

②  
21-26

# 空气静压轴承的优化设计

## Optimal Design of Aerostatic Bearing

TH133.35

陈海斌<sup>①</sup>

Chen Haibin

钟先信<sup>②</sup>

Zhong Xianxin

程雪梅<sup>③</sup>

Cheng Xuemei

(<sup>①</sup> 第三军医大学野战外科研究所, 重庆, 630042; <sup>②</sup> 重庆大学光电精密仪器系;

<sup>③</sup> 渝州大学自动化及无线电系; 第一作者 30岁, 男, 博士后)

**摘要** 介绍一种设计空气静压轴承的新方法。该方法采用模糊集合理论和化化方法, 解决了空气静压轴承的多目标优化问题, 获得了合理的结构参数, 提高了设计的效率, 实现了设计的自动化。

**关键词** 静压气体轴承 / 空气静压轴承; 优化设计; 模糊环境

中国图书资料分类法分类号 TH133.35

多目标优化

空气轴承

**ABSTRACT** A method using fuzzy sets theory and optimization method in designing aerostatic bearings has been presented, which has solved the multiobjective optimal designing problems of aerostatic bearings and has obtained rational structure parameters, raised the efficiency of designing. The automation of aerostatic bearing design has been realized.

**KEYWORDS** hydrostatic gas-lubricated bearing / aerostatic bearings; optimal design; fuzzy environment

## 0 引言

空气静压轴承具有多项严格的性能指标, 如极高的主轴回转精度、良好的承载特性(承载能力和刚性)、较小的能量消耗; 具有多个结构参数和物理参数, 而且几乎每一个参数的改变, 都会影响每一个性能指标, 如何统筹兼顾这多种相关因素, 使之达到最佳的平衡, 是空气静压轴承设计的关键。笔者将模糊集合理论引入空气静压轴承的优化设计过程中, 力图有效地解决这一问题。

## 1 基本理论

根据球面、圆锥面、圆柱面空气轴承的性能特点和工艺性, 选择圆柱空气轴承的设计过程来表达整个设计方法的思想<sup>[1]</sup>。

圆柱空气轴承的径向支承结构可用图1表示。

• 收文日期 1995-09-04  
机械工业技术发展基金资助项目

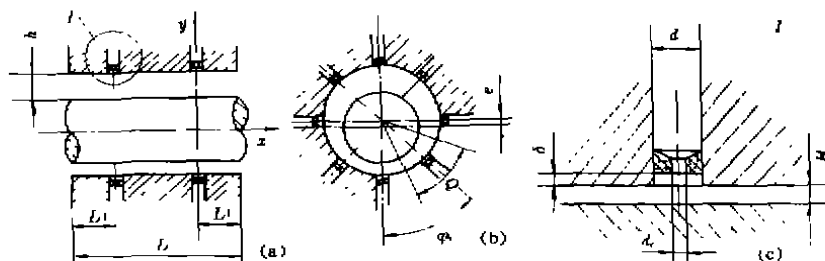


图 1 圆柱空气静压轴承结构简图

1.1 基本方程式

按照 J. W. Powell 的理论<sup>[2]</sup>, 将图 1 中轴承间隙分成  $n$  个周向均匀排列的“当量缝对”, 每一个当量缝对包含两个“当量缝”及两缝之间的区域。每一个当量缝由一个节流孔来供气(图 2), 而且缝内各点均为层流状态, 流体与边界区不存在滑移, 即有流动方程

$$\frac{d^2v}{dy^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \tag{1}$$

经分析与计算可知<sup>[1,2]</sup>, 对于双排进气孔径向圆柱轴承, 每个当量缝对的承载能力为

$$W_i = (p_i - p_o) D \sin\left(\frac{x}{n}\right) \left[ \left( L - \frac{2}{3} l_1 \right) - \frac{2 p_o l_2}{3(p_i + p_o)} \right] \cos\varphi_i \tag{2}$$

气体质量流量为

$$M_i = (p_i^2 - p_o^2) \pi D h^3 / (12 \mu R T l_1) \tag{3}$$

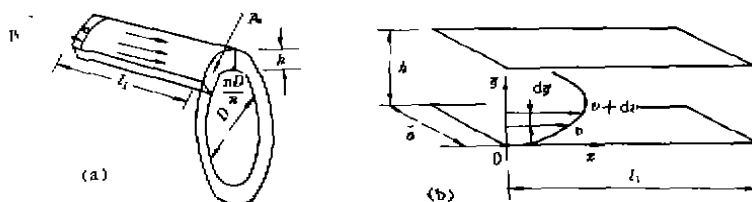


图 2 当量缝的描述

(a) 划分; (b) 速度分布

对于整个轴承, 径向承载能力为各当量缝对的承载能力之和, 即

$$W = \Sigma W_i \tag{4}$$

径向刚度为

$$J = \partial W / \partial h \tag{5}$$

气体质量流量即耗气量为

$$Q = \Sigma M_i \tag{6}$$

以上图中及公式中

- $H_0, h$ —— 半径平均间隙(m)、半径实际间隙(m), ( $h = H_0(1 - e \cos\varphi_i)$ );
- $e, e$ —— 主轴偏心量(m)、偏心率(无量纲);
- $\varphi_i, \Phi$ —— 第  $i$  个节流孔的方位角(rad)、节流孔之间的角间距(rad), ( $\Phi = 2\pi/n$ );
- $L, l_1$ —— 轴承工作表面全长(m)、供气孔(即节流孔)至排气边缘距离(m);

- $n$ ——单排节流孔的个数(整个轴承是双排进气,共  $2n$  个节流孔);  
 $d, d_0$ ——节流器的外径(m)、内径(m);  
 $\delta$ ——节流喉部储气室深度(m);  
 $\bar{a}$ ——当量缝的缝宽(m), ( $\bar{a} = \pi D/n$ );  
 $D$ ——主轴直径(m);  
 $p_a$ ——环境大气压力(Pa);  
 $p_i$ ——第  $i$  个节流孔的出口压力(Pa);  
 $\mu$ ——气体绝对粘度( $\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$ );  
 $R$ ——气体常数( $R = 287 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ );  
 $T$ ——绝对温度(K).

其中,  $p_i = p_i(p_a, p_a, \mu, R, T, n, D, L, l_1, d, d_0)$ ,  $p_i$  的求解可由流经节流孔的气体质量流量与流经相应“当量缝”的气体质量流量相等这一条件得到( $p_a$  是节流孔的供气压力(Pa)).

### 1.2 约束条件和目标函数

由上可知,空气静压轴承的参数主要有:几何参数( $D, L, l_1, H_0, \epsilon, n, d_0, d, \delta$ ),环境参数( $\mu, R, T$ ),压力参数( $p_a, p_i$ ).在设计过程中,一般先给定: $D, n, \delta, \epsilon, \mu, R, T, p_a, p_i$ ;  $d$  随  $d_0$  而定,实际可供优选的参数为: $L, l_1, d_0, H_0$ . 这里,将它们定义为设计变量,其向量形式为

$$X = (x_1, x_2, x_3, x_4) = (d_0, H_0, L, \lambda) \quad (7)$$

式(7)中,  $\lambda = l_1/L$ . 为了保证轴承处于稳定的气体润滑工作状态,设计变量应满足下列约束条件:

$$H_{0\min} \leq H_0 \leq H_{0\max} \quad (8)$$

$$L_{\min} \leq L \leq L_{\max} \quad (9)$$

$$\lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max} \quad (10)$$

$$d_{0\min} \leq d_0 \leq d_{0\max} \quad (11)$$

空气静压轴承的设计指标主要有:轴承静刚度  $J$ , 轴承径向承载能力  $W$ , 空气消耗量  $Q$ , 其函数表达式和容许界限一般为:

$$J = f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) \geq J_0 \quad (\text{N}/\mu\text{m}) \quad (12)$$

$$W = f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) \geq W_0 \quad (\text{N}) \quad (13)$$

$$Q = f_3(x_1, x_2, x_3, x_4) \leq Q_0 \quad (\text{L}/\text{min}) \quad (14)$$

### 1.3 模糊环境下的最优化<sup>[3~5]</sup>

最优的设计方案应该是使问题的解决在一定程度上达到无可争议的完善性,即:既要符合设计变量的约束条件,又要满足设计目标的要求。为此,需要明确两个概念:其一,如何定量地描述“符合设计变量的约束条件”,“满足设计目标的要求”?其二,如何评判设计方案是否为最优?按传统的设计手段和数学规划的方法难以较好地解决这个问题。而引入模糊集合理论,则可用隶属函数来描述设计变量、设计目标对容许界限的隶属程度或满足程度,用极大化的综合判据  $\mu_0$  来定义最优判决。

#### 1.3.1 隶属函数

设计变量、设计目标均存在一个明确的容许界限。设  $B_i$  是由第  $i$  个约束所限定的区域( $i = 1, 2, 3, 4$ ),  $G_j$  是由第  $j$  个目标所要求的区域( $j = 1, 2, 3$ )。

$\forall X, X = (x_1, x_2, x_3, x_4) = (d_0, H_0, L, \lambda)$ , 并且,第  $i$  个约束所对应的第  $i$  个元素  $x_i$  属于  $B_i$

的程度用隶属函数  $\mu_{B_j}(X)$  表示,由  $X$  产生的第  $j$  个目标  $f_j(X)$  属于  $G_j$  的程度由隶属函数  $\mu_{G_j}$  表示。则有

$$\mu_{B_j}(X) \in [0, 1], \quad \mu_{G_j}(X) \in [0, 1] \quad (15)$$

其中,  $\mu_{B_j}(X) = 1$  表示  $x_i$  完全属于  $B_j$ ,  $\mu_{B_j}(X) = 0$  表示  $x_i$  完全不属于  $B_j$ ;  $\mu_{B_j}(X)$  的值越接近于 1, 表示  $x_i$  隶属于  $B_j$  的程度越大。在模糊环境下, 目标和约束在形式上有相同的特征, 故  $\mu_{G_j}$  亦表现出与  $\mu_{B_j}$  一致的特性。

尽管隶属函数可能是由实际需要取样确定的, 但为了分析的方便, 还是把它看作是连续的, 而不看作是隶属值的离散集。至于隶属曲线的形状, 则依实际情况而定。

### 1.3.2 综合判据

由于目标和约束有不同的重要性, 故将隶属函数用依赖于  $X$  的系数  $\alpha_i$  和  $\beta_j$  加权, 构成一个综合判据  $\mu_D$ 。

$$\forall X, \sum_{i=1}^4 \alpha_i(X) + \sum_{j=1}^3 \beta_j(X) = 1 \quad (16)$$

$$\mu_D(X) = \sum_{i=1}^4 \alpha_i \mu_{B_i}(X) + \sum_{j=1}^3 \beta_j \mu_{G_j}(X) \quad (17)$$

其中

$$D = \left( \bigcap_{i=1,2,3,4} B_i \right) \cap \left( \bigcap_{j=1,2,3} G_j \right)$$

$\sum_{i=1}^4 \alpha_i \mu_{B_i}(X)$  表示约束条件所占的重要程度;

$\sum_{j=1}^3 \beta_j \mu_{G_j}(X)$  表示设计目标所占的重要程度。

根据模糊集合理论, 有

若  $X^* = (d_0^*, H_0^*, L^*, \lambda^*)$

使  $\mu_D(X^*) = \max[\mu_D(X)]$

则 此时系统达到了设计变量、设计目标之间的最佳平衡。

由式(17)可知, 这是一个非线性数学规划问题, 可采用优化设计方法在计算机上求解。

## 2 应 用

现将多目标模糊优化方法用于设计圆柱面 - 止推式空气静压轴承。

### 2.1 技术参数

初始参数:  $p_1 = 1$  个大气压  $\approx 100\,000 \text{ N/m}^2$ ,  $p_2 = 6$  个大气压  $\approx 600\,000 \text{ N/m}^2$ ,  $D = 60 \text{ mm}$ ,  $a = 8$ ,  $\epsilon = 0.1$ 。

额定参数:  $J_0 = 50 \text{ N}/\mu\text{m}$ ,  $W_0 = 120 \text{ N}$ ,  $Q = 20 \sim 40 \text{ L/min}$ 。

### 2.2 隶属曲线

设计变量:  $X = (x_1, x_2, x_3, x_4) = (d_0, H_0, L, \lambda)$ ;

约束条件: 如表 1, 隶属曲线如图 3(a);

目标函数:  $50 \leq J \leq 65$ , 隶属曲线如图 3(b);

$120 \leq W \leq 150$ , 隶属曲线如图 3(b);

$20 \leq Q \leq 40$ , 隶属曲线如图 3(c)。

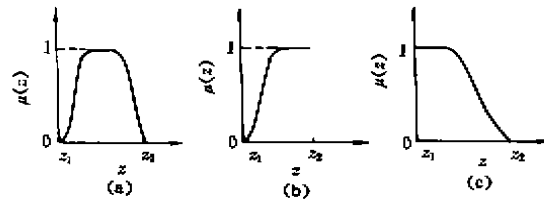


图 3 设计变量及目标函数的隶属曲线

## 2.3 结果与讨论

### 2.3.1 三种设计方案的比较

表 1, 表 2 列出了三种模糊优化设计方案的結果、设计变量和目标函数的隶属度。

表 1 三种设计方案的結果

项 目	设计变量				目标函数		
	$d_0/\text{mm}$	$H_0/\text{mm}$	$L/\text{mm}$	$\lambda$	$J/\text{N} \cdot \mu\text{m}^{-1}$	$W/\text{N}$	$Q/\text{L} \cdot \text{min}^{-1}$
期望区间	$[0.14, 0.25]$	$[14, 20]$	$[90, 120]$	$[\frac{1}{5}, \frac{1}{2}]$	$[50, 65]$	$[120, 150]$	$[20, 40]$
加权系数	0.10	0.15	0.10	0.10	0.20	0.25	0.10
方案 1	0.15	18.16	108	1/4.43	60.95	131.69	15.77
方案 2	0.20	19.19	102	1/4.2	62.44	126.68	25.89
方案 3	0.25	19.85	101	1/4.8	54.65	115.12	38.17

表 2 三种设计方案的隶属度

项 目	设计变量				目标函数			总隶属度 $\mu_0$
	$\mu(d_0)$	$\mu(H_0)$	$\mu(L)$	$\mu(\lambda)$	$\mu(J)$	$\mu(W)$	$\mu(Q)$	
方案 1	0.020	0.786	0.893	0.803	0.830	0.330	1.000	0.638
方案 2	0.570	0.956	0.886	0.950	0.929	0.117	0.800	0.679
方案 3	1.000	0.998	0.894	0.611	0.219	0.000	0.020	0.446

由表 1, 表 2 可见, 方案 2 总隶属度最大, 为最佳方案, 它的几項主要设计指标均达到了设计要求。方案 1 因  $\mu(d_0)$  太小而被否决, 方案 3 由于  $\mu(W) = 0, \mu(Q) = 0.02$  而遭淘汰。

### 2.3.2 三种设计方法的比较

表 3 给出了多目标优化、以最大刚度为目标的单目标优化、常规设计方法的计算值的比较。由表 3 可见, 在常规设计中, 由于各设计变量取值不合理, 因此各项设计指标均不够理想。采用单目标优化设计后, 主轴静刚度虽达到了最大值, 但承载能力低于允许值, 不满足设计要求; 另外, 轴承间隙和节流孔太小, 对轴承回转精度不利, 并造成了加工的困难。经多目标模糊优化设计后, 轴承各项性能指标均达到了比较满意的结果。

### 2.3.3 实例

表 4, 图 4 表示按照多目标模糊优化设计方法而设计出的空气静压轴承。其中, 回转精度指标为预测值; CDB-60 型轴承已试制成产品, 其主要技术指标达到了国外同类型产品的技术指标, 整个轴系具有较好的回转精度和稳定性, 在机电部基金会组织的鉴定会上通过鉴

定。

表3 三种设计方法的比较

项目	设计变量				目标函数		
	$d_0/\text{mm}$	$H_0/\text{mm}$	$L/\text{mm}$	$\lambda$	$J/\text{N} \cdot \mu\text{m}^{-1}$	$W/\text{N}$	$Q/\text{L} \cdot \text{min}^{-1}$
常规设计	0.30	18.00	90	0.25	40.40	75.50	36.07
单目标优化	0.15	14.47	101	0.20	77.02	117.86	14.09
多目标模糊优化	0.20	19.19	102	0.24	62.44	126.68	25.89

表4 CDB系列轴承的技术参数

参数	尺寸 (mm)						承载力(N)		刚性(N/ $\mu\text{m}$ )		流量	回转精度( $\mu\text{m}$ )	
	$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_1$	$e_1$	$g_1$	径向	轴向	径向	轴向	(L/min)	径向	轴向
CDB-40	90	90	96	16	85	90	250	350	25	25	35	$\pm 0.02$	$\pm 0.02$
CDB-60	120	120	135	25	115	120	400	450	55	55	55	$\pm 0.02$	$\pm 0.02$
CDB-60M	120	120	200	25	115	120	200	300	15	25	60	$\pm 0.01$	$\pm 0.01$
CDB-100	200	200	225	40	195	200	1 800	4 400	285	400	80	$\pm 0.02$	$\pm 0.02$
CDB-150	300	300	300	60	280	300	4 000	8 000	500	800	100	$\pm 0.04$	$\pm 0.04$

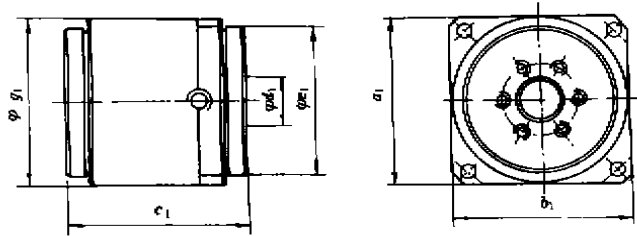


图4 CDB系列轴承的结构

供气压力=600 000 N/m<sup>2</sup>,  $\epsilon_{\text{max}}=0.5$ 

### 3 结 论

模糊优化设计方法能较好地解决空气静压轴承设计中的多目标不确定关系的最佳协调问题,使设计工作充分体现了设计者的观点、经验,通过把专家知识和一些公认的设计准则凝聚于空气静压轴承的优化设计过程中,基本上实现了设计的自动化。

### 参 考 文 献

- 1 陈海斌. 超精密空气静压轴承的研制和实验研究. [学位论文]. 重庆:重庆大学光电精密仪器系, 1990
- 2 Powell J W 著. 空气静压轴承的设计. 第三机械工业部第 609 研究所译. 北京:中国机械工业出版社, 1977. 18~37
- 3 陈立周. 机械优化设计. 北京:中国机械工业出版社, 1982. 90~113
- 4 贺仲雄. 模糊数学及其应用. 天津:天津科学技术出版社, 1988. 51~78
- 5 杜布瓦 D 著. 模糊集与模糊系统——理论和应用. 江苏省模糊数学专业委员会译. 南京:江苏科学技术出版社, 1987. 77~91