

③
13-19

单纤维段试验中载荷 传递机理的微观力学分析

TB33

Micromechanics Analysis of Load-transfer
Mechanism in Single-fibre Fragmentation Test

邓传斌

Deng Chuanbin

钱振明

Qian Zhenming

(重庆大学工程力学系, 重庆, 630044)

A 摘要 提出了一种新的、单纤维段埋入法(SFFM)试验中载荷传递机理的微观力学模型。当纤维/树脂界面所受到的剪切应力超过了界面的粘结合剪切强度后,界面将发生脱粘,并且脱粘裂纹将沿着界面扩展。以Weibull模型来模拟纤维轴向拉伸强度的统计分布。讨论了纤维轴向拉伸强度以及界面粘结合剪切强度对复合材料各组分内部应力分布的影响。认为在给定复合材料各相的弹性常数和几何参数后,根据不同的纤维轴向拉伸强度以及界面性能(包括界面粘结合剪切强度、界面的摩擦系数和基体的径向压力),可以将单纤维段试验中纤维/树脂界面的状态清楚地分为三类:1)完全粘结合界面;2)部分粘结合界面;3)完全摩擦界面。给出了单纤维段试验过程中界面处于上述三种状态下时,所必须满足的一些条件。最后,还给出了极限纤维段长度的一个合理的定义,并说明该长度是由粘结合纤维长度和脱粘纤维段长度所构成。

关键词 纤维/树脂复合材料; 单纤维段试验; 载荷传递机理; 微观力学分析
中国图书资料分类法分类号

ABSTRACT The paper presented a new micromechanics load-transfer model for single-fibre fragmentation test. The interfacial shear strength and the crack will develop along the interface. The fibre stochastic strength distribution was modelled by a two-parameter Weibull distribution. The influence of the interfacial bonding strength and fibre axial-tensile strength on stress states in components of composites was discussed. The interfacial state during the fragmentation process may be one of following three states: 1) fully bonding; 2) partial bonding; 3) fully debonding; according to the fibre axial-tensile strength and interfacial properties (including interfacial bonding shear strength, interfacial friction coefficient and matrix radial pressure) after elastic constants and geometrical parameters of composites phases are given. The necessary conditions for these three states were discussed. Finally, a suitable definition of the critical fibre length was given and the critical

- 收文日期 1994-11-24
国家自然科学基金资助项目

length was constructed by two parts: debonding fibre length and bonding fibre length.

KEYWORDS fibre / resin composites; single fibre fragmentation test; load-transfer mechanism; micromechanics analysis

0 引 言

在界面载荷传递机理的研究上,自从 Cox 提出剪滞(Shear-Lag)模式以来,研究者们提出了一系列的界面微观力学模型,以期预测界面的应力状态、特别是纤维断头附近的应力状态^[3-10]。虽然,许多研究者在建立界面微观力学模型时,或考虑了单纤维段试验过程中纤维长度^[4]、或纤维强度的统计分布、或考虑了单纤维段试验中基体材料首先发生塑性变形^[6]等的影响,得到了较为接近实际的界面应力分布。但无论是在极限纤维段长度 l_0 或是界面剪切强度 τ_0 的定义上,无不以十分简单的 Kelly-Tyson 解为基础。

目前,有一种以能量分析为基础界面载荷传递模型。认为在 SFPM 试验过程中同时存在着粘结和脱粘两种界面状态^[2]。在给定的载荷模式下界面脱粘问题的断裂力学分析所处理的是界面脱粘问题的更普遍的方面^[8],但是界面剪切强度脱粘判据,对测定界面剪切强度确有着十分重要的意义^[9]。笔者假设:

1. 复合材料各相中贮存的应变能超过界面的断裂韧性时,界面将发生脱粘并且脱粘裂纹将沿界面扩展;
2. 当纤维段受到的张应力超过纤维的平均拉伸强度时纤维将断裂。

在给定复合材料各组分的弱性常数和几何参数后,在界面粘结性能和纤维拉伸强度的控制下,SFFM 过程中纤维/树脂界面将处于三种状态:1. 完全粘结状态;2. 部分粘结状态;3. 完全脱粘状态。用断裂力学方法,以界面剪切强度为界面脱粘判据,对 SFPM 过程进行了系统的微观力学分析。根据三种界面状态需满足的应力边界条件,得出了界面脱粘和纤维断裂的外应力条件,并导出了三种界面状态下的相应名义纤维段长度公式。

1 理论分析

1.1 基本力学模型和控制方程

问题的原型是如图 1 所示的两均质各向同性的线弹性的共轴圆柱体,在外部圆柱体的两端面施加均匀的拉应力 σ ,求内圆柱体和外圆柱套的交界面上的应力分布。设内柱代表纤维段,其半径为 R ,长度为 $2L$,弹性模量为 E_f ,泊松系数为 ν_f 。外柱套为树脂基体,其外径为 R_0 ,长度为 $2L$,弹性模量为 E_m ,泊松系数为 ν_m 。假设:1) 纤维、基体的轴向应力 $\sigma_f^z(z)$ 、 $\sigma_m^z(r,z)$ 与径向和环向、与环向无关;2) 纤维和基体的径向和环向应力可

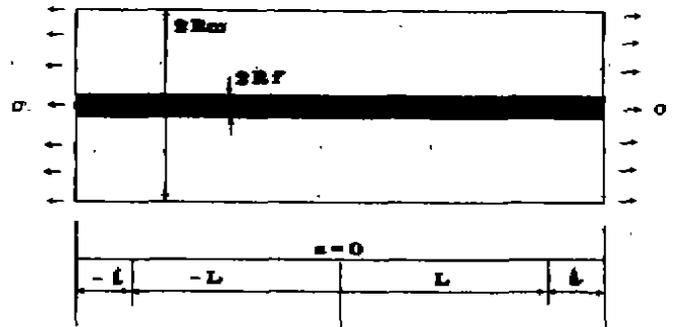


图 1 力学模型及使用的坐标系

忽略不计; 3) 界面从纤维的每一端开始有长为 l 的脱粘区域。则以位移形式表示的应力分量如下:

$$\sigma_f^*(z) = E_f \frac{dU_f^*(z)}{dz} \quad (1)$$

$$\sigma_m^*(r, z) = E_m \frac{\partial U_m^*(r, z)}{\partial z} \quad (2)$$

$$\tau_m^*(r, z) = G_f \frac{\partial U_m^*(r, z)}{\partial r} \quad (3)$$

式中 $U_f^*(r, z)$ —— 纤维轴向位移; $U_m^*(r, z)$ —— 基体轴向位移。

$$\text{纤维的端部条件为: } R_m^2 \sigma = R_f^2 \sigma_f^*(z) + 2 \int_{R_f}^{R_m} r \sigma_m^*(r, z) dr \quad (4)$$

$$\text{界面剪应力 } \tau_m^*(z) \text{ 和纤维轴向拉应力的关系为 } \frac{d\sigma_f^*(z)}{dz} = + \frac{2}{r} \tau_m^*(z) \quad (5)$$

$$\text{界面剪应力和树脂基体剪应力 } \tau_m^*(r, z) \text{ 的关系为}^{[9]} \tau_m^*(r, z) = \frac{\gamma(R_m^2 - r^2)}{r R_f} \tau_m^*(z) \quad (6)$$

式中: $\gamma = R_f^2 / (R_m^2 - R_f^2)$, 设: $\alpha = E_m / E_f$ 。

由式(4)、(5)和(6)得:

$$\frac{d\tau_m^*(z)}{dz} = \frac{\beta^2 R_f [(1 + \gamma)\sigma - \gamma\sigma_f^*(z) - \sigma_m^*(R_f, z)]}{2(\alpha + \gamma)} \quad (7)$$

$$\text{式中: } \beta^2 = \frac{(R_m^2 - R_f^2)(1 + \alpha/\gamma)}{(1 + \nu_m)[R_m^2 \ln(R_m/R_f) - (R_m^2 - R_f^2)^2 / 2 - (R_m^4 - R_f^4) / 4]}$$

将式(7)代入(6)式得控制方程

$$\frac{d^2 \sigma_f^*(z)}{dz^2} + \frac{\beta^2}{\alpha + \gamma} [(1 + \gamma)\sigma - \gamma\sigma_f^*(z) - \sigma_m^*(R_f, z)] = 0 \quad (8)$$

1.2 粘结界面段的应力分布

在粘结界面段 $-(L-l) < z < (L-l)$ 根据界面的位移连续条件和(1)(2)式得

$$\sigma_m^*(R_f, z) = \alpha \sigma_f^*(z) \quad (9)$$

将(9)代入(8)得粘结界面段的控制方程为

$$\frac{d^2 \sigma_f^*(z)}{dz^2} + \frac{\beta^2}{\alpha + \gamma} [(1 + \gamma)\sigma - \sigma_f^*(z)] = 0 \quad (10)$$

$$\text{粘结界面段的边界条件为: } \sigma_f^*(\pm(L-l)) = \sigma_1 \quad (11)$$

式中: σ_1 为 $z = \pm l$ 点的纤维轴向应力

在边界条件(11)下解方程(10)得粘结界面段的应力分布为:

$$\sigma_f^*(z) = \left(\frac{1 + \gamma}{\alpha + \gamma} \right) \left[1 - \frac{\text{ch}(\beta z)}{\text{ch}[\beta(L-l)]} \right] \sigma + \frac{\text{ch}(\beta z)}{\text{ch}[\beta(L-l)]} \sigma_1 \quad (12)$$

$$\tau_m^*(z) = \left(\frac{1 + \gamma}{2} \right) \left[\frac{1 + \gamma}{\alpha + \gamma} \sigma - \sigma_1 \right] \frac{\text{sh}(\beta z)}{\text{ch}[\beta(L-l)]} \quad (13)$$

1.3 脱粘界面段的应力分布

设脱粘界面段的摩擦系数 μ 为常数, 则脱粘界面的剪应力为:

$$\tau_m^*(z) = -\mu [q_0 + q^*(z)] \quad (14)$$

式中 q^* —— 由于纤维和基体泊松比不同而产生的附加压应力; μ —— 界面摩擦系数;

q_0 —— 基体对纤维的径向压应力。

由 Gao 等得 $q^*(z) = \frac{av_f \sigma_f^*(z) - V_m \sigma_m^*(R_f, z)}{\alpha(1 - V_f) + 1 + V_m + 2\gamma}$ (15)

由式(5), (10), (14), (15) 得脱粘界面段的控制方程为:

$$\frac{d^2 \sigma_f^*(z)}{dz^2} + B_1 \frac{d\sigma_f^*(z)}{dz} + B_2 \sigma_f^*(z) = B_2 B_3 \quad (16)$$

式中 $B_1 = [(\alpha V_f + \gamma V_m) \beta^2] / [V_m (\alpha + \gamma) \lambda]$;

$$B_2 = -\lambda B_1; B_3 = [(1 + \gamma) V_m \sigma] / (\alpha V_f + \gamma V_m + \omega \bar{\sigma});$$

$$\omega = \alpha v_f / (\alpha v_f + \gamma v_m); k = (\alpha v_f + \gamma v_m) / [\alpha(1 - v_f) + 1 + v_m + 2\gamma];$$

$$\lambda = 2\mu k / R_f; \bar{\sigma} = -q_0 / \omega k.$$

在边界条件: $\sigma_f^*(L - l) = \sigma_1$ $\sigma_f^*(L) = 0$ (17)

下求解方程(16) 可得脱粘界面段的载荷传递模型为

$$\sigma_f^*(z) = B_3 [D_1 \exp(m_2 z) + D_2 \exp(m_1 z)] + [D_3 \exp(m_2 z) + D_4 \exp(m_1 z)] \sigma_1 \quad (18)$$

$$\tau_f^*(z) = -R_f [B_3 D_1 \exp(m_2 z) + m_1 D_2 \exp(m_1 z)] + [m_2 D_3 \exp(m_2 z) + m_1 D_4 \exp(m_1 z)] \sigma_1 / 2 \quad (19)$$

式中 $m_1 = -(B_1 + \sqrt{B_1^2 + 4\lambda B_1}) / 2$; $m_2 = (-B_1 + \sqrt{B_1^2 + 4\lambda B_1}) / 2$

$$D_1 = -D_3(1 + \exp(m_1 l))$$

$$D_2 = D_4(\exp(-m_2 l) - 1); D_3 = \frac{-1}{\exp(m_2 L)[\exp(-m_1 l) - \exp(-m_2 l)]}$$

$$D_4 = \frac{1}{\exp(m_1 L)[\exp(-m_1 l) - \exp(-m_2 l)]}$$

界面脱粘裂纹尖端($z = \pm(L - l)$) 的位移连续条件

$$U_m^*(R_f, \pm(L - l)) = U_f^*(\pm(L - l))$$

由上式和(1), (2), (19) 可得界面粘粘裂纹尖端的应力为

$$\sigma_1 = + \frac{(1 + \gamma) \sigma v_m n_1 + \bar{\sigma} \alpha v_f (n_1 + \lambda)}{\alpha \lambda (v_m - v_f) + (\alpha v_f + \gamma v_m) n_2} \quad (20)$$

式中 $n_1 = n_{12} + (m_1 - m_2) \exp[-(m_1 + m_2)l] / (\exp(-m_1 l))$;

$$n_2 = [m_1 \exp(-m_1 l) - m_2 \exp(-m_2 l)] / (\exp(-m_1 l) - \exp(-m_2 l));$$

$$n_{12} = -m_1 \exp(-m_1 l) + m_2 \exp(-m_2 l).$$

1.4 纤维 / 树脂界面裂纹扩展判据及纤维断裂判据

采用双参数 Weibull 分布来预测长度为 $2L$ 的纤维的平均轴向拉伸强度 σ_{TS} .

$$\sigma_{TS}(2L_f) = (2L_f)^{-1/m} \Gamma(1 + 1/m) \sigma_s \quad (21)$$

$$\sigma_{TS}(2L) = \sigma_{TS}(2L_f) [L_f/L]^{1/m} \quad (22)$$

式中 m 和 σ_s 是 Weibull 模量和因子, Γ 是伽玛函数, L_f 是标准纤维段长度. 当纤维的拉应力达到阈值 $\sigma_{TS}(2L)$ 时纤维断裂, 由方程(12) 得纤维断裂临界外力为:

$$\sigma_{c,f} = (\alpha + \gamma) (\sigma_{TS} + (2\tau_s / R_f \beta) \text{ch}[\beta(L - l)]) / (1 + \gamma) \quad (23)$$

根据断裂力学的剪切强度判据, 当界面裂尖($z = \pm(L - l)$) 处的界面剪应力达到界面粘结剪切强度 τ_s 时, 界面裂纹将沿界面扩展, 由方程(13) 得:

$$\sigma_1 = \left\{ \frac{1 + \gamma}{\alpha + \gamma} \right\} \sigma - \left\{ \frac{2\tau_s}{R_f \beta} \right\} \text{cth}[\beta(L - l)] \quad (24)$$

由(23), (24) 得: 界面裂纹扩展临界外力为:

$$\sigma_{c,f} = \frac{(2\tau_s / R_f \beta) \tau_s \text{cth}[\beta(L - l)] - \alpha v_f (n_1 + \lambda) \bar{\sigma}}{(1 + \gamma) [n_s / (\alpha + \gamma) + v_m n_1]} \quad (25)$$

$$n_3 = \alpha\lambda(v_m - v_f) + n_2(\alpha\gamma + \gamma v_m)$$

2 三种具体的界面模式分析

用我们提出的理论模型对碳/环氧复合材料试样的单纤维段埋入试验过程,进行了计算机模拟数值分析。分析所用的模型材料常数^[4]为: $E_r = 230 \text{ GPa}$, $V_f = 0.2$, $R_f = 3 \mu\text{m}$, $L_f = 1.2 \text{ mm}$, $L_r = 10 \text{ mm}$, $m = 28$, $\sigma_c = 3.156 \text{ GPa}$; $E_m = 1.5 \sim 6 \text{ GPa}$, $V_m = 0.45$, $R_m = 1 \text{ mm}$, $\mu = 1.5$, $q_0 = -10 \text{ MPa}$, $\tau_c = 72.7 \text{ MPa}$ 。

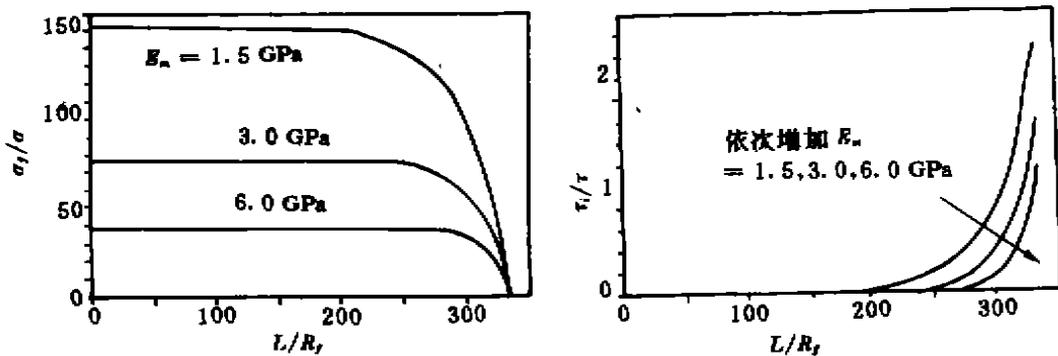


图 2 纤维轴向拉应力和界面剪应力(τ_f/σ)沿纤维轴向的分布

2.1 完全粘结界面的模式

首先分析完全粘结界面的模式。由数值分析所得的图 2 知,无论纤维轴向拉应力或界面剪切应力在给定的外力下,都随 α 的减少而增大。因此在其它条件不变时,具有较小 α 值的复合材料,只需较小的外力即使界面发生初始脱粘。界面处于完全粘结状态的条件为,界面的最大剪应力 $\tau_f^*(z = \pm L)$ 小于纤维的剪切强度 τ_c , 即:

$$\tau_f^*(L) < \tau_c \quad \text{或} \quad (\tau_f^*(-L) > -\tau_c) \quad (26)$$

由方程(13)和方程(26)及外部应力 σ_{ef} 与纤维轴向拉伸强度 $\sigma_{\tau s}(2L)$ 的关系得界面完全粘结的条件为:

$$\tau_c > \left(\frac{R_f \beta}{2} \right) \frac{\text{sh}(\beta L)}{\text{ch}(\beta L) - 1} \sigma_{\tau s}(2L) \quad (27)$$

由式(27)得名义纤维段长度 $2L$ 与外力的关系如下:

$$2L = \left(\frac{2}{\beta} \right) \text{ch}^{-1} \left[\frac{\sigma_{ef}}{\sigma_{ef} - [(\alpha + \gamma) / (1 + \gamma)] \sigma_{\tau s}(2L)} \right] \quad (28)$$

由于方程(10)、(11)、(18)和(19)均对 γ 纤维体积百分数不敏感,因而本文提出的界面载荷传递模型,克服了纤维体积百分数对模型的影响。

2.2 部分粘结界面的模型

由数值分析所得的图 3,可以看出纤维轴向拉应力除在界面脱粘裂纹尖端附近的一小部分区域以外,基本上与界面粘结剪切强度的变化无关。而界面剪应力在界面粘结区域内则随界面粘结剪切强度的增加而急剧增加,在界面脱粘区域内则随界面粘结剪切强度的增加而急剧下降。

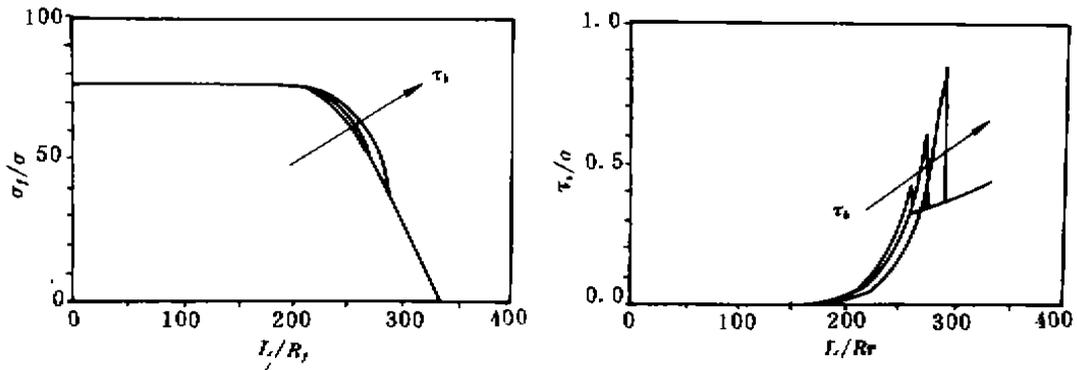


图3 纤维轴向应力 σ_l/σ 和 τ_l/σ 沿纤维轴向的分布

当 SFFM 实验中当纤维段长度 $2L \geq 2L_c$ 时,界面将不会发生脱粘。 $2L_c$ 是在令临界脱粘外力 $\sigma_w = \sigma_{cf}(l = 0)$ 并给定 τ_c 后得到的。一旦界面发生脱粘,则界面脱粘长度 l 将随着外力的增加而增加。很显然 τ_c 较小时,在同一大小的外力作用下, L_c 和 l 都较大。

界面处于部分脱粘状态的必要条件是 $\sigma_l > 0$, 得:

$$\sigma > \left(\frac{\alpha + \gamma}{1 + \gamma} \right) \left(\frac{2}{R_f \beta} \right) \tau_c \text{ch}[\beta(L - l)] \quad (29)$$

如果 $\sigma_w < \sigma_{cf}$, 则界面脱粘裂纹将继续沿界面扩展; 如果 $\sigma_w > \sigma_{cf}$ 则界面脱粘裂纹将不扩展。界面脱粘裂纹的扩展条件为:

$$\left(\frac{R_f \beta}{2} \right) t_1 > \tau_c > - \frac{\alpha v_f (n_1 + \lambda)}{v_m n_1 (\alpha + \gamma)} \left(\frac{R_f \beta}{2} \right) \sigma_{\tau s}(2L) \quad (30)$$

纤维段断裂条件为:

$$\left(\frac{R_f \beta}{2} \right) t_1 < \tau_c < \frac{\text{sh}[\beta(L - l)]}{\text{ch}[\beta(L - l)] - 1} \left(\frac{R_f \beta}{2} \right) \sigma_{\tau s}(2L) \quad (31)$$

式中

$$t_1 = \frac{[n_s + v_m n_1] \sigma_{\tau s}(2L) + \alpha v_f (n_1 + \lambda) \bar{\sigma}}{n_s \text{ch}[\beta(L - l)] - [n_s + v_m n_1 (1 + \gamma)] \text{csch}[\beta(L - l)]}$$

名义纤维段长度为:

$$2L = 2l + (2/\beta) \text{sh}^{-1} \left[\frac{2\tau_c/R_f \beta}{[(1 + \gamma)(\alpha + \gamma)] - \sigma_{\tau s}(2L)} \right] \quad (32)$$

在一给定的 τ_c 下, 式(30)和(31)中的上限, 将随着纤维段长度的减小而增大。对于一给定的纤维段长度, 在纤维断裂成更短的段以前存在着一个最大脱粘界面长度。这可以从图4加以说明, 图中A区只发生界面脱粘现象, B区则为界面进一步脱粘和纤维断裂发生区域。

以上分析表明在 SFFM 的连续加载过程中, 存在着各种可能的界面部分脱粘和纤维段断裂模式的组合。定义 L_{max} 、 L_{min} 分别为最大初始脱粘长度和最小断裂长度。则在 SFFM 实验中, 当 $L > L_{max}$ 时, 界面不可能发生初始脱粘, 当 $L < L_{min}$ 时, 界面裂纹将不再扩展。在 SFFM 实验中, 界面处于部分脱粘状态的必要条件是: $L_{min} < L < L_{max}$ (32)

名义纤维段长度 $2L$ 由脱粘长度 $2l$ 和粘结长度 $2(L - l)$ 两部分组成。由图5可以看出, 在外载较小时, 名义纤维段长度主要由粘结纤维段长度构成; 当外载变得较大时, 名义纤维段长度主要由脱粘纤维段长度构成。当名义纤维段长度在较大的外载下变得足够短时, 要使 l 进一步增加或使纤维断裂成更短的纤维段, 所需要的外载增加量突然趋于无穷, 我们称此时的名义纤维段长度 $2L$ 为极限纤维段长度 ($2L_c$)。

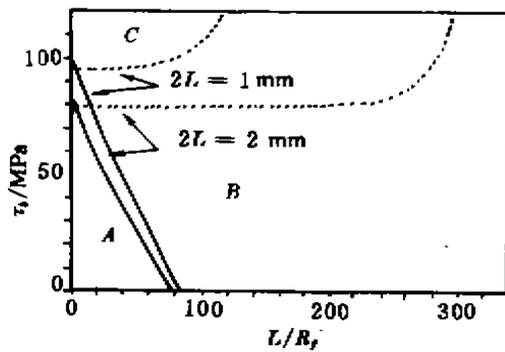


图 4 界面粘结强度 τ_b 与界面相对脱粘长度 l/R_f 的函数关系图

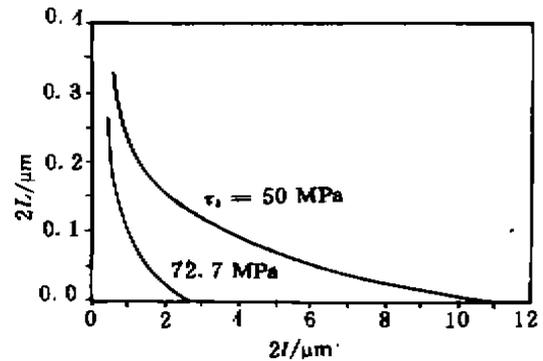


图 5 名义纤维段长度 $2L$ 和界面脱粘纤维段长度 $2l$ 的关系

3 结束语

本文的主要特点有:1) 提出了界面裂纹扩展的剪切强度判据;2) 提出了 SFPT 过程中界面分别处于以下三种不同的状态:1. 完全粘结状态;2. 部分粘结状态;3. 完全摩擦状态。3) 得出了名义纤维段长度与外载的相互关系;4) 找出了单纤维段实验比单纤维拔出实验中界面裂纹难于扩展的原因;5) 认为在大多数复合材料中均不可能出现完全摩擦状态。主要的缺点是:忽略了纤维弹性性能沿轴向和径向的变化影响;忽略了沿纤维轴向的热应力的影响;假设纤维段在其中部断裂,纤维的应力沿其中轴成轴对称分布。而实际上纤维可能在任一点断裂,特别是对作过表面处理的纤维更是如此。

参 考 文 献

- 1 Rascom W D and Jenseer M. Stress transfer in single-fibre tensile test. *J. Adhes.* 1986(19):219
- 2 Faver J P, Sigety P and Jacque D. Stress transferred by shear in glass fibre / matrix interface. *J. Mater. Sci.* 1991 (26), 189
- 3 Nelanitis N, Calioac C et al. Interfacial shear stress distribution in model composites. Part 2; Fragmentation studies on carbon / epoxy systems. *J. Compos. Mater.* 1992(26), 574
- 4 Fellard P, Desarmot G & Favre J P. Critical assessment of the fragmentation test with glass/epoxy systems. *Compos. Sci. Techn.* 1993(49), 109
- 5 Favre J P and Siget P. Stress transferred by shear in carbon fibre model composites. *J. Mater. Sci.* 1990(25), 1373
- 6 Ikuta N, Makawa Z. Evaluation of interfacial properties in glass fibre-epoxy resin composites-reconsideration of an embedded single-filament shear-strength test. *J. Mater. Sci.* 1991(26), 4663
- 7 Ling S, Wang H D. Relation between fibre flaw spectrum and fragmentation process; a computer investigation. *Compos. Sci. Techn.* 1993(48), 35
- 8 Kim J K, et al. Interfacial debonding and fibre pull-out stress; part I. A critical comparison of existing theories with experiments *J. Mater. Sci.* 1992(27), 3143
- 9 Kim J K, et al. Interfacial debonding and fibre pull-out stress; part II. A new model based on the fracture mechanics approach. *J. Mater. Sci.* 1994(29), 1343
- 10 Gau Y C, et al. Fracture of fibre reinforced materials. *J. Appl. Math. Phys.* 1989(39), 550