、Phillips 和 Wu<sup>[7]</sup>基于非线性粘塑性理论,Hart<sup>[8]</sup>、Miller<sup>[9]</sup>、Ponter 和 Lekie<sup>[10]</sup>等采用具有不同程度的细观基础的现象学理论,分别发展了可以描述蠕变和塑性变形的本构方程。Freed 和 Walker<sup>[11]</sup>提出了一种粘塑性理论,它解析地使得蠕变和塑性分析作为其在率相关稳态条件和率无关条件下的界限。值得一提的是 Valanis<sup>[12]</sup>发展的内时粘塑性理论,Watanabe 和 Atluri<sup>[13]</sup>证明它可得到经典的 Bailey-Orowan 关系中考虑热恢复的背应力演化以及与 Chaboche 的蠕变本构方程和多屈服面本构方程中的背应力演化类似的结果。在[14]中,Ohashi 等研究了 316 不锈钢在 600℃ 环境中二维应力条件下预蠕变—塑性过程的本构行为,报导了蠕变应变所导致的与等量的塑性应变不等量的强化现象。

基于热力学相容的本构模型,通过在由不可逆应变和牛顿时间所构成的空间中的合理地定义广义时间,得到了描述蠕变—塑性及其交互作用的统一型本构方程。进而通过对在蠕变、塑性及其交互作用过程中材料内部子结构及其变化和宏观强化规律间的联系的分析,引入了描述材料强化饱和状态的宏观参数  $d$ ,并根据对亚晶的形成条件以及由亚晶的形成所导致的附加强化的分析提出了对由蠕变变形导致的不等量强化的描述方法。对高温环境二维路径下 316 不锈钢的预蠕变—塑性变形过程进行了分析,取得了与 Ohashi 等<sup>[14]</sup>的实验数据相吻合的结果。

## 1 本构方程

范镜泓等<sup>[15]</sup>曾利用一个热力学相容的简单机械模型发展了耗散材料的塑性本构方程。假设材料是各向同性和塑性不可压缩的,在等温和小变形条件下,所发展的本构方程可表示为:

$$dS_{ij} = \sum_{r=1}^n ds_{ij}^{(r)} \quad (1)$$

$$ds_{ij}^{(r)} = E_r d\eta_{ij} - \alpha_r s_{ij}^{(r)} dz \quad (2)$$

式中  $\eta_{ij} = e_{ij} - e_{ij}^e = e_{ij} - s_{ij} / (2\mu)$ ,  $e_{ij}$ ,  $e_{ij}^e$  和  $\eta_{ij}$  分别为偏应变及其弹性与非弹性分量,  $z$  为广义时间,为了描述蠕变—塑性交互作用过程中材料的本构行为,我们在由非弹性应变  $\eta_{ij}$  和牛顿时间  $t$  构成的空间中定义

$$dz^2 = \frac{d\xi^2}{f^2} + \frac{dt^2}{g^2} \quad (3)$$

式中

$$d\xi^2 = d\eta_{ij} d\eta_{ij} \quad (4)$$

$f$  为强化函数,它与耗散材料在不可逆变形过程中的内部结构及其变化密切相关; $g$  可被称

为缩减函数,它影响蠕变变形速率,一般地,当 $g$ 越大则蠕变变形速率越小。

当 $dt \rightarrow 0$ 时,非弹性应变主要为塑性应变,由式(3,4)可得

$$dz = \frac{d\xi}{f}, \quad d\xi = \sqrt{de_{ij}^p de_{ij}^p} \quad (5)$$

所得到的本构方程可用于描述材料的纯塑性响应,它与微分型内时塑性本构方程是一致的,且容易证明 Chaboche 提出的背应力演化方程可作为其当 $f = 1$ 时的特例。

在纯蠕变变形过程中, $ds_{ij} = 0$ ,而 $dt \neq 0$ ,则由式(2)可得

$$\Lambda d\eta_{ij} = Q_{ij} dz, \quad \Lambda = \sum_{r=1}^n E_r, \quad Q_{ij} = \sum_{r=1}^n \alpha_r s_{ij}^{(r)} \quad (6)$$

联立式(3)和(6)得到

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{Q_{ij}Q_{ij}}{(f\Lambda)^2}}} \frac{1}{g} \frac{\|Q\|}{\Lambda} \quad (7)$$

由式(7)可见 $g$ 是影响蠕变速率的主要因素,它决定于温度和应力水平,如果温度恒定,应力水平高则蠕变速率大。若取

$$\frac{1}{g} = \frac{b}{f} \left( \frac{\|Q\|}{f\Lambda} \right)^{n-1} \exp(n\|s\|) \quad (8)$$

则

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{b}{\sqrt{1 - \frac{Q_{ij}Q_{ij}}{(f\Lambda)^2}}} \left( \frac{\|Q\|}{f\Lambda} \right)^n \exp(n\|s\|) \quad (9)$$

将式(9)代入(6)可得

$$\frac{d\eta_{ij}}{dt} = \frac{b}{\sqrt{1 - \frac{Q_{ij}Q_{ij}}{(f\Lambda)^2}}} \left( \frac{\|Q\|}{\Lambda} \right)^n \exp(n\|s\|) \frac{Q_{ij}}{\|s\|} \quad (10)$$

可见蠕变发展的方向与 $Q$ 的方向相同。在瞬态蠕变过程中,构成 $Q$ 的各个 $s^{(r)}$ ( $r = 1, 2, \dots, n$ )不断调整以与外加应力水平相适应并随着蠕变过程的稳定化而趋于稳定。如果应力水平很低, $\|Q\| \ll f\Lambda$ ,则由式(9)可知 $d\eta/dt \rightarrow 0$ ;如果应力水平很高,使得 $\|Q\| \rightarrow f\Lambda$ ,则不难从式(9)得到 $d\xi/dt \rightarrow \infty$ 。

在高温环境下的变形过程中,由形变引起的材料强化和由温度引起的材料弱化相耦合,共同决定了材料的宏观强(弱)化。在蠕变—塑性交互作用过程中,材料的强(弱)化与其内部子结构及其变化密切相关。如果温度不变,随着变形的发展,位错运动的平均自由程减小并趋于稳定,材料的内部子结构亦趋于稳定,由此决定了材料的强化及其稳定状态。假设材料强化的稳定状态用宏观参数 $d_1$ 表示,且假设材料的强化速率决定于强化的当前状态与稳定状态间的差异(细观上解释为材料内部位错子结构的当前状态与稳定状态间的差异),则可取下述线性关系表示强化因子 $f_1$ 的演化,

$$\frac{df_1}{dz} = \beta_1(d_1 - f_1) \quad (11)$$

$f_1$  对应于由塑性变形引起的强化或等量的蠕变变形引起的部分强化。实验表明,塑性变形与等量的蠕变变形引起的强化一般是不同的,这可归因于两种变形机制所引起的材料内部子结构间的差异。在高温环境下,塑性变形主要产生胞结构,其胞壁一般呈高密窄带的位错堆积,而蠕变变形过程中,由于位错的攀移成为变形的主要控制因素,它导致了位错呈网络平面形式分布的亚晶结构的形成。而亚晶界可限制附加滑移系的运动从而增加滑移抗力,宏观上表现为附加强化。这种由蠕变变形引起的附加强化用强加因子  $f_0$  描述,其演化可表示为

$$\frac{df_0}{dz} = \beta_0(d_0 - f_0) \quad (12)$$

$\beta_0$  是温度的函数,  $d_0$  为稳态蠕变所对应的附加强化,它依赖于亚晶的形成状况。由于亚晶的形成与温度和蠕变应变密切相关,且实验表明当温度恒定时,亚晶的形成对应有一门槛应变  $\xi_0^0$ ,因此可将  $d_0$  宏观地表示为

$$d_0 = d_0(\xi_0, \xi_0^0) \quad (13)$$

$\xi_0$  为蠕变应变的某种量度,由于蠕变变形主要受应力水平和温度的影响,故利用式(9),可将  $\xi_0$  表示为:

$$\xi_0 = \int_0^t \frac{b}{\sqrt{1 - \frac{Q_{ij}Q_{ij}}{(f/\Lambda)^2}}} \left( \frac{\|Q\|}{f/\Lambda} \right)^n \exp(\alpha \|s\|) d\tau \quad (14)$$

材料的强化函数  $f$  可表示为

$$f = f_1 f_0 \quad (15)$$

由于所发展的蠕变-塑性交互作用的本构描述能将纯塑性变形和纯蠕变变形分别作为其在  $dt \rightarrow 0$  和  $dS \rightarrow 0$  时的特例,这使得我们能够利用通常的应变控制一维实验和若干个应力水平下的恒应力蠕变实验的结果依次分别确定模型所需的材料参数。

## 2 分析及其与实验结果的比较

从[16]中的分析可知,由于加载开始时应力发生剧变,如直接将式(1)改写为增量形式可能引起很大的误差。为避免这种误差,我们采用[16]中介绍的方法,得到下面的增量型本构方程,

$$\Delta S_{ij} = A \Delta \eta_{ij} + B_{ij} \Delta Z \quad (16)$$

式中

$$A = \sum_{r=1}^n k_r E_r, \quad B_{ij} = \sum_{r=1}^n k_r \alpha_r S_{ij}^{(r)}(Z_n) \quad (17)$$

$$k_r = \frac{1 - \exp(-\alpha_r \Delta Z)}{\alpha_r \Delta Z} \quad (18)$$

$$\Delta Z = Z - Z_n, \quad \Delta Z^2 = \frac{\Delta \xi^2}{f^2} + \frac{\Delta t^2}{g^2} \quad (19)$$

式中  $Z_n$  与  $S_{ij}^{(r)}(Z_n)$  表示材料已经历的某种加载历史,而  $S_{ij}^{(r)}(Z)$  可由递推公式

$$s_{ij}^{(t)}(Z) = s_{ij}^{(t)}(Z_0)e^{-\sigma\Delta Z} + \frac{E_r}{\alpha_r} \frac{\Delta\eta_{ij}}{\Delta Z}(1 - e^{-\alpha_r\Delta Z}) \quad (20)$$

计算。在蠕变—塑性交互作用的分析中, 如果给定控制参数为应力  $S$  和时间  $t$ , 则由式(16)可得

$$A^2\Delta\xi^2 = \Delta S : \Delta S - 2B : \Delta S\Delta Z + B : B\Delta Z^2 \quad (21)$$

联立式(19)与(21)可得

$$(A^2f^2 - B : B)\Delta Z^2 + 2B : \Delta S\Delta Z - \left(\frac{f^2g}{g^2}A^2\Delta t^2 + \Delta S : \Delta S\right) = 0 \quad (22)$$

由此可决定

$$\Delta Z = \left[ -2B : \Delta S + \sqrt{2B : \Delta S)^2 + 4(A^2f^2 - B : B)\left(A^2\frac{f^2g}{g^2}\Delta t^2 + \Delta S : \Delta S\right)} \right] \cdot [2(A^2f^2 - B : B)]^{-1} \quad (23)$$

进而利用由式(16)得到的增量非弹性应变

$$\Delta\eta_{ij} = \frac{1}{A}(\Delta s_{ij} - B_{ij}\Delta Z) \quad (24)$$

以及弹性本构方程

$$\Delta s_{ij} = 2\mu(\Delta e_{ij} - \Delta\eta_{ij}), \quad \Delta\sigma_{kk} = 2K\Delta\varepsilon_{kk} \quad (25)$$

可以求得材料的应变响应。

利用所发展的本构模型和算法分析了 316 不锈钢的二维蠕变—塑性交互作用过程并与实验结果<sup>[2]</sup>进行了比较。根据<sup>[14]</sup>中的有关实验结果, 取  $n = 3$ , 且设

$$d_0(\xi_0, \xi_0^0) = 1 + r_0(\xi_0 - \xi_0^0), \quad (\xi_0 - \xi_0^0) = \begin{cases} 0 & \text{当 } \xi_0 - \xi_0^0 \leq 0 \\ \xi_0 - \xi_0^0 & \text{当 } \xi_0 - \xi_0^0 > 0 \end{cases} \quad (26)$$

可确定 600°C 温度环境下 316 不锈钢的材料常数如下:

$E_{1,2,3} =$   
 $(1.480 \times 10^6, 5.60 \times 10^3, 1.87 \times 10^3) \text{ MPa},$   
 $a_{1,2,3} = (1.0 \times 10^4, 2.5 \times 10^2, 1.4 \times 10),$   
 $f_1 = 1.0,$   
 $E = 138 \text{ GPa}, \quad \mu = 52 \text{ GPa},$   
 $m = 1.25, \quad b_0 = 25 \times 10^{-8},$   
 $n = 0.615 \text{ MPa}^{-1}, \quad r_c = 20.0,$   
 $R_c = 50.0, \quad \xi^0 = 0.0073$

我们定义如下应力和应变矢量:

$$\sigma = \sigma n_1 + \sqrt{3} \tau n_2, \quad \varepsilon = \varepsilon n_1 + \frac{r}{\sqrt{3}} n_2, \quad \varepsilon^0 = \varepsilon^0 n_1 + \frac{r^0}{\sqrt{3}} n_2 \quad (27)$$

式中  $\sigma$  和  $\tau$  分别为正应力和剪应力,  $\varepsilon$  和  $\gamma$  分别为正应变和工程剪应变,  $n_1$  和  $n_2$  为一组正交基矢. 引用图 1 所示的加载程序<sup>[14]</sup>. 在加载过程中, 材料均先沿纯剪方向加载到  $\sigma_A = (0.190 \text{ MPa})$  (此值约为 600℃ 时 316 不锈钢之  $\sigma_{0.2}$ ), 然后在此应力水平下蠕变并使蠕变应变变量分别达  $r_c / \sqrt{3} = 0.5\%, 0.75\%$  和  $1.0\%$ , 接着沿由  $\theta$  表示的直线塑性加载到等效应变为  $5.0\%$ . 同时还进行了每一路径下纯塑性变形实验以考察两种变形的历史效应间的差异.

图 2 为  $\theta = 0^\circ$  时即后续塑性变形沿与先前蠕变变形相同方向发展时的结果. 实验(图 2(a))表明: 当蠕变应变变量  $\gamma / \sqrt{3} = 0.50\%$  时, 材料的后续塑性响应与纯塑性变形响应几乎重合. 而当蠕变应变变量  $\gamma / \sqrt{3} = 0.75\%$  和  $1.00\%$  时, 材料在后续塑性变形中的强化明显高于纯塑性变形在相同应变时的应力水平. 在预蠕变后的变形开始时, 材料响应几乎是弹性的, 但其流动应力较原始材料有明显的提高. 图 2(b) 是相应的分析结果, 它很好地描述了上述过程的基本特征.

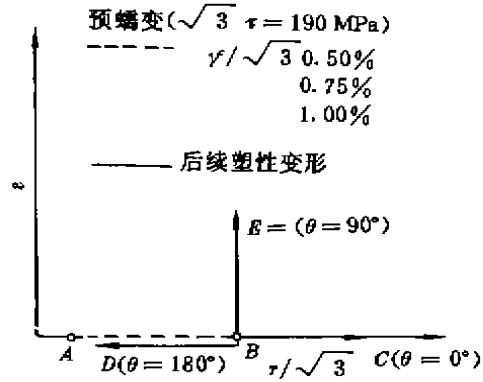


图 1 应变路径

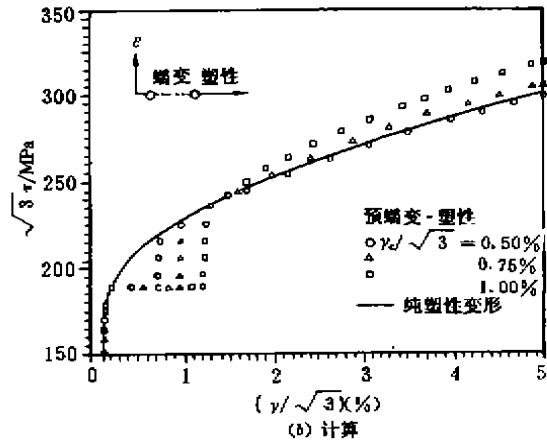
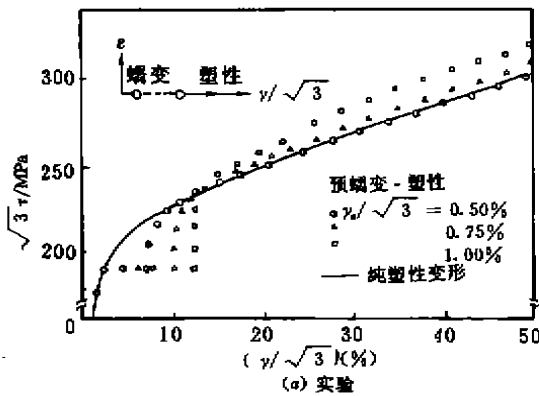


图 2  $\theta = 0^\circ$  的应力应变响应

图 3 和图 4 分别为  $\theta = 180^\circ$  时即后续塑性变形沿与先前蠕变变形相反方向发展以及  $\theta = 90^\circ$  时即后续塑性变形沿拉伸方向进行时的结果. 实验结果(图 3(b) 和图 4(b)) 表明, 尽管后续

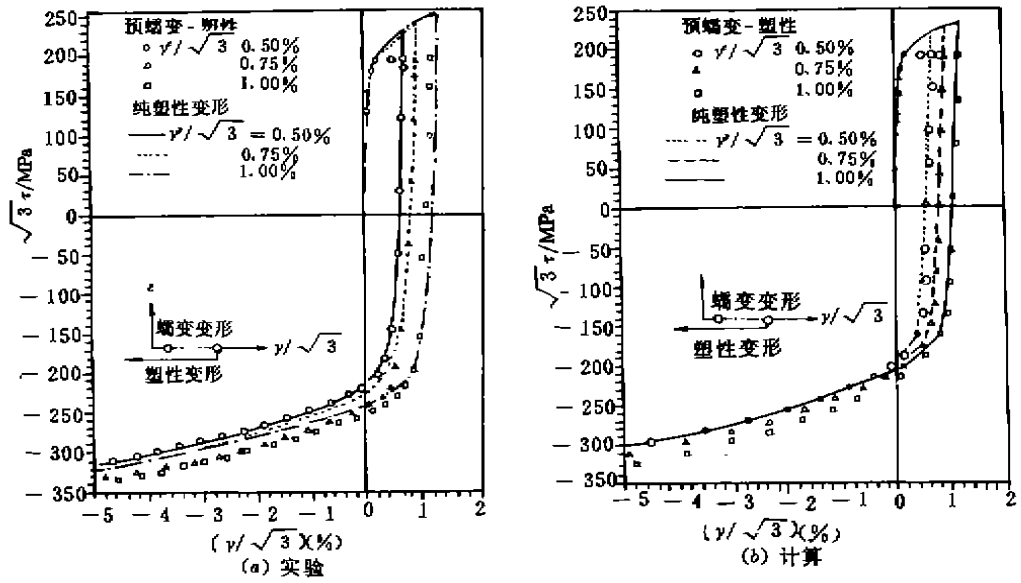


图 3  $\theta = 180^\circ$  的应力应变响应

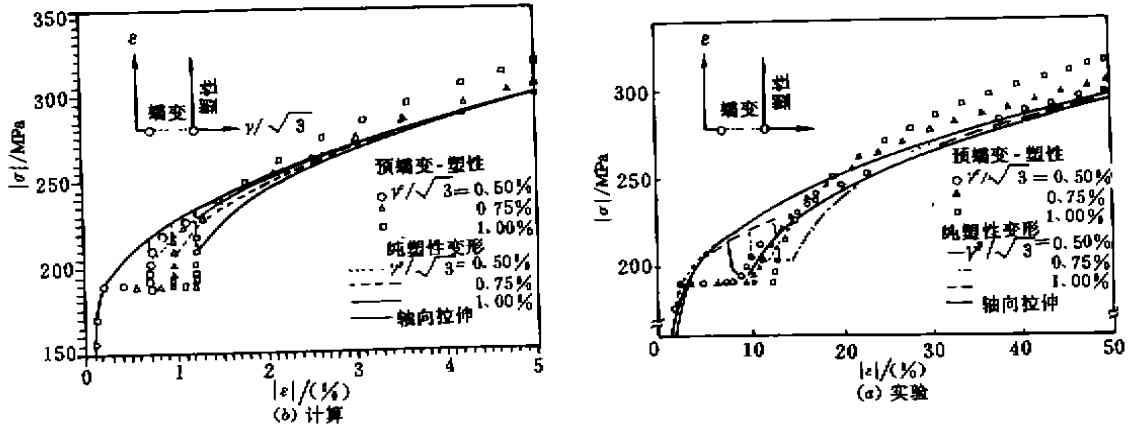


图 4  $\theta = 90^\circ$  的应力应变响应

塑性变形路径不同,但应力响应表现了与 $\theta = 0^\circ$ 时相似的特性,即当蠕变应变量 $\gamma / \sqrt{3} = 0.50\%$ 时,材料的后续塑性响应与相同路径下纯塑性变形响应几乎重合。而当蠕变应变量 $\gamma / \sqrt{3} = 0.75\%$ 和 $1.00\%$ 时,材料在后续塑性变形中的强化明显高于纯塑性变形在相同应变时的应力水平,这表明先前的蠕变变形导致了较大的塑性变形抗力。Ohashi 还指出<sup>[14]</sup>,预蠕变变形越大则塑性变形抗力的增大就越明显。这种由等量的蠕变变形和塑性变形所导致的不等量强化可归因于它们所导致的材料内部子结构间的差异。图 3(b) 和图 4(b) 是两种路径下应力响应的分析结果,比较可知它们与实验结果吻合得很好。

### 3 结 论

基于热力学相容的本构模型,通过合理地定义广义时间标度,得到了描述蠕变、塑性及

其相互作用的统一型本构方程,它能够包含纯塑性变形和纯蠕变变形分别作为其在  $dt = 0$  和  $ds = 0$  时的特例。该方程不采用屈服面及其相关的加卸载准则和流动规律,在蠕变、塑性及其相互作用的分析中较为简便易行,具有较强的工程应用前景。

通过对蠕变、塑性及其交互作用过程中材料强化的宏微观机制的分析,引入了强化因子  $f_1$  以描述非弹性应变对材料强化的影响,同时引入强化因子  $f_2$  以描述由于蠕变变形导致的位错子结构的变化(如亚晶的形成等)引起的附加强化。

对 600℃ 环境中二维应力路径下 316 不锈钢的预蠕变塑性变形过程进行了分析,取得了与 Ohashi 等的实验数据相吻合的结果。

### 参 考 文 献

- 1 Lekie F A. Structural systems for elevated temperature and hostile environments, *Appl. Mech. Rev.*, 1985, 38, 1290~1293
- 2 Ohashi Y, Ohno N and Kawai M. Evaluation of creep constitutive equation for type 304 stainless steel under repeated multiaxial loading, *J. Engng. Mat. Tech.*, 1982, 104, 159~164
- 3 Inoue T, et al. Inelastic behavior of 2 1/4Cr-1Mo steel under plasticity-creep interaction condition, *Nuclear Engineering and Design*, 1985, 90, 287~297
- 4 Robinson D N. A unified creep-plasticity model for structure metals at high temperatures, ORNL TM-5969, 1978, 1~24
- 5 Chacoché J L and Rousselier G. On the plastic and viscoplastic constitutive equations, *J. Engng. Mat. Tech.*, 1983, 105, 153~164
- 6 Kremel E. Models of viscoplasticity, some comments on equilibrium (back) stress and drag stress, *Acta Mechanica*, 1987, 69, 25~42
- 7 Phillips A and Wu H C. A theory of viscoplasticity, *Int. J. Solids and Structures*, 1973, 9, 15~30
- 8 Hart E W. Constitutive relations for the nonelastic deformation of metals, *J. Engng. Mat. Tech.*, 1976, 98, 193~202
- 9 Miller A K. An inelastic constitutive model for monotonic, cyclic and creep deformation, *J. Engng. Mat. Tech.*, 1976, 98, 97~113
- 10 Ponter A R S and Lekie F A. constitutive relations for the time dependent deformation of metals, *J. Engng. Mat. Tech.*, 1976, 98, 47~51
- 11 Freed A D and Walker P. Viscoplasticity with creep and plasticity bounds, *Int. J. Plasticity*, 1993, 9, 213~242
- 12 Valanis, K C. Fundamental consequences on new intrinsic time measure as a limit of the endochronic theory, *Arch. Mech.*, 1980, 32, 171~190
- 13 Watanabe O and Atluri S N. Internal time, general internal variable, and multi-yield-surface theories of plasticity and creep, a unification of concept, *Int. J. plasticity*, 1986, 2, 37~57
- 14 Ohashi Y, Kawai M, and Shimizu H. Effect of prior creep on subsequent plasticity of type 316 stainless steel at elevated temperature, *J. Engng. Mat. Tech.*, 1983, 105, 257~263
- 15 Fan J. On a thermomechanical constitutive theory and its application to CDM, fatigue, fracture and composites, *Proc. IUTAM Symp. Thermomechanical Coupling in Solids*, Elsevier Science Publisher, B. V., 1987, 223~237
- 16 Peng X and Fan J. A new numerical approach for nonclassical plasticity, *Computers and Structures*, 1993, 47, 313~320