

一种改进的线性容差电路的 k -故障诊断

An Improved Diagnostic Method for Linear Circuit with Tolerance and k -Fault Elements

田逢春

Tian Fengchun

金吉成

Jin Jichen

(重庆大学电子信息工程学院无线电系, 重庆, 630044)

摘 要 提出了一种改进的线性容差电路的 k -故障诊断方法。与现有方法相比, 较多地利用了已知的统计特性, 缩小了电路可能的故障范围。同时, 还证明了故障诊断与信号解卷积模型的相似性, 将信号处理领域的方法引入线性电路故障诊断中。计算机模拟实验证实了该方法的有效性。

关键词 线性电路; 容差故障诊断; 统计特性; 模糊集; 信号解卷积

中国图书资料分类法分类号 TN711.1

ABSTRACT An improved diagnostic method for linear circuit with tolerance and k -fault elements is given. Compared to previous method, owing to much statistic information was used, it reduces the range of possible fault elements and gives the basis of following diagnoses. We also proved the similarity between the fault diagnosis and the deconvolution of signal, introduced the method of signal processing field to the linear circuit fault diagnosis. So a new way on circuit fault diagnosis was obtained. It is proved to be effective by computer simulation experiments.

KEYWORDS linear circuit; fault diagnosis with tolerance; statistic characteristics; fuzzy set; signal deconvolution

0 引 言

容差问题是模拟电路故障诊断中一个很困难但又必须解决的问题, 迄今为止, 人们提出了很多解决办法^[1,2,5~7], 但结果仍不理想。本文主要分析了文献[1]方法的不足之处并对其进行了改进。由于更多地利用了已知信息(即元件容差的统计特性: 均值、方差、pdf), 因而大大缩小了可能的故障元件范围, 为进一步的诊断提供了可靠的依据, 且大大减小了后续诊断的工作量, 为简便起见, 只对纯电阻电路的情况进行了推导, 且假定电路中的激励源都在可测端口上, 电路中的激励源都是电流源(电压源可化为电流源), 更一般的情况是将文中的电阻换为阻抗并在复数域进行研究。

1 线性容差电路故障诊断的原理

设电 N 为 b 条支路, n 个独立节点的故障容差电路, N 中有 k 条支路同时发生故障, 余下的 r 条支路均正常, m 为可测端口数, $k < m$, N 中的第 i 个元件用 R_i 表示, $i = 1, 2, \dots, b$, 元件的实际取值也用 R_i 表示, 用 R_{0i} 表示元件的标称值。对于一个真实的电路来说, R_i 不可能刚好等于其标称值 R_{0i} , 而是有一定的偏差 $\Delta R_i = R_i - R_{0i}$, 这就是我们说的容差线性电路。设 k 个故障元件组成的故障支路集为 R_f , 正常支路集为 R_r (本文中每个元件用一条支路表示), 则有:

$$\forall R_i \in R_f, |\Delta R_i| > \delta_i R_{0i}$$

$$\forall R_i \in R_r, |\Delta R_i| \leq \delta_i R_{0i}$$

其中, $i = 1, 2, \dots, b$, “ \forall ” 表示任意的, “ \in ” 表示属于, δ_i 为元件 R_i 的相对容差限。一般情况下 R_i 是以前额定值 R_{0i} 为中心而服从正态分布的随机变量。设其均方差为 σ_i , 则有:

$$R_i \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left[-\frac{(R_i - R_{0i})^2}{2\sigma_i^2}\right] \quad (1)$$

元件 R_i 的均方差 $\sigma_i \approx \frac{1}{3} \delta_i R_{0i}$

故障容差电路可等效为一个 $m + r + k$ 端口网络如图 1 所示^[1]。

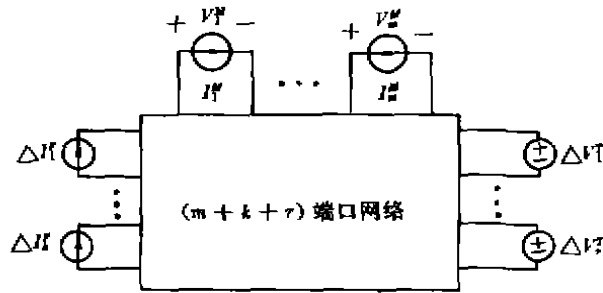


图 1 等效的故障容差网络

图中 $V^f = [V_1^f, V_2^f, \dots, V_m^f]^T$ 是故障容差电路可测端口电压实测值矢量, 根据线性电路迭加原理和文献[5]可证明: R_f 包含了电路中所有 k 个故障支路的必要条件是:

$$T_R \Delta V^f = T_R \Delta V^{fT} \quad (2)$$

其中 $T_R = [R_{Mf}(R_{Mf}R_{Mf})^{-1}R_{Mf} - 1] = (t_{ji})_{m \times m}$ 为故障支路集 R_f 的测试矩阵; R_{Mf} 为可测端口对故障端口的转移电阻矩阵; $R_{Mf} = (r_{ji})_{m \times k}$, ΔV^f 为可测端口上电压增量; ΔV^{fT} 是在图 1 中令容差补偿电压 $[\Delta V_1^f, \Delta V_2^f, \dots, \Delta V_m^f]^T$ 单独作用时可测端口上的电压增量矢量。

令

$$F_R = T_R \Delta V^{fT} = [f_{R1}, f_{R2}, \dots, f_{Rm}]^T \quad (3)$$

其中

$$f_{nj} = \sum_{i=1}^n t_{ji} \Delta V_i^{WT} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

可以证明, ΔV^{WT} 及 f_{nj} 是各元件增量 $\Delta R_i (i = 1, 2, \dots, b)$ 的线性组合。由 (1) 式知 $\Delta R_i \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left[-\frac{\Delta R_i^2}{2\sigma_i^2}\right]$, 再根据正态随机变量的性质知 f_{nj} 也是一个服从正态分布的随机变量, 其均值为零, 方差为 $\sigma_{f_{nj}}^2$ 。由式 (4) 知: $\sigma_{f_{nj}}^2 = \sum_{i=1}^n t_{ji}^2 (\sigma_i^{WT})^2$

σ_i^{WT} 是 ΔV^{WT} 的第 i 个分量 ΔV_i^{WT} 的均方差。

$$(\sigma_i^{WT})^2 = \sum_{k=1}^b d_{ik}^2 \sigma_k^2, \text{ 且若 } R_k \in R_f, \text{ 则 } d_{ik} = 0.$$

$D = (d_{ik})_{n \times b} = L(AY_0 A^T)^{-1} A Y_0 I_0$, 其中 L 是联系可测端口电压增量 ΔV^W 与节点电压增量 ΔV^N 的矩阵; $\Delta V^W = L \Delta V^N$, A 是关联矩阵; Y_0 是支路电导矩阵; $I_0 = [I_{01}, I_{02}, \dots, I_{0b}]^T$ 是各支路在元件为标称值时的电流矢量。

令 $h_j = 3\sigma_{f_{nj}}$, 称 $H = [h_1, h_2, \dots, h_m]$ 是 R_f 的故障定界矩阵。根据正态分布的“ 3σ ”规则, 文献[1]给出了判定 R_f 包含电路中所有 k 个故障的必要条件为:

$$\max\{|f_{1n1}| - h_1, |f_{1n2}| - h_2, \dots, |f_{1nm}| - h_m\} \leq 0 \quad (5)$$

其中 $f_{ijn} (j = 1, 2, \dots, m)$ 代表 $F_{ni} = T_n \Delta V^W$ 的各个分量。判断的方法是从电路的 b 条支路中选出 k 条组成可能的故障集 $R_f^i (i = 1, 2, \dots, C_k^b)$, 计算出相应的 F_{ni} 并检验其是否满足 (5) 式, 若不满足, 则说明不是这 k 个元件 (至少其中有一条以上的支路未发生故障)。若满足 (5) 式则说明这 k 个元件是一组可能解。

2 改进的方法

实验表明, 上述方法虽然能确定出可能的故障集, 但在很多情况下产生的可能解的范围太大, 不能有效地分离或缩小可能的故障范围。经过分析发现, 产生这一现象的原因是“ 3σ ”这一性质对变量的约束太宽松了, 在具有 b 条支路 k 个故障的电路中, 由概率组合理论知, 可能的故障支路集有 C_k^b 个, 这 C_k^b 个集合中有很多都满足 (5) 式。文献[2]从另一角度推出了线性电路故障诊断的电压判据和电流判据, 但其出发点也是利用了正态分布的“ 3σ ”规则; 文献[6]实质上是利用了残差向量 $T_n \Delta V^{WT}$ 的方差性质, 对于变量的约束比文献[1]的 3σ 更严一些, 因而比之更有效, 但这几种方法都未充分利用 $T_n \Delta V^{WT}$ 的一些已知的统计特性如均值、方差、概率密度函数 pdf 等。显然, 若我们在故障诊断时更多地利用已知信息作为约束条件就越能更加准确地进行故障定位或缩小可能的故障范围。

式 (2) 中 $T_n \Delta V^{WT}$ 是一个随机矢量, 我们不能知道其确切的取值, 但根据前面的推导我们知道了其各个分量的统计特征: 方差 σ_i^2 , 均值为 0, pdf 为正态分布函数等。因此对于 R_f 包含了所有 k 个故障支路的情况由 (2) 式知, 作为一个必要条件, 其测试矩阵 T_n 一定满足 $T_n \Delta V^W$ (即 F_{ni}) 的统计特性与 $T_n \Delta V^{WT}$ 统计特性完全相同, 此时称 R_f 为一个可行解。若我们利用已知的信息越多则所有可行解组成的集合就越小, 也就越有利于故障定位。

当元件存在容差时的故障电路, 尤其是元件参数非突变性的一类“软”故障具有一定的

模糊性,因此研究这一类问题时模糊数学就成了一个有力的工具。怎样将诸多的已知信息结合起来构成约束条件来求可能的故障集就是我们需要完成的。为此,我们将线性电路故障诊断问题与信号处理中的解卷积作一比较。

设真实信号为 $x(t)$,通过仪器可以测量到的信号为 $y(t)$, $n(t)$ 为噪声信号。

$$y(t) = h(t) * x(t) + n(t) \quad \text{或} \quad q(t) = n(t) \quad (6)$$

$$q(t) = y(t) - h(t) * x(t)$$

其中 $h(t)$ 代表信道或仪器对信号的固有畸变的影响,也称为系统的冲击响应;“*”代表卷积,上式中 $y(t)$ 、 $h(t)$ 是已知量, $n(t)$ 是随机过程,只知道其统计特性如均值、方差、pdf 等。如何从已知信息中求出真实信号 $x(t)$ 就是一个解卷积问题。

(6) 式中自变量 t 是代表时间的一个连续变量, $t \in (-\infty, +\infty)$,但在用计算机进行处理时实际上都是将其离散化且只可能处理有限个时刻的数据,(6) 式离散化的形式为

$$y(j) - h(j) * x(j) = n(j) \quad j = 1, 2, \dots, M$$

或用矢量形式表示为:

$$Y - HX = N \quad (7)$$

其中 Y 、 N 为 M 维矢量; X 为 k 维矢量,

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_k), \quad N = (n_1, n_2, \dots, n_M)$$

H 是 $M \times k$ 维矩阵(又称为退化矩阵),令

$$G = Y - HX = (g_1, g_2, \dots, g_M) \quad (8)$$

显然若 X 是真实信号则 G 的各分量组成的样本均值 $m_i = \left[\sum_{j=1}^M g_j \right] / M$ 以及样本方差 $\sigma_i^2 =$

$\frac{1}{M-1} \sum_{j=1}^M (g_j - m_i)^2$ 应分别与噪声向量 N 的相同且二者的统计特性也应相同。为了求 X ,我们可以取 X 的一个可能向量 X' 代入(8)式,求出样本方差和均值,若某个 X' 的样本方差和均值分别与 N 的样本方差和均值最接近,则认为该 X' 是最可能的真实解,但实验表明,某个 X' 的样本均值与 N 的最接近,但样本方差却不是最接近的,另一个 X'' 的样本均值是不与 N 的最接近,但其样本方差却与 N 的最接近,这就导致了判定的困难;再者,仅仅利用样本方差、均值作为约束条件还是未充分利用已知信息,而采用模糊综合评判则能较好地解决这个问题。文献[5]利用方差、均值以及 pdf 等已知信息构造了相应的模糊集合,将其用于信号解卷积中得到了满意的结果。

故障诊断中的(2)式与信号解卷积的(7)式是非常相似的,两个等式右端都是统计特性已知的噪声矢量,(2)式的右端 $T_k \Delta V^{**} = 0$ 代表的是无容差的故障诊断模型,而(7)式右端 $N = 0$ 则代表的是无噪声干扰下的纯退化信号解卷积模型,(2)式左端是测量出的数据 ΔV^{**} 和真正的故障集 R_k 中的元素(表现在 T_k 中)的组合形式,而(7)式左端则是测量出的信号 Y 与真实信号 X 的组合形式,尽管在信号处理中式(6)的自变量为 t ,在故障诊断中没有这一自变量,两个模型的物理意义全然不同,但当信号解卷积模型离散化后,两者的模型却非常相似,因此我们可以用与信号处理中相似的方法,利用已知的统计特性来构造下述模糊集。

为便于推导,首先将 F_k 的各分量标准化,

令

$$G_k = [g_1, g_2, \dots, g_m]^T, g_j = \frac{f_{kj}}{\sigma_{rj}}, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

则 g_j 服从标准正态分布, 即 $g_j \sim \Phi(0, 1)$, 下面是由 G_k 各分量的统计特性构造的模糊集。

2.1 由 G_k 各分量的均值构造的模糊集 P_m

由于 G_k 的每个分量 g_j 皆有 $g_j \sim \Phi(0, 1)$

因此

$$\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m g_j \sim \Phi\left(0, \frac{1}{m}\right)$$

令

$$P_m = \frac{1}{\sqrt{m}} \sum_{j=1}^m g_j, \quad \text{则 } p_m \sim \Phi(0, 1)$$

一个模糊集合最关键的是求取其隶属函数, 可以根据专家经验, 典型函数形式等求出, 由于我们已知 p_m 的 pdf, 因此可以充分利用这一信息来求出最佳的隶属函数, 文献[3]证明了这一方法求出的隶属函数是最佳的。

设随机变量 x 的 pdf 为 $p(x)$ 则由 x 构成模糊集的隶属函数为

$$\mu(x) = \begin{cases} \lambda p(x) & \text{若 } \lambda p(x) < 1 \\ 1 & \text{若 } \lambda p(x) \geq 1 \end{cases}$$

其中 λ 可由下述方程的数值解得到^[3]:

$$\lambda \int_{\lambda p(x) < 1} p^2(t) dt + \int_{\lambda p(x) \geq 1} p(t) dt - C = 0$$

对于本文中的 p_m 可推导出其隶属函数

$$\mu_m(p_m) = \begin{cases} 1 & |p_m| \leq a \\ \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{p_m^2}{2}} & \text{其它} \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\lambda = \sqrt{2\pi}e^{\frac{a^2}{2}}$, a 为与置信水平有关常数(实质上它决定了模糊集的 α -截集), 相应的隶属函数曲线如图 2 所示。

2.2 根据方差确定的模糊集 P_r

因为 $g_j \sim \Phi(0, 1)$, 由概率理论知道 $\sum_{j=1}^m g_j^2 \sim \chi^2(m)$ 分布, 当 m 足够大时, 可用正态分布来近似。我们用于构造 P_r 的变量为

$$p_r = \sqrt{2 \sum_{j=1}^m g_j^2} - \sqrt{2m-1}$$

近似有 $p_r \sim \Phi(0, 1)$

因 p_r 与 p_m 的 pdf 相同, 因此 P_r 与 P_m 有相似的隶属函数曲线, 所以可得到:

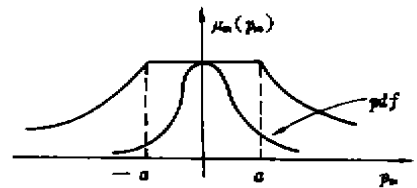


图 2 P_m 的隶属函数曲线

$$\mu_r(p_i) = \begin{cases} 1 & |p_r| \leq \alpha_1 \\ \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{p_r^2}{2}\right\} & \text{其它} \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\lambda = \sqrt{2\pi} \exp\left\{\frac{\alpha_1^2}{2}\right\}$

由此可得出带容差的线性电路故障诊断方法如下:

1) 对可测端口施加一个激励电流矢量

$$I_m = (I_{1m}, I_{2m}, \dots, I_{mm})'$$

测试其可测端口电压 $V^M = (V_1^M, V_2^M, \dots, V_m^M)'$

计算电路中所有元件的标称值时的可测端口电压矢量 $V_0^M = (V_{10}^M, V_{20}^M, \dots, V_{m0}^M)'$

求出 $\Delta V^M = (\Delta V_1^M, \Delta V_2^M, \dots, \Delta V_m^M)'$

其中 $\Delta V_j^M = V_j^M - V_{j0}^M \quad j = 1, 2, \dots, m$

2) 在具有 m 个可测端口、 b 条支路、 k 个故障支路的网络中,可能的故障支路集有 C_k^b 个,对某个可能的故障支路集 $R_l^* (l = 1, 2, \dots, C_k^b)$,求其测试矩阵 T_l^* 及故障定位矩阵 $F_{kl} = T_l^* \Delta V^M$.

3) 由 F_{kl} 求出对应的模糊集 P_l^*, P_l^* 及其交集 P^l

$$P^l = P_m^* \cap P_r^* \quad l = 1, 2, \dots, C_k^b$$

设由 P^l 构成的模糊集为 P , 则其隶属函数

$$\mu(P^l) = \min\{\mu_m(p_m^*), \mu_r(p_r^*)\} \quad l = 1, 2, \dots, C_k^b$$

对模糊集 P 求取其 α -截集 P_α .

设 $P^j \in P_\alpha, j \in J_\alpha \subseteq J, J = \{1, 2, \dots, C_k^b\}$, J_α 是所有满足 $P^j \in P_\alpha$ 的那些 P^j 的指标集, 则根据模糊数学的最大隶属度原理知, 与 P^j 对应的 R_l^j 即为一个可行解, $\bigcup_{j \in J_\alpha} R_l^j$ 则是所有可能性最大的故障支路集合。

3 实验及讨论

实验电路如图 3 所示。各元件的标称值、实际值、均方差都列于下表中, 其中元件的实际值采用蒙特卡洛方法用计算机模拟产生均值 R_n (标称值), 均方差为 σ_n 的 R_n 。电路中各元件的误差容限取为 10%, 故障元件 R_3, R_7 , 其余元件的阻值都在容差范围内, 认为是正常元件。

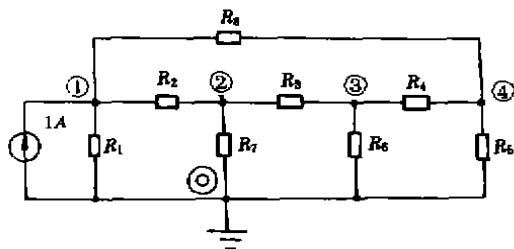


图 3 实验电路

$$\Delta V^M = (0.0517, 0.1233, 0.0952)'$$

为提高运算速度,笔者采用了文献[5]中借助于伴随网络求 R_{w^*} 的方法。电路中可能的故障集个数为 $C_1^1 = C_2^1 = 28$ 。

当采用文献[1]中的方法时,只排除了 (R_6, R_7) 一种情况而认为其它 27 种组合都是可能的故障集,采用本文的方法时,可能的故障集

各元件参数表

元件名	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8
标称值 R_n	10	30	20	10	30	30	40	10
实际值 R_i	9.94	30.3	38	10.11	28.8	31.5	56	9.6
均方差 σ_i	0.111	1	0.444	0.111	1	1	1.778	0.111

$$\bigcup_{j \in J_n} R_j = \{(R_2, R_3), (R_2, R_6), (R_2, R_7), (R_3, R_5), (R_3, R_7), (R_5, R_7), (R_6, R_7)\}$$

可见可能的故障范围已大大缩小(实验中取 $\alpha = 0.1, \alpha_1 = 1.9, \alpha = 1$)。

若设(8)式中 g_j 的均方差为 σ_{gj} , $j = 1, 2, \dots, m$, 分析实验数据表明,对大多数可能的故障集 R_j 而言皆有 $\sigma_{gj} \leq 3.0$, 本例中有 27 种情况满足此式,可见文献[1]的方法对变量的约束太松,因而不能有效地缩小故障范围。

从实验中还得到以下结果:

1) 若只用了 g_j 的均方差或只用其均值作为约束条件(即只有模糊集 P_n 或 P 时所得到的故障范围(即 $\bigcup_{j \in J_n} R_j$) 比两者都用时要大。例如若只有均方差这一条件时,可能的故障集个数有 27 种,只用均值这一条件时可能的故障集有 11 个,两者都用时则只有 7 种。显然这是很直观的。

2) 真正的故障集 (R_3, R_7) 所对应的 P^* 在模糊集 P 中的隶属度并不是最大的,表现为实验中若将(7)、(8)式中的 α, α_1 再减小时,模糊集 P 将进一步减小,但同时也出现了漏判。产生这一现象的原因有两个:一是我们只利用了(2)式中 $T_n \triangle V^{M^*}$ 的统计特性,作为随机变量的 $T_n \triangle V^{M^*}$ 还有不确定性;另一个原因是在用方差构造模糊集 P 时我们用正态分布来近似代替 $\chi^2(m)$ 分布,因本例中 m 不大($m = 3$),因此有一定误差,对于复杂电路 m 很大时这个误差就很小了,因此还可望改善现有的结果。

参 考 文 献

- 1 黄金明,邹锐. 线性容差电路的故障定位. 华中工学院学报, 1987, (6): 19~26
- 2 任江苏,邹锐. 用模糊集观点诊断模拟电路的故障. 华中工学院学报, 1987, (6): 27~34
- 3 Civanlar M R, Trussell H J. Constructing Membership Functions Using Statistical Data. Fuzzy Sets of Systems, 1986, 18(1): 1~13
- 4 Civanlar R, Trussell H J. Digital Signal Restoration Using Fuzzy Sets. IEEE Transm ASSP, 1986, 34(4): 919~935
- 5 Biernacki R M, Bandler J W. Multiple-Fault Location of Analog Circuits. IEEE Trans on CAS, 1981, 28(5): 361~367
- 6 杨嘉伟,杨士元,陆强等. 容差电路的故障诊断——最小容差估计算法. 电子科学学刊, 1993, (4): 388~394
- 7 Lee J H, Bedrosian S D. Fault Isolation Algorithm for Analog Electronic Systems Using the Fuzzy Concept. IEEE Trans on CAS, 1979, 26(7): 518~522