1996 年 7 月 第 19 卷第 4 期
重庆大学学报 (自然科学版)
Journal of Chongqing University (Natural Science Edition)
Vol. 19, №. 4 Jul. 1996

(1,0 49 - 52

投入产出分析的 RAS 方法的加权修正和推广
——RTALS 方法及其数学模型*

Weighted Modification and Generalization of RAS Method on Input-Output Analysis
——RTALS Method and its Mathematical Model

F 223

刘纪显　　伊亨云
Liu Jixian　　Yi Hengyun
(重庆大学系统工程及应用数学系, 重庆, 630044; 第一作者 35 岁, 男, 硕士)

A 摘　要　确定了 I/O 中直耗系数变动对"全局"的影响程度因子, 并把该因子作为直耗系数的权重, 对 RAS 法进行修正推广。提出了 RTALS 方法及其数学模型。

关键词　投入产出模型; RAS 方法; 加权; 完全需求系数矩阵 / RTALS 方法
中国图书资料分类法分类号　F223
RAS 法, 数学模型

ABSTRACT　This paper defines the degree factors that 'The overall situation' is influenced when direct consumption coefficients vary, on I/O, and the degree factors are weighted on the direct consumption coefficients correspondingly so that RAS method is modified and generalized, and RTALS method and its mathematical model are proposed.

KEYWORDS　input-ouput model; RAS method; weighted; complete demand coefficient matrix / RTALS mathematical model

0 引　言

在投入产出分析中, 对直接消耗系数矩阵进行修订, 无论是对经济分析还是对经济预测都具有重要的意义。是投入产出建模的必不可分的重要环节, 是投入产出分析的重大方法论问题。

目前虽然已经提出了不少修订方法[1~5], 如专家评估法、层次分析法、时间序列法、多目标决策方法、马尔可夫方法等, 但为世界各国普遍采用和接受的修订方法仍是由 1976 年诺贝尔经济学奖得主英国著名经济学家、剑桥大学应用经济系教授 Richard Stone 等于 60 年代初提出的 RAS 修订法。

但是 RAS 法存在着一个重要缺陷, 这就是只考虑替代和制造影响的权重, 而不考虑各基期直接消耗系数的变动对"全局"的影响程度的权重, 不考虑完全需求系数矩阵所提供的

* 收文日期　1995-06-12

内部信息。

为克服这一缺陷，笔者提出一种对 RAS 法加权修正的 RTALS 方法。其基本思想是，先确定每一个基期直接消耗系数的变动对完全需求系数矩阵的总体影响程度因子，然后用该因子对各基期直耗系数对应加权，最后对加权后的基期直耗系数矩阵使用“RAS”法。从而建立相应的 RTALS 方法及其数学模型。

这里要指出，基期直接消耗系数矩阵只是加权之后的特例。故本文的 RTALS 方法是对 RAS 法的推广和完善。

1 影响因子及加权定理

设基期直接消耗系数矩阵为 $A=(a_{ij})_{n\times n}$，则完全需求系数矩阵为 $(I-A)^{-1}$. 并设 $(I-A)^{-1}=(\bar{a}_{ij})_{n\times n}$.

引理 设 A 的元素只有 a_{ij} 变动，其余不变，则

$$\partial\frac{(I-A)^{-1}}{\partial a_{ij}}=\begin{bmatrix}\bar{a}_{1i}\bar{a}_{j1} & \bar{a}_{1i}\bar{a}_{j2} & \cdots & \bar{a}_{1i}\bar{a}_{jn}\\ \bar{a}_{2i}\bar{a}_{j1} & \bar{a}_{2i}\bar{a}_{j2} & \cdots & \bar{a}_{2i}\bar{a}_{jn}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ \bar{a}_{ni}\bar{a}_{j1} & \bar{a}_{ni}\bar{a}_{j2} & \cdots & \bar{a}_{ni}\bar{a}_{jn}\end{bmatrix}$$

证明见文献[1].

定理(影响因子及加权定理) (i) 基期直接消耗系数 a_{ij} 的变动对完全需求系数矩阵 $(I-A)^{-1}$ 的总体影响因子是推动系数 t_i 和带动系数 l_j 的几何平均值的 $\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})}$ 倍。其中 $\hat{Q}=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}\{\hat{Q}_i\}$，$Q=\max\limits_{1\leqslant j\leqslant n}\{Q_j\}$，其中 $\hat{Q}_i=\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}$，$Q_j=\sum\limits_{i=1}^{n}a_{ij}$ 分别为 A 的行和与列和。记 $W_{ij}^{*}=\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})}\sqrt{t_il_j}$，$i,j=1,\cdots,n$，式中 $t_i=\sum\limits_{k=1}^{n}\bar{a}_{ki}$，$l_j=\sum\limits_{k=1}^{n}\bar{a}_{jk}$. (ii) 若对 a_{ij}，$i,j=1,\cdots,n$ 的对应加权为 $W_{ij}^{*}a_{ij}=\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})}\sqrt{t_il_j}a_{ij}$，$i,j=1,\cdots,n$，则有 $\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})}a_{ij}<\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})}\sqrt{t_il_j}a_{ij}\leqslant a_{ij}$，即 $\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})}a_{ij}<W_{ij}^{*}a_{ij}\leqslant a_{ij}$ $i,j=1,\cdots,n$.

证明 由引理知，a_{ij} 的增量引起 $(I-A)^{-1}$ 的增量的线性主部为

$$d(I-A)^{-1}=\triangle a_{ij}\cdot\frac{\partial(I-A)^{-1}}{\partial a_{ij}}=(\triangle a_{ij}\bar{a}_{ki}\bar{a}_{jl})_{n\times n}=(\triangle_{kl})_{n\times n}$$

我们知道，$(I-A)^{-1}=I+A+A^2+\cdots+A^n+\cdots$. 由于 A 非负，所以 $(I-A)^{-1}$ 也非负，即 $\bar{a}_{ij}\geqslant 0$，$i,j=1,\cdots,n$. 所以所有的 $\triangle_{kl}$ 同号。这时，我们用 W_{ij} 来表示所有 $\triangle_{kl}$ $k,l=1,\cdots,n$ 的和，则 W_{ij} 反映了 $\triangle a_{ij}$ 对完全需求系数矩阵的总体影响程度。

这时，有

$$W_{ij}=\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\triangle_{kl}=\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\triangle a_{ij}\bar{a}_{ki}\bar{a}_{jl}=\triangle a_{ij}\sum_{k=1}^{n}(\bar{a}_{ki}\cdot\sum_{l=1}^{n}\bar{a}_{jl})=\triangle a_{ij}(\sum_{k=1}^{n}\bar{a}_{ki})(\sum_{l=1}^{n}\bar{a}_{jl})$$

我们记 $t_i=\sum\limits_{k=1}^{n}\bar{a}_{ki}$，$l_j=\sum\limits_{l=1}^{n}\bar{a}_{jl}$，则有 $W_{ij}=\triangle a_{ij}t_il_j$，其中，$l_j$、$t_i$ 分别是投入产出分析中的带动系数和推动系数。

现进一步确定影响因子。

先记 $W_{ij}=(\triangle a_{ij}/a_{ij})\cdot a_{ij}t_il_j=k_{ij}a_{ij}t_il_j$. 当 a_{ij} $i,j=1,\cdots,n$ 都相对均衡变动时来比较 $\triangle a_{ij}$

对完全需求系数矩阵的总体影响程度才是合理的，才符合经济意义。也就是说，我们设 $k_{ij}=\triangle a_{ij}/a_{ij}=k$（常数）不会影响 W_{ij} 之间的比较结果。于是有 $W_{ij}=ka_{ij}t_il_j$.

又由于 k 是所有 W_{ij} 的公因子，故所有 W_{ij} 除以 k 也不会影响比较结果。于是我们记 $W'_{ij}=a_{ij}t_il_j$. 由文献[1]的定理 3 知

$$a_{ij}<W'_{ij}\leqslant a_{ij}/(1-Q)(1-\hat{Q}) \tag{1}$$

我们用 W'_{ij} 对 a_{ij} 加权，得 $W'_{ij}a_{ij}=t_il_ja^2_{ij}$. 由(1)知 $W'_{ij}a_{ij}$ 的取值范围是

$$a^2_{ij}<t_il_ja^2_{ij}\leqslant a^2_{ij}/(1-Q)(1-\hat{Q}) \tag{2}$$

显然，$W'_{ij}a_{ij}=t_il_ja^2_{ij}$ 可能大到失去投入产出的经济意义的程度。于是，我们将每一个 $W'_{ij}a_{ij}$ 乘以同一个缩小因子 $(1-Q)(1-\hat{Q})$ 得

$$(1-Q)(1-\hat{Q})t_il_ja^2_{ij} \tag{3}$$

由于每个 $W'_{ij}a_{ij}$ 是乘以同一个因子，所以不会影响比较结果。由(2)知

$$(1-Q)(1-\hat{Q})a^2_{ij}<(1-Q)(1-\hat{Q})t_il_ja^2_{ij}\leqslant a^2_{ij} \tag{4}$$

从而使得加权以后的系数不会失去投入产出经济意义。

为消除(3)中的平方因子，我们对每一个 $(1-Q)(1-\hat{Q})t_il_ja^2_{ij}$ 取算术平方根，得

$$\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})}\ \sqrt{t_il_j}a_{ij} \tag{5}$$

由于对每一个系数都施行了同样的运算，所以不会影响系数间的比较结果。

(5)式即是考虑到 $\triangle a_{ij}$ 对 $(I-A)^{-1}$ 的总体影响程度时直接消耗系数 a_{ij} 的对应加权的合理结果。不难看出，影响因子应为 $\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})}\ \sqrt{t_il_j}$, $i,j=1,\cdots,n$. 记 $W^*_{ij}=\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})}\ \sqrt{t_il_j}$. 由(4)式可知，加权后的系数取值范围是

$$\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})}a_{ij}<W^*_{ij}a_{ij}\leqslant a_{ij} \tag{6}$$

于是整个定理得证。

2　RTALS 方法及其数学模型

记

$$T=\begin{bmatrix}\sqrt{t_1} & & & \\ & \sqrt{t_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sqrt{t_n}\end{bmatrix},\quad L=\begin{bmatrix}\sqrt{l_1} & & & \\ & \sqrt{l_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sqrt{l_n}\end{bmatrix}$$

已知基期直接消耗系数矩阵为 A，于是应用影响因子及加权定理对 A 加权后为

$$\widetilde{A}=\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})}T\cdot A\cdot L$$

对 $\widetilde{A}$ 用"RAS"方法，得到 RTALS 方法及其数学模型如下

$$A^*=R\cdot\widetilde{A}\cdot S=\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})}R\cdot T\cdot A\cdot L\cdot S \tag{7}$$

或

$$a^*_{ij}=\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})}r_i\sqrt{t_i}a_{ij}\sqrt{l_j}s_j$$

$$i,j=1,\cdots,n \tag{8}$$

如果是已知现期综合数据

$X^*=(x^*_1,x^*_2,\cdots,x^*_n)^T$：现期总产出向量

$Y^*=(y^*_1,y^*_2,\cdots,y^*_n)^T$：现期最终产品向量

$G^* = (g_1^*, g_2^*, \cdots, g_n^*)^T$：国民生产总值向量

在投入产出数量平衡关系

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^* x_j^* + y_i^* = x_i^* \qquad i = 1, \cdots, n & (9) \\ \sum_{i=1}^{n} a_{ij}^* x_j^* + g_j^* = x_j^* \qquad j = 1, \cdots, n & (10) \end{cases}$$

的约束下，将(8)式代入(9)式和(10)式，整理后即可得到已知现期综合数据的RTALS方法的解

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & & & \\ & r_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & r_n \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} s_1 & & & \\ & s_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & s_n \end{bmatrix}$$

其中

$$\begin{cases} r_i = \dfrac{x_i^* - y_i^*}{\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})}\ \sqrt{t_i} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \sqrt{l_j}\, s_j x_j^*} \qquad i = 1, \cdots, n & (11) \\ s_j = \dfrac{x_j^* - g_j^*}{\sqrt{(1-Q)(1-\hat{Q})} x_j^*\ \sqrt{l_j} \sum_{i=1}^{n} r_i \sqrt{t_i}\, a_{ij}} \qquad j = 1, \cdots, n & (12) \end{cases}$$

通过有关计算，将解 r_i, s_j $i, j = 1, \cdots, n$ 代入(8)式即可得到现期直接消耗系数矩阵 A^*.

3 结　　语

从RTALS方法的数学模型(7)或(8)式可以看出RTALS方法不仅包含了RAS方法所包含的替代、制造影响信息，而且还包含了完全需求系数矩阵所提供的推动、带动影响信息。从已知现期综合数据的RTALS方法的解(11)和(12)即可看到，RTALS方法的解是既包含了替代、制造影响信息，又包含了推动、带动影响信息的广义解。这里的解 R、S 已不是原RAS方法的解的意义了，这是值得注意的。

事实上，从影响因子及加权定理之(ii)可知，原直接消耗系数是加权后的系数的特例。因此，RAS方法是RTALS方法的特例，RTALS方法是RAS方法的推广和完善。

另外，还要强调，RTALS方法在求解上是容易的。我们是对已经应用过的基期直接消耗系数矩阵 A 进行修订，故完全需求系数矩阵 $(I - A)^{-1}$ 是已知的。而应用投入产出分析时，必须涉及 $(I - A)^{-1}$ 的计算，所以推动系数 t_i 和带动系数 l_j 不难求得。Q 和 $\hat{Q}$ 可由 A 直接求得。

参 考 文 献

1 唐小我．修订直接消耗系数的一种新方法．预测，1991，(2)：47～48

2 钟契夫，陈锡康．投入产出分析．北京：中国财政经济出版社，1988：228～247

3 张小弦，谭国富．投入系数的长期预测．华中工学院研究生学报，1986，(2)：21～29

4 阮国桢．根据投入产出原理修正技术系数矩阵．湘潭大学学报(自然科学版)，1991，(1)：29～34

5 李长明．直接消耗系数的修订方法研究——马尔可夫法与投入产出分析的结合．数量经济技术经济研究，1985，(2)：62～65