

15

30-36

钢丝绳联轴器迟滞特性的建模与参数辨识

Modelling and Parameter Identification of Wire Rope coupling with Nonlinear Hysteresis Characteristics

龚宪生^①

Gong Xiansheng

赵玫^②

Zhao Mei

骆振黄^③

Luo Zhenhuang

(^① 重庆大学资源及环境工程学院, 重庆, 630044; ^② 上海交通大学振动冲击噪声研究所;
第一作者 40岁, 男, 博士, 副教授)

TH133.4
TH13.1

A 摘要 基于对一种非线性迟滞特性钢丝绳联轴器振动试验数据分析和处理, 提出了联轴器特性的数学模型: $Q(A, f, x, \dot{x}) = K_1(A)x + K_3(A)x^3 + K_5(A)x^5 + C(A, f)|\dot{x}|^{n(A, f)}\text{sgn}(\dot{x})$, 其中刚度函数 $K_1(A)$ 、 $K_3(A)$ 和 $K_5(A)$ 描述联轴器刚度特性, 阻尼函数 $C(A, f)$ 描述阻尼大小, 阻尼的成分由阻尼函数 $n(A, f)$ 描述。并用参数整体辨识方法辨识了模型中的各参数, 弄清了该型联轴器的动刚度和阻尼特性。研究表明, 提出的数学模型能很好地反映非线性动刚度和阻尼对非线性迟滞恢复力 Q 的作用, 可以全面描述振幅 A 、激励频率 f 、瞬态位移 x 和瞬态速度 \dot{x} 对恢复力的影响, 适用于具有非线性迟滞特性的其他类型联轴器。

关键词 钢丝绳联轴器; 迟滞特性振动; 非线性 / 建模; 参数辨识

中国图书资料分类法分类号 TH1131; TH13; TH133.4

ABSTRACT On the basis of processing & analyzing the experimental data for a novel wire rope coupling, to be used in certain ships, with nonlinear hysteresis characteristics, a mathematical model of the coupling is proposed, $Q(A, f, x, \dot{x}) = K_1(A)x + K_3(A)x^3 + K_5(A)x^5 + C(A, f)|\dot{x}|^{n(A, f)}\text{sgn}(\dot{x})$, where dynamic stiffness functions $K_1(A)$, $K_3(A)$ & $K_5(A)$ describe dynamic stiffness characteristics of the coupling, damping function $C(A, f)$ describes value of the damping, composition of the damping is expressed by a damping component function $n(A, f)$. In order to identify the parameters in the model, an entire parameter identification method is developed. The dynamic stiffness & damping characteristics of the coupling are investigated. Analyses show that the model can describe the effect of the nonlinear dynamic stiffness & the damping on the nonlinear hysteretic restoring force Q very well & the effect of amplitude A , excitation frequency f , instantaneous displacement & velocity on the restoring force comprehensively, & it can be applied to restoring force of other couplings with nonlinear hysteresis characteristics. These studies provide the model for investigating thoroughly the effect of the dynamic stiffness & damping of the coupling on vibration response of shaft system with the coupling.

KEYWORDS wire rope coupling; hysteretic characteristics vibration; nonlinearity / mod-

* 收文日期 1995-12-11
国家教委博士点专项基金资助项目

elling; parameter identification

0 引 言

为了适应船舶防振、抗冲、降噪的新要求,推进轴系采用一种新型的高弹性联轴器。这种联轴器以钢丝绳作为弹性元件,具有变刚度,变阻尼的非线性迟滞特性,本构关系非常复杂,表现出与变形历史有关的迟滞非线性。它能承受大变形,具有缓冲能力,能保证在较宽的频带内吸振,这种联轴器不仅能补偿三维大偏移,而且集隔振器、缓冲器和吸振器功能于一身,具有改善推进轴系振动的作用。为了将这种联轴器开发应用于船舶推进轴系,有必要对其动态特性进行研究。建立其数学模型。

1 非线性迟滞系统建模与参数辨识概述

对于非线性迟滞系统的建模,到目前为止,最具代表性的数学模型有三种:双线性恢复力模型;一阶非线性微分方程模型和迹法模型。这些模型都是针对某些迟滞系统提出的,它们各有不同的应用场合,并且有各自不同的优点。目前尚无一种十分理想的模型可以用来准确地描述非线性迟滞系统的动力特性^[1~6]。数学模型建立以后,下一步工作就是辨识数学模型中的未知参数。关于非线性迟滞特性系统的参数辨识工作做得不多,只是最近几年来方才有些发展^[7~12]。由于非线性迟滞系统问题的双值性和非线性,因而成为非线性系统参数辨识的前沿课题。

2 联轴器振动试验

选用正弦信号作为激励信号,频率变化范围选为 1~30 Hz,振幅变化范围为±(1~8) mm。试验时,测量每一特定频率、振幅下的速度 \dot{x} 、位移 x 和力 Q 的振动信号。为了实现在不同频率、振幅,特别是大位移振动条件下的多种组合试验并保证有足够大的激励力激励联轴器达到稳态周期大位移振动,选择适当的激励设备至关重要。

由于常规的激励方式无法满足钢丝绳联轴器振动试验的要求,不得不另辟途径。因此尝试利用 MTS 材料试验机作为激振器,对大挠度弹性联轴器进行振动试验(另文发表)。对处理后形成的试验数据文件进行作图可以形成许多相应的曲线图,图 1、图 2 是众多曲线中的一部分。

图 1 为同频率不同振幅的 8 条迟滞回线,由此图分析可知,联轴器的动刚度与振幅有关,同时,从迟滞回线面积(表示联轴器阻尼所耗散的能量)可知联轴器的阻尼与振幅也有关系,即联轴器的动刚度和阻尼均是振幅的非线性函数。

图 2 表示振幅为 1 mm,激振频率为 2,3,8,10,20,30 Hz 的迟滞回线图。由图可知,弹性联轴器的动刚度与振动频率有关,随着频率增大,对应的迟滞回线的恢复力与位移的比值变小,当频率在 8~30 Hz 范围内时,迟滞回线基本重合。由此可知钢丝绳联轴器动刚度在一定频率范围内与频率有关,当频率增大到 8 Hz 以后,联轴器的动刚度不再随频率变化而变化,因而联轴器的动刚度在一定频率范围内是频率的非线性函数,当频率增大到一定值后,动刚

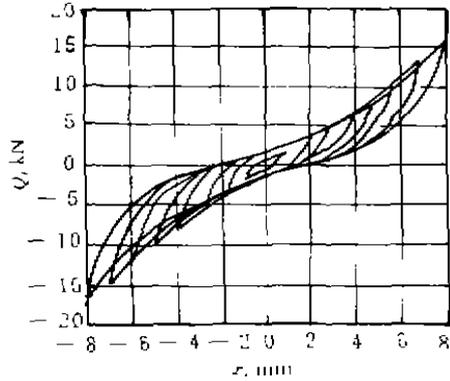


图1 1 Hz 时不同振幅的迟滞回线图

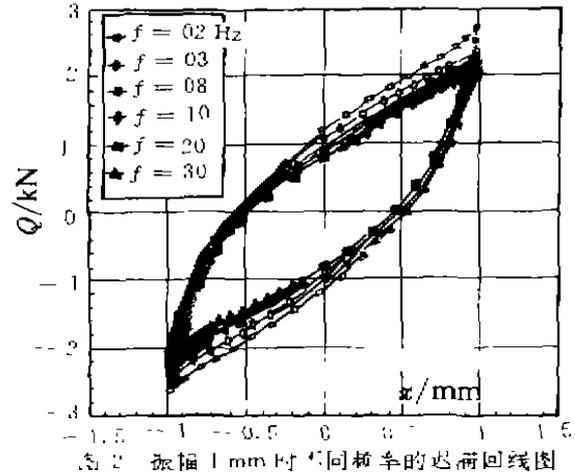


图2 振幅 1 mm 时不同频率的迟滞回线图

度与频率无关。同样,联轴器的阻尼在一定频率范围内是频率的非线性函数,当频率增大到一定值后(这里是 8 Hz),阻尼与频率无关。

由以上分析可知,钢丝绳弹性联轴器的恢复力具有非线性迟滞特性,在大位移振动情况下表现出动刚度非线性和阻尼非线性的特性。联轴器的动刚度和阻尼是振动幅值和频率的非线性函数,但当频率增大到一定值后,动刚度和阻尼仅为振幅的非线性函数。

3 联轴器建模与参数辨识

3.1 数学建模与参数辨识

由联轴器的动态迟滞回线可知,联轴器的迟滞特性不宜用双线性模型来描述,主要原因是双线性模型与联轴器的动态迟滞回线外形相差甚远,双线性模型将系统刚度系数处理成二个线性刚度系数,这不足以描述联轴器的非线性迟滞特性中的非线性刚度系数,双线性模型阻尼仅处理为干摩擦阻尼,也不足以描述联轴器阻尼的复杂成分。一阶微分方程模型主要用于迟滞系统的随机响应分析中,这种模型用于计算迟滞系统的稳态动力响应很不方便,模型中各参数的物理意义不明确,模型形式不利于各参数的辨识,而且弹性力和阻尼力在恢复力表达式中不显现,不利于理论分析。基于平均和等效原理的迹法(trace method)和以此为基础,KO 等人建立的模型都有自己的不足,前者只能描述迟滞恢复力与位移和速度的关系,而不能全面描述迟滞恢复力与各振动参数的关系,后者只能描述三个阶次非线性弹簧刚度,其应用范围受到限制。由此可知,现有描述迟滞特性的数学模型都不能用来描述联轴器的非线性迟滞特性。因此,笔者在前人研究的基础上,研究了联轴器动刚度和阻尼的特性,建立了既能合理描述联轴器非线性迟滞特性又能满足一定精度要求的数学模型。

对联轴器试验结果进行深入分析后,提出联轴器恢复力数学模型:

$$Q(A, f, x, \dot{x}) = K_1(A)x + K_3(A)x^3 + K_5(A)x^5 + C(A, f)|\dot{x}|^{n(A, f)}\text{sgn}(\dot{x}) \quad (1)$$

即恢复力 $Q(A, f, x, \dot{x})$ 是振幅 A 、激励频率 f 、瞬态位移 x 和瞬态速度 \dot{x} 的函数,或者说恢复力 Q 是刚度函数 $K_1(A), K_3(A), K_5(A)$ 和阻尼函数 $C(A, f)$ 以及阻尼成分函数 $n(A, f)$ 的函数。用

阻尼成分函数 $n(A, f)$ 描述阻尼的组成情况, $n(A, f) = 0$ 时, 阻尼为干摩擦阻尼, $n(A, f) = 1$ 时, 为粘性阻尼, $0 < n(A, f) < 1$ 时, 阻尼由粘性阻尼和干摩擦阻尼组成, $n(A, f) > 1$ 时, 阻尼成为“高阶”阻尼。对于(1)式, 当振幅与频率一定时, 式中的 $K_1(A), K_3(A), K_5(A)$ 和 $n(A, f)$ 均为定数, 当振幅和频率变化时, 它们均是函数, 因此参数辨识实质上是参数函数的辨识。在此首先用非线性参数辨识方法 Marquardt 法, 根据试验所得的数据, 按照(1)式对每一迟滞回线进行参数辨识, 可以得到对应的 $K_1(A), K_3(A), K_5(A), C(A, f)$ 和 $n(A, f)$ 值, 对每种工况下的数据随振幅和频率变化趋势进行分析后, 笔者进一步提出刚度函数、阻尼函数和阻尼成分函数的数学表达式为:

$$K_{2i-1}(A) = \sum_{j=1}^i b_{(2i-1)j} A^j \quad (i = 1, 2) \quad (2)$$

$$C(A, f) = b_{c1} \frac{A^{b_{c2}}}{f^{b_{c3}}} \quad (3)$$

$$n(A, f) = b_{n1} \frac{A^{b_{n2}}}{f^{b_{n3}}} \quad (4)$$

然后分别用线性参数辨识法和非线性参数辨识法, 根据上面已经得到的各个工况下 $K_1(A), K_3(A), K_5(A), C(A, f)$ 和 $n(A, f)$ 的数值对(2)、(3)、(4)式中各待定参数进行辨识, 将辨识得到的各参数代入(2)、(3)和(4)式得:

$$K_1(A) = 0.000\ 280\ 699A^7 - 0.009\ 228\ 35A^6 - 0.125\ 558A^5 - 0.914\ 564A^4 + 3.841\ 43A^3 - 9.247\ 23A^2 + 11.572\ 8A - 4.331\ 21 \quad (5)$$

$$K_3(A) = -3.614\ 95 \times 10^{-5}A^7 - 0.001\ 257\ 17A^6 - 0.018\ 305A^5 + 0.144\ 926A^4 - 0.676\ 076A^3 + 1.863\ 92A^2 - 2.800\ 22A + 1.708\ 71 \quad (6)$$

$$C(A, f) = 0.068\ 145\ 59 \frac{A^{0.988\ 317\ 1}}{f^{0.186\ 373\ 1}} \quad (7)$$

$$n(A, f) = 1.376\ 734 \frac{A^{-0.550\ 906\ 3}}{f^{0.030\ 244\ 34}} \quad (8)$$

关于 $K_5(A)$ 的辨识采用以下方法:

由式(1)知, 当位移 x 达到最大值 A 时, $\dot{x} = 0$, 阻尼力 $Q_2 = C(A, f) |\dot{x}|^{n(A, f)} \text{sgn}(\dot{x}) = 0$, 联轴器恢复力 Q 达到最大值, 弹性恢复力 $Q_1 = K_1(A)x + K_3(A)x^3 + K_5(A)x^5$ 也达到最大值, 此时有:

$$Q_{\max} = K_1(A)A + K_3(A)A^3 + K_5(A)A^5 = Q_{\max} \quad (9)$$

由此式得:

$$K_5(A) = (Q_{\max} - K_1(A)A - K_3(A)A^3) / A^5 \quad (10)$$

式中 $K_1(A), K_3(A)$ 已求得, 由试验迟滞回线恢复力最大值与振幅的数据, 可辨识出(9)式的

Q_{\max} 为:

$$Q_{\max} = -5.16965 \times 10^{-5} A^7 + 2.21538 \times 10^{-5} A^8 + 0.0241174 A^5 - 0.375207 A^4 - 2.55596 A^3 - 8.88624 A^2 + 16.8085 A - 8.37136 \quad (11)$$

将(5)、(6)和(11)式代入(10)即求得 $K_s(A)$. 至此,(1)式中的各参数函数已全部辨识出,将这些参数代入(1)式就得到联轴器恢复力的数学模型。

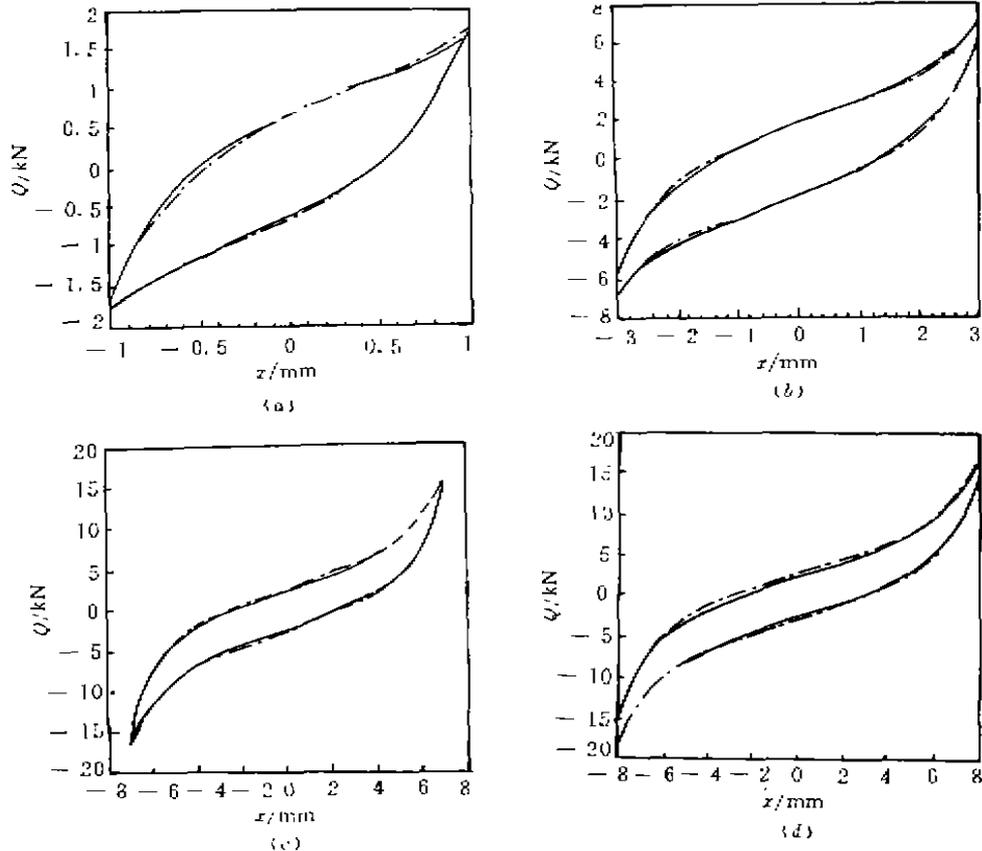


图3 理论与试验迟滞回线比较

3.2 结果分析与比较

由数学模型(1)计算可以得到不同激励频率和振幅下联轴器恢复力迟滞回线数据,为了证实(1)的正确性,下面画出频率为1赫兹,振幅为1,3,7,8 mm等工况下数学模型计算的理论数据和试验数据表示的迟滞回线图,如图3(a)~(d)所示,图中虚线为理论回线,实线为试验迟滞回线。从图中可知,理论迟滞回线十分接近试验迟滞回线,由此可以说明建立的联轴器数学模型(1)式可很好地描述恢复力随振幅 A 、频率 f 、瞬时位移 x 和速度 \dot{x} 变化的规律,较圆满地解决了联轴器恢复力建模与参数函数辨识的难题。

为了进一步分析联轴器的阻尼特性,画出由数学模型(1)式分别描述的弹性恢复力 Q_1 和阻尼力 Q_2 的曲线图,如图4(a)~(d)所示,图中单值曲线为弹性恢复力 Q_1 , 双值闭合曲线

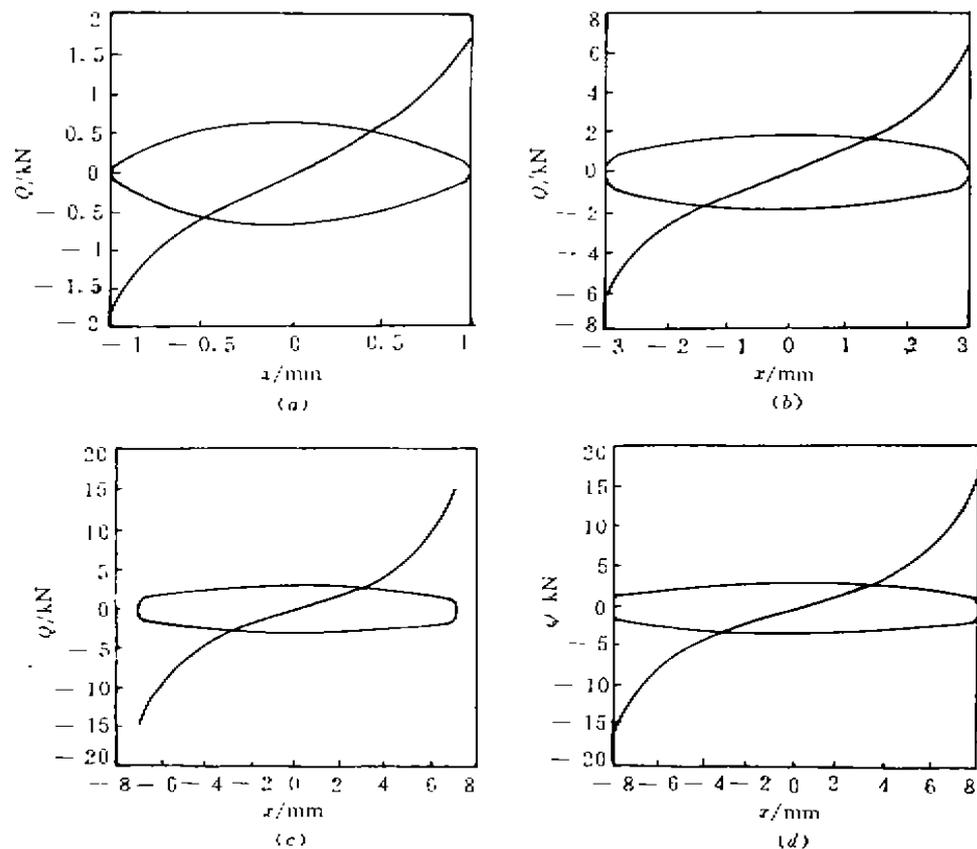


图 4 数学模型的弹性恢复力和阻尼力图

为阻尼力 Q_2 。从图 4(a) ~ (d) 中可以看到：双值闭合曲线的形状随振幅的增大，从橄榄形变成椭圆形，再变成棒槌形。这说明联轴器的阻尼成分不是单一的，而是多种阻尼的组合，这些阻尼在不同的振幅下出现的大小比例不同。振幅为 1 mm 时，见图 4(a)，“高次”阻尼成分较多，而干摩擦阻尼和粘性阻尼的成分较少，这时阻尼恢复力闭合曲线的形状呈橄榄形。这是因为振幅较小时，联轴器弹性元件中的钢丝绳股与股之间所受的力和位移都较小，还没有产生相对滑移。随着弹性元件受力增加、位移增加，钢丝绳股与股之间的摩擦力增大，局部出现滑移。这种状态下，联轴器的阻尼成分以粘性阻尼为主，摩擦阻尼次之，闭合曲线，即阻尼恢复力曲线的形状呈椭圆形，振幅为 2 ~ 4 mm，见图 4(b)，振幅为 3 mm 的回线。随着联轴器受力的进一步增大，位移随之增加，钢丝绳股与股之间出现大的相对滑移，阻尼恢复力曲线的形状呈棒槌形，介于椭圆与矩形之间，但更加接近于矩形这说明此种情况下，联轴器的阻尼成分以干摩擦阻尼为主，粘性阻尼为次，振幅介于 5 ~ 8 mm 之间，见图 4(c) 和 (d)，振幅为 7、8 mm 的回线。

从图 4 中各图可知：阻尼恢复力的大小随振动位移 x 变化而变化，实质上阻尼恢复力的大小随振动速度 \dot{x} 的大小变化。在 x 等于零时，速度 \dot{x} 最大，所以，阻尼力的绝对值达到最大，在位移 x 为振幅值 A 时，速度为零，阻尼力为零。

6 结 语

在对钢丝绳高弹性联轴器振动试验数据进行分析和处理的基础上,笔者提出了其恢复力的数学模型(1)及刚度、阻尼和阻尼成分函数表达式,并按未知参数整体辨识原则,用 Marquardt 非线性参数辨识方法,成功地辨识出了数学模型中的各参数。该模型的优点是刚度函数、阻尼函数和阻尼成分函数的引入使得它能全面地揭示联轴器中刚度和阻尼的变化情况。与试验回线的比较表明:模型能很好地描述联轴器的动态特性。对于具有非线性迟滞特性的其它类型的联轴器,本文的数学模型(1)、(2)、(3)和(4)具有普遍的适用性。各公式中的参数需针对具体类型联轴器按文中提出的方法进行辨识。

参 考 文 献

- 1 Masri S F. Forced Vibration of the Damped Bilinear Hysteretic Oscillator. *J. the Acoustical Society of America*, 1975, 57(1): 106~112
- 2 Bouc R. Forced Vibration of Mechanical systems with Hysteresis. Abstract, Proceedings of the Fourth Conference on Nonlinear Oscillation, Prague, Czechoslovakia, 1976. 315~315
- 3 Wen Y K. Method for Random Vibration of Hysteretic Systems. *ASCE, J. the Engineering Mechanics Division*, 1976, (12): 249~263
- 4 Baber T T, Wen Y K. Random Vibration of Hysteretic Degrading Systems. *ASCE, J. the Engineering Mechanics Division*, 1981, 107: 1069~1089
- 5 Badrakhan F. Rational Study of Hysteretic System under Stationary Random Excitation. *J. Non-Linear Mechanics*, 1987, 22(4): 315~325
- 6 Ko J M, Ni Y Q, Tian Q L. Hysteretic Behavior and Empirical Modeling of a Wire-Cable Vibration Isolator. *Int. J. Anal. Exp. Modal. Anal.* 1992, 7(2): 111~127
- 7 Andronikou A M. Identification of Nonlinear Hysteretic System Using Random Search. *Proc. 6th. IFAC. Symp. on Identification and System Parameter Estimation, Washington D. C. ,USA, 1982, 331~336*
- 8 胡海岩,李岳峰. 具有记忆特性的非线性减振器参数识别. *振动工程学报*, 1989, (6): 17~27
- 9 胡海岩,李岳峰. 几种非线性减振器的试验建模. *振动与动态测试*, 1988, (2): 1~8
- 10 Masri S F, Bekey G A, Safford F B. A Global Optimization Algorithm Using Adaptive Random Search. *Applied Mathematics and Computation*, 1980, 7: 353~375
- 11 Lo H R, Yar M, Hammond J K. The Analysis of Hysteretic System with Reference to a Particular Model. *Proc. 4th. IMAC*, 1986, 730~735
- 12 陈乃立,童忠铨. 非线性迟滞系统的参数识别. *振动与冲击*, 1994, (4): 7~14