

③ 15-20

# 锥面包络环面蜗杆与直廓环面蜗轮失配啮合传动的研究

## Study on Mismatched Engagement of Hourglass Worm Gearing with The Worm Generated by A Cone and The Wheel Generated by A Straight Profile Hob

秦大同  
Qin Datong

张光辉 ✓  
Zhang Guanghui

加藤正名  
Kato Masana

TH132.44

(重庆大学, 重庆, 630044)

(日本东北大学)

A 摘要 提出了用锥面和直线分别展成蜗杆和蜗轮滚刀, 获得失配点啮合环面蜗杆传动的方法。分析了该失配啮合传动的基本原理。求解了蜗轮副的齿面接触状态和加工工艺参数。结果表明该失配啮合传动可实现良好的点接触。

关键词 环面蜗杆传动; 点接触; 齿面接触分析

锥面

中国图书资料分类法分类号 TH132.44

ABSTRACT A method to make the hourglass worm gearing with the property of mismatched point contact has been proposed. The worm and the hob of the worm gearing is generated by a cone and a straight line located on the cone respectively. The basic principle of the worm gearing has been analysed. The formulas for calculating the machining parameters has been obtained. And the tooth contact of the worm gearing has been investigated. The result shows that this worm gearing could get point contact well.

KEYWORDS hourglass worm gearing; point contact; tooth contact analysis

### 0 前言

二次包络环面蜗杆传动与圆柱蜗杆传动相比, 由于其多齿双线接触的特点, 在精心设计和制造的环境下具有很高的承载能力。但其多齿双线接触的特点, 使得这种蜗轮副的齿面接触性能和运动传递性能对加工和装配误差很敏感。由于制造误差以及负荷条件下的弹性变形和热变形, 易于造成齿面的边缘接触, 同时引起蜗轮副的角传递误差<sup>[1,2]</sup>, 难于发挥其固有的优越性。另一方面由于这类传动对制造精度要求苛刻, 使一般制造厂家难于满足其制造条件和工艺水平, 不利于这种蜗轮副的推广和应用。

\* 收文日期 1994-03-14

国家教委优秀年轻教师基金, 中日国际合作研究经费资助项目

为降低二次包络环面蜗杆传动对制造误差、受力变形等的敏感性,日本学者酒井高男和牧充及本文作者曾先后提出失配包络环面蜗杆传动的概念,将二次包络环面蜗杆传动加工成局部共轭的点接触传动,以缓解加工装配误差及受力变形等对齿面接触及运动精度的影响,达到了预期的效果<sup>[3~5]</sup>。

笔者提出了另一种形成失配点啮合二次包络环面蜗杆传动的方法,对形成失配啮合传动的基本原理进行了分析,求解了该失配啮合传动的加工参数及齿面接触状态,分析计算表明该失配啮合传动可以实现良好的点接触。

## 1 基本原理

形成失配点啮合的方法和基本原理为:蜗杆齿面由一锥面工具展成,与蜗杆相啮合的蜗轮齿面由该锥面上一条直母线形成的滚刀加工而成。如图1所示:在展成蜗杆齿面3的锥面工具1上选一条母线2作为展成滚刀理论螺旋面(即与环面蜗杆螺旋面同形,滚刀切削刃所在的曲面)4的切削刃。当锥面1绕机床回转工作台转动,在绕蜗杆(亦即滚刀)轴回转的工件上刨成蜗杆齿面3时,锥面上的母线2相应地刨成滚刀理论螺旋面4。若锥面1与蜗杆齿面3的接触线为 $L_2$ ,形成滚刀理论螺旋面4的母线为 $L_1$ ,则蜗杆齿面3可与滚刀理论螺旋面4在 $L_2$ 与 $L_1$ 的交点处相

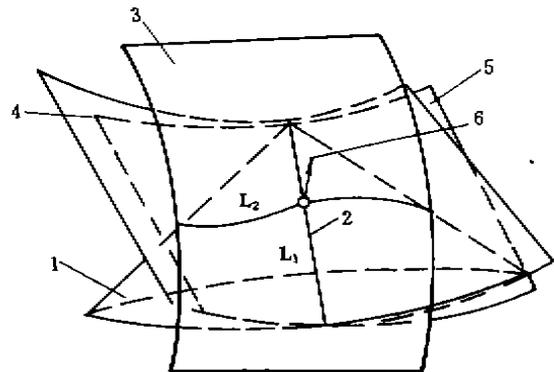


图1 失配点啮合的基本原理

1. 锥面 2. 直母线 3. 蜗杆齿面  
4. 滚刀基本螺旋面 5. 蜗轮齿面 6. 接触点法矢

接触。若适当选择锥面1和母线2的参数和位置,使蜗杆齿面位于滚刀基本螺旋面的实质侧,当该滚刀按与蜗轮副完全相同的运动关系展成蜗轮齿面5时,蜗杆齿面3和蜗轮齿面5在 $L_2$ 和 $L_1$ 的交点处相接触。从理论上分析,蜗杆相对于蜗轮按传动关系运动时,应包络出某一曲面,这个曲面可称为假想蜗轮齿面。当蜗杆齿面和假想蜗轮齿面的接触线通过蜗杆齿面与滚刀理论螺旋面的接触点的瞬间,该接触点就成为蜗杆蜗轮两齿面的接触点,这个接触点是蜗杆齿面和假想蜗轮齿面的接触线上的一点。

由于展成蜗杆齿面的母面是锥面,由锥面的半锥顶角的可调性,决定了该失配点啮合传动齿面接触特性的可控性。当半锥顶角减小时,母锥面上直母线邻域的几何特性与该直母线的几何特性的差异减小,从而减小了传动副齿面接触的失配程度,此时接触状态与线接触相接近。当半锥顶角减小至0时(锥面的大圆半径也随之减小至0),母锥面退化为一曲线,从而形成线接触的直廓环面蜗杆传动。反之亦然。

## 2 齿面及加工参数的求解

如图2所示, $O_1 - X_1 Y_1 Z_1$ 为与展成蜗杆的锥面工具相固接的坐标系; $O_2 - X_2 Y_2 Z_2$ 为与机床回转工作台相固接的坐标系, $O_3 - X_3 Y_3 Z_3$ 为与机床回转工作台相固接的参考坐标系; $O_4$

—  $X_1, Y_1, Z_1$  为与滚刀相固结的坐标系。加工蜗杆时锥面工具的安装方式、调整参数以及加工滚刀理论螺旋面时直线刀刃的安装方式、调整参数分别如图 2b 和图 2c 所示。

由图 2a, 展成蜗杆齿面的母锥面在坐标系  $O_0 - X_0, Y_0, Z_0$  中可表示为:

$$\vec{r}_0 = v \sin \gamma \cos u \vec{i}_0 + v \sin \gamma \sin u \vec{j}_0 + v \cos \gamma \vec{k}_0 \quad (1)$$

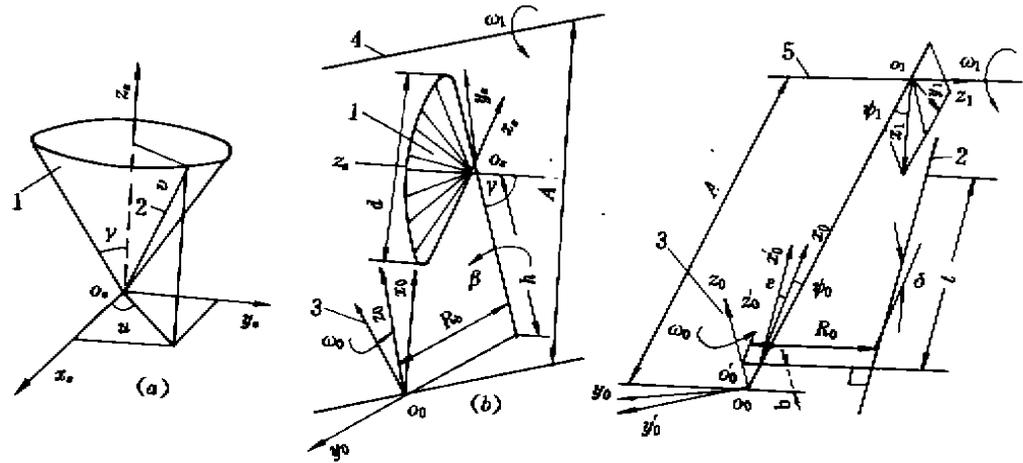


图 2 工具的安装及坐标系

1. 锥面 2. 直母线 3. 工作台转轴 4. 蜗杆转轴 5. 滚刀转轴,  $O_0 - X_0, Y_0, Z_0$  与工具固结的坐标系 ( $z_0$  轴与锥面回转轴一致);  $O_0 - X_0, Y_0, Z_0$  与工作台固结的坐标系 ( $z_0$  轴与工作台转轴一致);  $O_0 - X_0, Y_0, Z_0$ : 辅助坐标系;  $O_1 - X_1, Y_1, Z_1$ : 与滚刀固结的坐标系

由图 2b 的坐标关系, 它在坐标系  $O_0 - X_0, Y_0, Z_0$  中可表示为:

$$\begin{aligned} \vec{r}_0 &= X_0 \vec{i}_0 + Y_0 \vec{j}_0 + Z_0 \vec{k}_0 \\ \begin{cases} X_0 = v(\sin^2 \gamma \cos u + \cos^2 \gamma) + h \\ Y_0 = v[\sin \gamma \cos \gamma \cos \beta (1 - \cos u) - \sin \gamma \sin \beta \sin u] - R_0 \\ Z_0 = -v[\sin \gamma \cos \gamma \sin \beta (1 - \cos u) + \sin \gamma \cos \beta \sin u] \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

由式 (2) 并根据锥面包络环面蜗杆的展成原理, 可求得蜗杆齿面方程。

由图 2a, 锥面上展成滚刀理论螺旋面的直母线方程只需令式 (2) 中参数  $u = u_0 = \text{Const.}$  即可得到。该直母线的方程可以表示为:

$$\frac{X_0 - h}{l_1} = \frac{Y_0 + R_0}{m_1} = \frac{Z_0}{n_1} \quad (3)$$

其中:  $l_1 = \sin^2 \gamma \cos u_0 + \cos^2 \gamma$   
 $m_1 = \sin \gamma \cos \gamma \cos \beta (1 - \cos u_0) - \sin \gamma \sin \beta \sin u_0$   
 $n_1 = -[\sin \gamma \cos \gamma \sin \beta (1 - \cos u_0) + \sin \gamma \cos \beta \sin u_0]$

该直母线与机床工作台水平面之间的安装倾角  $\delta$  为:

$$\delta = \arcsin(n_1 / \sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2}) \quad (4)$$

该直母线在机床工作台水平面的投影与坐标轴  $X_0$  之间的夹角  $\epsilon$  为:

$$\epsilon = \arcsin(m_1 / \sqrt{l_1^2 + m_1^2}) \quad (5)$$

根据解析几何学,可求得该直母线与机床回转工作台转轴之间的距离即形成圆半径  $R_0$  为:

$$R_0 = |lm_1 + R_0l_1| / \sqrt{l_1^2 + m_1^2} \quad (6)$$

该直线刃在与形成圆相切的切点处的安装高度为:

$$b = n_1(R_0m_1 - M_1) / (l_1^2 + m_1^2) \quad (7)$$

在式(3)、(4)、(5)和(6)中  $l_1, m_1, n_1$  为形成滚刀理论螺旋面的直线刃方程的方向数。由图 2c, 直线刃在参考坐标系  $O_0 - X_0Y_0Z_0$  中可表示为:

$$\begin{aligned} \vec{r}_{21} &= X_{21} \vec{i}_0 + Y_{21} \vec{j}_0 + Z_{21} \vec{k}_0 \quad (8) \\ \begin{cases} X_{21} = t \cos \delta \\ Y_{21} = -R_0 \\ Z_{21} = b + t \sin \delta \end{cases} \end{aligned}$$

将式(8)变换至坐标系  $O_0 - X_0Y_0Z_0$  中可表示为:

$$\begin{aligned} \vec{r}_{21} &= X_{21} \vec{i}_0 + Y_{21} \vec{j}_0 + Z_{21} \vec{k}_0 \quad (9) \\ \begin{cases} X_{21} = t \cos \delta \cos \epsilon + R_0 \sin \epsilon \\ Y_{21} = t \cos \delta \sin \epsilon - R_0 \cos \epsilon \\ Z_{21} = b + t \sin \delta \end{cases} \end{aligned}$$

将式(9)变换至与滚刀相固接的坐标系  $O_1 - X_1Y_1Z_1$  中,可得滚刀理论螺旋面方程

$$\vec{r}_1 = X_1 \vec{i}_1 + Y_1 \vec{j}_1 + Z_1 \vec{k}_1 \quad (10)$$

$$\begin{cases} X_1 = -X_{2j} \cos\psi_0 \cos\psi_1 + Y_{2j} \sin\psi_0 \cos\psi_1 - Z_{2j} \sin\psi_1 + A \cos\psi_1 \\ Y_1 = X_{2j} \cos\psi_0 \sin\psi_1 - Y_{2j} \sin\psi_0 \sin\psi_1 - Z_{2j} \cos\psi_1 - A \sin\psi_1 \\ Z_1 = -X_{2j} \sin\psi_0 - Y_{2j} \cos\psi_0 \end{cases}$$

由式(10)并根据滚刀包络蜗轮的展成原理,可求得蜗轮齿面方程。

### 3 参数设计及啮合分析

笔者提出的失配点啮合包络环面蜗杆传动的参数设计步骤为:首先根据蜗轮副的基本参数,按锥面包络环面蜗杆传动的设计方法选择加工蜗杆时的加工参数  $\gamma, d, R_s$  和  $\beta$ , 各符号代表的参数其意义如图 2b 所示。然后根据计算所得齿面上接触点的分布情况决定形成滚刀理论螺旋面的直线刃的位置参数  $u = u_0$ , 最后根据(4)、(5)、(6)和(7)决定直线刃的安装参数  $\delta, \epsilon, R_s$  和  $b$ , 各符号代表的参数其意义如图 2c 所示。

图 3 所示为加工参数选择方法的说明。图中圆弧 I 和 II 之间的部分为磨削蜗杆齿面的锥面磨轮在蜗杆齿顶和齿底之间的有效磨削部位。序号 1、2、3 和 4 表示磨削蜗杆齿面时磨轮与蜗杆齿面之间的接触线。它们分别对应于蜗轮副的四对包容齿, 各条接触线之间相差一齿距角的转角位置。根据展成原理, 上述接触线也就是典型传动条件下锥面二次包络环面蜗杆传动蜗杆与蜗轮齿面上接触线的一组, 称为第一次包络接触线。该接触线的分布由锥面包络环面蜗杆传动的加工参数  $\gamma, d, R_s$  和  $\beta$  所决定。在选择锥面包络环面蜗杆传动的加工参数, 获得理想的接触线分布以后, 再选择锥面上的一条母线作为形成滚刀理论螺旋面的直线刃, 使其与磨轮和蜗杆齿面之间的接触线的交点尽可能落在蜗杆齿面内, 同时使该交点的分布有利于接触面的扩展和润滑油膜的形成。很明显, 锥面上该母线的位置由转角参数  $u$  决定。可由试算的办法, 根据蜗杆齿面上接触点的分布情况决定  $u = u_0$  的数值。

用作参数设计和啮合分析算例的蜗轮副其基本参数如表 1 所示。由上述方法计算得到的失配点啮合蜗轮副的加工工艺参数如表 2 所示。

表 1 蜗轮副的基本参数

中心距	蜗杆头数	蜗轮齿数	模数	压力角	包容齿数	螺旋方向
100 mm	2	40	4.15	21(°)11(')20(″)	4	右

表 2 点啮合传动的加工工艺参数(参见图 2)

$A/mm$	$i$	$\gamma/(^\circ)$	$d/mm$	$R_s/mm$	$\beta/(^\circ)$	$u_0/(^\circ)$	$\delta$	$\epsilon$	$R_s/mm$	$b/mm$
100	2	40	150	30	15	6	-3(°)45(')42(″)	-15(')14(″)	30.1	-2.31

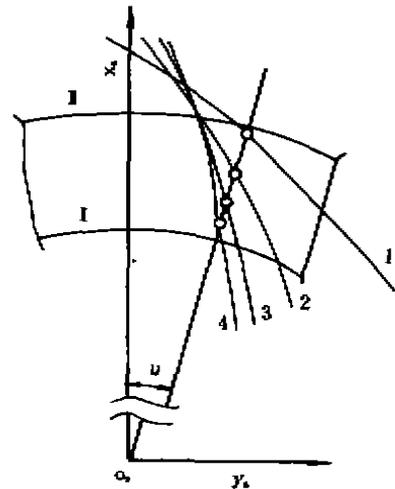


图 3 直线刃位置参数  $u$  的选择

由于滚刀理论螺旋面由锥面的一条母线形成。在该母线与蜗杆和磨轮的接触线的交点处,蜗杆齿面与滚刀理论螺旋面相接触。根据酒井高男和牧充的二次接触理论<sup>[6]</sup>,蜗杆齿面上与滚刀理论螺旋面相接触的同一点可与由该滚刀切制的蜗轮齿面上不同的两点发生二次接触。因此,尽管蜗杆齿面上只有一条接触线,蜗轮齿面上有两条接触线与之相对应,这两条接触线一条位于蜗轮齿面上与原锥面相同的部份(称为一次面),另一条位于蜗轮齿面在二次包络中新形成的部份(称为二次面)。根据这个原理,点接触包络环面蜗轮副每对齿面之间通常发生瞬时双点接触。

图4为根据前面推得的齿面方程和求得的加工参数(如表2所示)按齿面接触分析法<sup>[1]</sup>求得的蜗轮副齿面上的接触点。上图所示的蜗轮齿面上序号1、2、3、4和1'、2'、3'、4'表示蜗轮副齿面之间发生双点接触的位置。每对接触点之间顺序相差一齿距角的转角位置。因而齿面上反映了同时啮合的四对齿分别双点啮合的情形。接触点之间的连线表示齿面上接触移动的轨迹。下图所示为将蜗轮齿面上的接触点变换至蜗杆坐标系后,按接触点与蜗杆轴线的距离绘得的蜗杆齿面上发生接触的位置,图中各序号的意义与上图相同并一一对应。

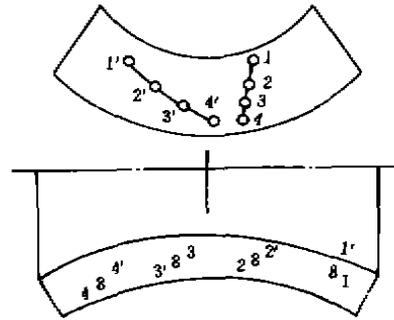


图4 齿面上的接触点

## 4 结 论

本文提出了用一锥面和一直线分别展成蜗杆和蜗轮滚刀实现环面蜗杆传动失配点啮合的方法。获得了该失配点啮合传动的齿面方程及蜗轮副加工参数的计算方法。求解了蜗轮副的齿面接触状态。结果表明该失配点啮合传动可实现良好的点接触。

### 参 考 文 献

- 1 牧 充,酒井高男,ほか2名. 鼓形ウオムギヤの歯当たり解析. 日本機械学会論文集(C編),1984,50(458),1842~1848
- 2 秦大同,加藤正名,牧 充,ほか2名. 鼓形ウオムギヤの歯当たり及び加工・組立誤差の影響. 日本機械学会論文集(C編),1991,57(541),2985~2990
- 3 牧 充,郡原宏. 点接触鼓形ウオムギヤの的研究. 日本機械学会論文集(C編),1981,47(417),675~682
- 4 大泉哲哉,酒井高男. 可展歯面鼓形ウオムギヤの点接触化に関する研究. 日本機械学会論文集(C編),1984,50(499),187~193
- 5 Qin Datong, Zhang Guanghui. Study on Tooth Modification of Hourglass Worm Gearing with Developable Tooth Surface. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1993, 6(2), 94~98
- 6 酒井高男,牧 充. 食遠い軸歯車の二度接触の研究. 日本機械学会論文集,1972,38(311),1895~1903