

⑨ 54-59

## 热连轧窄带钢自适应控制 在线增益系数 $\alpha$ 的确定

Investigation of On-line Determination of Gain Coefficient  $\alpha$   
with Adaptive Control of Continuous Hot-Narrow-Strip Rolling

胡贻苏<sup>①</sup>  
Hu Yisu

宋美娟<sup>②</sup>  
Song Meijuan

(① 重庆大学冶金及材料工程系, 重庆, 630044;

② 重庆高等钢铁专科学校, 重庆, 630050; 第一作者 58 岁, 女, 副教授)

TG 335.13  
TP 273.2

**摘 要** 针对热连轧窄带钢稳态轧制过程中自适应增益系数  $\alpha$  的确定进行探讨, 以 450 mm 热连轧机为仿真对象, 分析各种影响增益系数  $\alpha$  的因素, 用数理统计中未知方差  $\sigma^2$  的参数区间估计方法确定实测数据的置信概率, 用参数寻优法建立了增益系数  $\alpha$  和实测数据置信概率之间的定量关系, 为在线确定增益系数  $\alpha$  的值提供了依据。

**关键词** 自适应控制; 增益; 置信度

**中国图书资料分类法分类号** TG335.13; TP273.2

带钢 轧制

**ABSTRACT** This paper explores the determination of gain coefficient  $\alpha$  with adaptive control in continuous hot-narrow-strip rolling under steady condition, simulated on the 450 mm continuous hot-strip mill, analysed every effect to gain coefficient  $\alpha$ , showed that the confidence levels of the measured data can be determined by parameter estimation with unknown variance  $\sigma^2$  in mathematical statistics and the value of gain coefficient  $\alpha$  can be got by parameter optimization, discussed how to set up the quantitative relation ship between the measured data and gain coefficient  $\alpha$  and provided a basis for on-line determination of gain coefficient  $\alpha$ .

**KEYWORDS** adaptive control; gain; confidence levels

### 0 引 言<sup>[1~3]</sup>

在轧制过程中, 自适应控制广泛采用指数平滑法, 其中增益系数  $\alpha$  的取值在预报中起着重要作用, 它反映了对过程状态变化信息的利用程序, 过程状态的变化信息由实测数据反映出来, 因此, 增益系数  $\alpha$  的取值取决于实测数据的置信概率; 而实际应用中往往是根据经验给出一个固定值用于递推计算, 以致自适应效果欠佳。

针对上述问题, 本文进行了探讨, 并建立了增益系数  $\alpha$  和实测数据置信概率之间的定量

关系,用于在线确定增益系数 $\alpha$ 的值。

## 1 实测数据置信概率<sup>[1]</sup>

实测数据是进行自适应控制的基础,它反映出过程状态的变化信息,是设定模型自适应修正的依据。

设实测数据 $x$ 为一随机变量,在一个采样周期内获得一组实测数据,即 $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 形成随机变量 $x$ 的一个子样。本次实测值由 $\bar{x} \left( \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)$ 给出,实测值的置信概率如何?为此,可用数理统计中未知方差 $\sigma^2$ 的参数估计得到本次实测数据的置信概率。

由于未知总体方差 $\sigma^2$ ,可用 $t$ ——检验法构造样本函数为:

$$t = \frac{\bar{x} - E(x)}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \quad (1)$$

式中  $\bar{x}$ ——本次实测数据的平均值;

$E(x)$ ——本次实测数据的数学期望;

$s^2$ ——本次实测数据的子样方差,

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - n(\bar{x})^2 \right)$$

$n$ ——本次实测数据采样个数。

样本函数只含未知参数 $E(x)$ ,且服从自由度为 $n-1$ 的 $t$ 分布,则

$$P \left[ |\bar{x} - E(x)| < t_{\beta(n-1)} \sqrt{\frac{s^2}{n}} \right] = 1 - \beta \quad (2)$$

令  $T = 1 - \beta$

得 $E(x)$ 的置信概率为 $T$ 的置信区间

$$\left[ \bar{x} - t_{\beta(n-1)} \sqrt{\frac{s^2}{n}}, \bar{x} + t_{\beta(n-1)} \sqrt{\frac{s^2}{n}} \right]$$

式中  $t_{\beta(n-1)}$ —— $t$ 分布函数的双侧分位数。

设置信区间长度 $L$ 一定,为保证估计的精确度, $L$ 取值较小。置信区长度给出后,即可算出子样双侧分位数

$$t_{\beta(n-1)} = L / 2 \sqrt{\frac{s^2}{n}} \quad (3)$$

由 $t$ 分布双侧分位数表查出 $\beta$ ,若不能直接查得,则用线性差值法算出 $\beta$ ,从而得到实测数据 $X(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ 的置信概率 $T$ 。确定实测数据置信概率程序框图见图1。

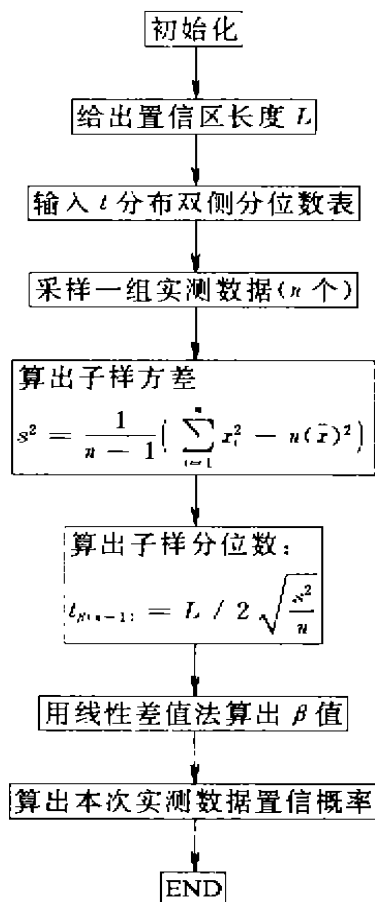


图 1 计算实测数据置信概率程序框图

## 2 增益系数 $\alpha$ 和实测数据置信概率的关系<sup>[2~3]</sup>

设有  $m$  元线性模型

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \cdots + b_m x_m \quad (4)$$

选择常数项  $b_0$  为自适应项,它是一种单参数的自适应算法。

具体的作法是,把第  $n$  次自适应项实测值  $b_0^{(n)}$  和自适应项预报值  $b_0^{(n)}$  进行加权平均,取其加权平均值作为第  $n+1$  次预报用模型的自适应项  $b_0^{(n+1)}$  (为了书写方便,记  $b_0^{(n)}$  为  $b_n^*$ ,  $b_0^{(n)}$  为  $b_n$ ,  $b_0^{(n+1)}$  为  $b_{n+1}$ )。

指数平滑法的递推公式为:

$$b_{n+1} = \alpha b_n^* + (1 - \alpha) b_n \quad (5)$$

或

$$b_{n+1} = b_n + \alpha (b_n^* - b_n) \quad (6)$$

式中  $\alpha$ ——用于计算第  $n+1$  次预报用模型自适应参数  $b_{n+1}$  时,  $b_n^*$  的权重,也称为增益系数,  $(0 \leq \alpha \leq 1)$ ;

$b_n$ ——用于第  $n$  次预报用的模型自适应参数。

由式(6)可以看出,新的自适应项  $b_{n+1}$  由上次自适应项  $b_n$  和实测值  $b_n^*$  所决定,  $b_n^* - b_n$  为

第 $n$ 次自适应项的实测值与预报值的差值,它包含过程状态变化的信息, $b_n^* - b_n$ 乘以增益系数 $\alpha$ 并叠加到原来的 $b_n$ 上去,得到第 $n+1$ 次的自适应项预报值。 $\alpha$ 的取值在预报中起着重要作用,它反映了对信息( $b_n^* - b_n$ )的利用程度,当 $\alpha = 1$ 时,则 $b_{n+1} = b_n^*$ ,即完全信赖第 $n$ 次获得的实测信息,用它作为第 $n+1$ 次的预报,这只有在实测数据绝对可靠没有误差的情况下才成为可能,如 $\alpha = 0$ ,则 $b_{n+1} = b_n$ ,即表示第 $n$ 次实测值完全不可靠,不予考虑;因此,增益系数 $\alpha$ 的取值应由实测数据置信概率决定。

影响实测数据置信概率的因素有很多,如数据传输、数模转换、仪表精度等。由于这些因素的存在,造成实测数据的量测误差,因此,实测值 $b_n^*$ 在某值附近随机波动,呈正态分布;在 $\Delta t$ 时间内采样获得一组实测数据( $b_{n1}^*, b_{n2}^*, \dots, b_{ni}^*$ )形成一个子样,用未知总体方差 $\sigma^2$ 的参数区间估计方法确定本次实测数据的置信概率。

本次自适应项实测值 $b_n^*$ 的置信概率确定后,给出一个增益系数 $\alpha$ ,用 $\alpha$ 作为 $b_n^*$ 的权重,把 $b_n^*$ 和本次自适应项预报值 $b_n$ 加权平均,得到下次的预报值 $b_{n+1}$ , $b_{n+1}$ 和第 $n+1$ 次自适应项实测值 $b_{n+1}^*$ 存在差值。如此进行 $n$ 次,得到其残差平方和为

$$Q(\alpha) = \sum_{i=1}^n (b_i^* - b_i)^2 \quad (7)$$

它随增益系数 $\alpha$ 的取值不同而变化。为了获得最小二乘意义下的最优 $\alpha$ 值,可采用黄金分割法寻优。 $\alpha$ 的取值范围是 $[0, 1]$ ,在此区间内找出两点 $\alpha_1$ 和 $\alpha_2$ ,初值为0.618和0.382,由此求得 $Q(\alpha_1)$ 和 $Q(\alpha_2)$ 。比较 $Q(\alpha_1)$ 和 $Q(\alpha_2)$ ,舍弃残差平方和较大者,保留较小者,继续分割,直到相邻两点满足 $|\alpha_1 - \alpha_2| < \varepsilon$  ( $\varepsilon$ 为给定任意小的正数,取为0.0001),以残差平方和最小者的 $\alpha$ 为最优值。它将随着实测数据置信概率的变化而变化,实测数据置信概率越大,增益系数 $\alpha$ 的最优值就越大,反之, $\alpha$ 的最优值则减小。以轧钢现场的实际情况用仿真的方法找出对应于不同实测数据置信概率的最优增益系数 $\alpha$ 值,对其回归建立二者之间的定量关系,用于在线自适应控制时确定增益系数 $\alpha$ 的值。

### 3 仿真结果与分析

以某热连轧车间450 mm精轧机组第四架轧机为例。设轧制压力预报值用 $\hat{P}$ 表示,轧制压力实测值用 $P^*$ 表示。采用的轧制压力数学模型为:

$$x_1 = l' / \bar{h} \quad x_2 = \varepsilon \cdot l' / \bar{h} \quad x_3 = \varepsilon \quad (8)$$

$$Q_p = A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + A_4 \quad (9)$$

$$P = B l' \sigma Q_p \quad (10)$$

式中  $A_1 = 0.2376$   $A_2 = 1.006$   $A_3 = -0.3768$   $A_4 = 1.1821$ ;

$B$ ——轧件宽度,  $l'$ ——轧辊压扁弧长;

$\sigma$ ——平面变形抗力,  $Q_p$ ——应力状态系数;

$\varepsilon$ ——本道次变形程度;

$\bar{h}$ ——本道次出口厚度与入口厚度的平均值。

在此,用指数平滑法进行自适应,选取常数项 $A_4$ 为自适应项。程序框图如图2。

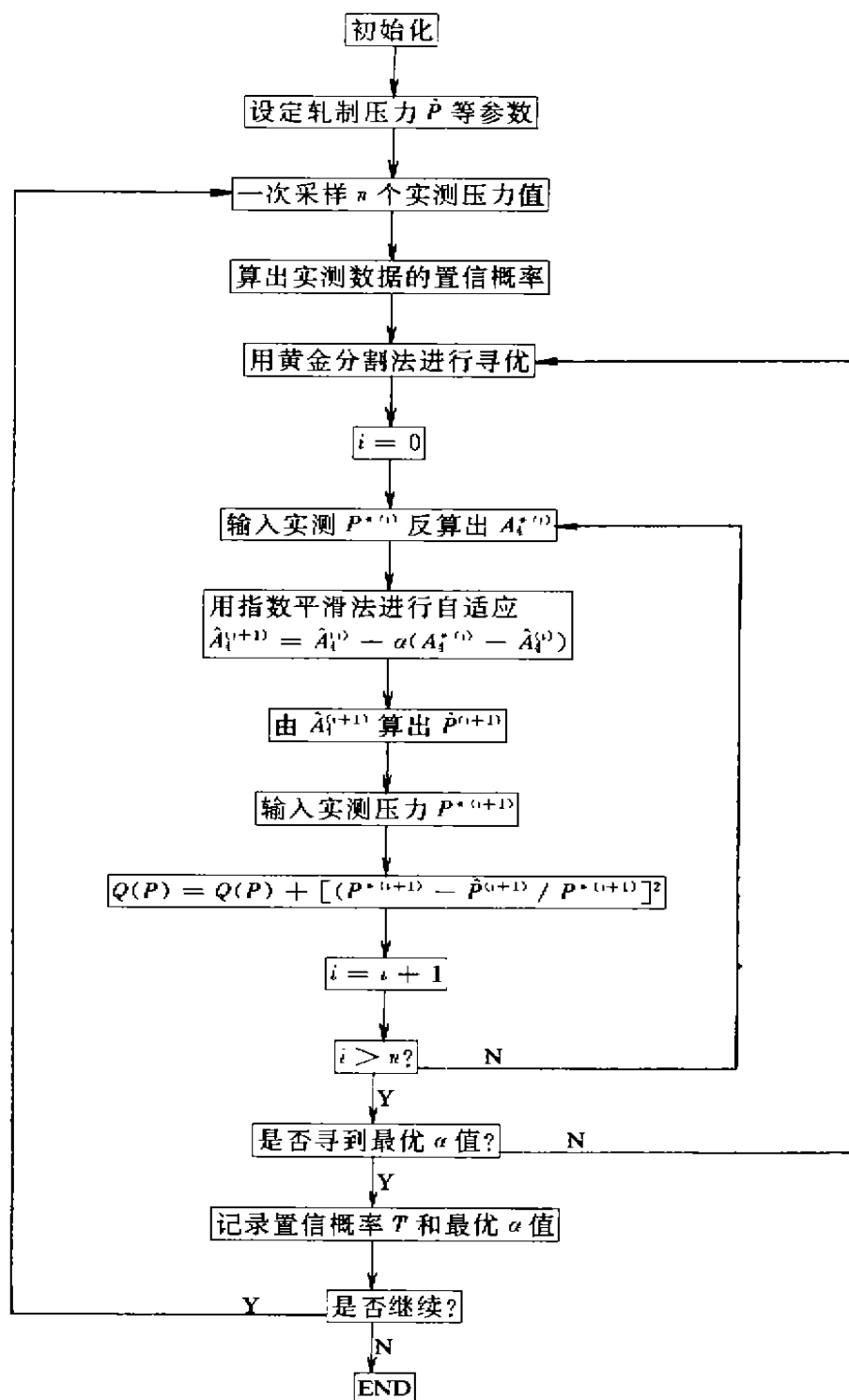


图 2 设定与自适应寻优程序框图

首先,设定出本机架的轧制压力预报值  $P^{(0)}$ ,然后给出轧制压力实测值  $P^{*(0)}, P^{*(1)}$  是采

样所得一组压力实测值的平均值,算出采样所得实测轧制压力的置信概率。同时,由 $P^{*(0)}$ 反算出应力状态系数实测值 $QP^{*(0)}$ 及实测值 $x_1^{(0)}$ 、 $x_2^{(0)}$ 、 $x_3^{(0)}$ ,继而反算出实测值 $A_1^{(0)}$ 。由黄金分割法寻优程序中给出的增益系数 $\alpha$ 值,用指数平滑法递推公式(6)求得下次的自适应项预报值。

$$A_1^{(1)} = A_1^{(0)} + \alpha(A_1^{*(0)} - A_1^{(0)})$$

注: 自适应项 $A_1$ 的初值 $A_1^{(0)}$ 为1.1821

再由 $A_1^{(1)}$ 预报出轧制压力 $\hat{P}^{(1)}$ ,它和实测轧制压力值 $P^{*(1)}$ 之间存在着差值,其相对差值为 $(P^{*(1)} - \hat{P}^{(1)}) / P^{*(1)}$ ,如此进行 $n$ 次后,其相对残差平方和为:

$$Q(P) = \sum_{i=0}^n [(P^{*(i+1)} - \hat{P}^{(i+1)}) / P^{*(i+1)}]^2 \quad (11)$$

找出对应于最小 $Q(P)$ 的 $\alpha$ 值作为增益系数的最优值。上述轧机的仿真寻优结果见表1,其关系曲线见图3。用 Gauss-Newton 法回归出其回归方程为:

$$\alpha = -2.75367 + T^{0.27812}$$

回归残差平方和 $Q = 0.06598$ ,相关系数 $R = 0.9454$ 。

由此可见,增益系数 $\alpha$ 值随实测数据置信概率不同而变化,实测数据置信概率越大,增益系数 $\alpha$ 值越大。建立了增益系数 $\alpha$ 和实测数据置信概率之间的定量关系,为在线确定增益系数 $\alpha$ 值提供了方便,即根据采样所获得的一组实测数据,确定其置信概率后,就由定量关系给出了最优 $\alpha$ 值用于在线自适应控制,使自适应跟踪收到快速而准确的效果。

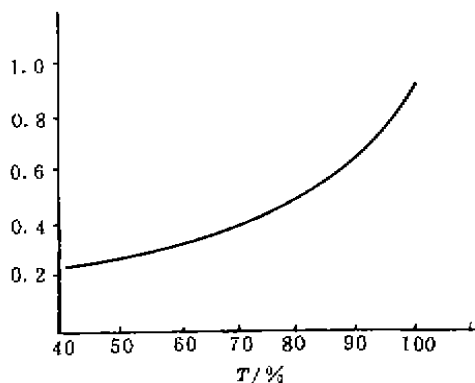


图3  $\alpha$ 和 $T$ 的分布曲线

表1 仿真寻优结果

No	置信概率 $T$ (%)	增益系数 $\alpha$
1	46.78	0.2100
2	51.22	0.2385
3	56.34	0.2739
4	62.47	0.3194
5	69.88	0.3797
6	78.03	0.4602
7	86.67	0.5683
8	95.23	0.7017
9	99.29	0.8416
10	100.00	0.9542

## 参 考 文 献

- 1 孙一康. 带钢热连轧数学模型基础. 北京:冶金工业出版社,1979.136~146
- 2 杨节. 轧制过程数学模型. 北京:冶金工业出版社,1983.220~226
- 3 沈恒范. 概率论讲义. 第二版. 北京:高等教育出版社,1982.78~108