

①7
95-99

收缩胆囊内胆汁流动的数学模型

Mathematical Model of Bile Flow in a Contracting Gallbladder

9.657.42

龙天渝
Long Tianyu

杨瑞芳[✓]
Yang Ruifang

吴云鹏
Wu Yunpeng

(重庆大学生物工程研究院, 重庆, 630044; 第一作者 36岁, 女, 副教授, 博士生)

摘要 根据胆囊收缩特点及胆汁属性提出了收缩胆囊内胆汁流动的数学模型, 采用 SIMPLER 算法计算了活体胆囊收缩时胆汁流动的速度分布及压力分布。计算结果表明, 胆囊收缩时, 囊内出口附近区域存在明显的 S 型旋涡区域, 该区域的存在有可能是形成胆囊结石的重要条件。

关键词 数学模型 / 收缩胆囊; 旋涡
中国图书资料分类法分类号 Q66

胆囊结石, 胆汁流动

ABSTRACT On the basis of the features of contracting gallbladder and properties of gallbladder bile, the mathematical model of bile flow in a living contracting gallbladder is proposed, the velocity distribution and pressure distribution are calculated by SIMPLER method. The results show that there exist obvious S vortices near the exit, which probably form the important conditions of cholecystolithiasis.

KEYWORDS mathematical models / contracting gallbladder; vortex

0 前 言

胆囊结石是我国的常见病和多发病。医学研究证实, 胆囊结石多属胆固醇类结石或以胆固醇成分为主的混合性结石。胆囊结石的形成有生化、病理方面的原因, 也有物理运动方面的原因。胆囊在扩张充盈及收缩排液(尤其是囊体收缩排出胆汁)的过程中囊内胆汁的流动状况对胆囊结石的形成有着重要的影响^[1]。1992年, 杨瑞芳教授等采用胆囊造影、计算机断层扫描(CT)技术等测试手段, 获得了活体胆囊囊体收缩运动规律^[2], 为分析活体收缩胆囊内胆汁流动规律提供了定量的边界条件。作为初步数值分析, 文献[2], [3]在忽略非线性惯性力项及椭球型胆囊向心收缩的假定条件下, 用移动节点的有限元方法对收缩胆囊内胆汁流场的速度分布进行了数值求解, 得到了胆囊收缩时胆汁流场形成轴对称旋涡, 以利胆固醇类物质在涡区滞止形成结石的初步图象, 引起了国内外广泛的关注。

作为文献[2], [3]的进一步深化, 笔者对两个重要假定作了改进。笔者认为, 胆囊收缩

时,胆汁流动的雷诺数尽管很低,但这种低雷诺数流动是由于边界不断收缩运动所造成的,其非线性惯性力项应与时间惯性力项具有相同的数量级;文献[4]指出,胆囊的收缩是由胆囊素通过血液循环兴奋胆囊平滑肌引起的,胆囊体的平滑肌比囊底少,胆囊颈及胆囊管处几乎没有平滑肌,在收缩时,囊体部分以环向收缩为主,囊底部以轴向收缩为主,囊颈部及胆囊管的环向收缩与轴向迁移均很小。从生理解剖角度,胆囊收缩过程的几何形态应表述为胆囊向中轴环向收缩的同时,向颈部作轴向收缩。按照这样的观点,笔者将活体收缩胆囊内的胆汁流场物理模型修正为,胆囊以囊颈中心为不动点作轴对称收缩,囊内胆汁按正常无结晶颗粒状态,作为不可压缩牛顿流体处理^[6],完整计入时间惯性力项、迁移非线性惯性力项、压力项及粘性力项。笔者运用移动结点技术,按有限差分的SIMPLER方法,对文献[2],[3]所采用的初始椭球型胆囊收缩运动时囊内胆汁流场进行了数值分析,得出了流场的速度分布与压力分布规律。

1 胆道系统的结构和胆囊的功能

胆汁是由肝细胞不断生成的,肝细胞分泌的胆汁最后被收集到左右两条肝管内,出肝门后两条肝管又合成一条,再续于胆总管而开口于十二指肠、肝管、胆总管、胆囊管等统称为胆道系统(图1)。

胆囊是一个有弹性的囊,其容积约为40~60 mL,其形状多为梨形、椭球形、长条形、不规则形,在非消化期间,肝细胞分泌的胆汁经肝管、胆囊管入胆囊贮存并浓缩。当进食后,由于食物及消化液的刺激,在蛋白质分解产物,盐酸和脂肪等物质作用下,小肠上部的粘膜可生成胆囊收缩素,引起胆囊收缩和Oddi氏括约肌的舒张,胆汁直接由胆总管排入十二指肠,此时胆囊内的胆汁也排入十二指肠。

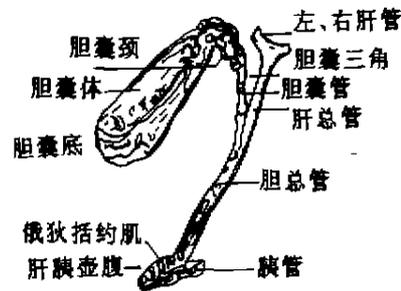


图1 胆道系统

2 胆囊胆汁的特性

胆汁的成分很复杂,除水外,还有胆色素、胆盐、胆固醇、脂肪酸、卵磷脂以及血浆中所有的无机盐等。显微镜下观察,胆囊胆汁可分为三类^[1]:

- 1) 均质无颗粒胆汁;此类胆汁各向同性、均质、不可压缩,属于牛顿流体。
- 2) 悬浮结晶颗粒均质胆汁;此类胆汁可看作悬浮液系,属于非牛顿流体。
- 3) 纤维网络均质胆汁;此类胆汁各向异性,也属于非牛顿流体。

3 胆汁流动的数学模型

3.1 基本方程

假定胆囊为旋转面,对称轴为 z 轴, $t=0$ 时为旋转椭圆面,胆囊内胆汁为不可压,均质无颗粒的牛顿流体,且质量力可忽略不计,设 z 方向的速度为 u , r 方向的速度为 v ,则胆汁流动所满足的方程为

连续性方程:
$$\frac{\partial \rho u}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho v r) = 0 \tag{1}$$

动量方程:
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial z} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \tag{3}$$

上述方程组中所出现的物性参数 ρ, ν 的取值,其中尤其是粘度 ν 的取值,同胆汁的状况(生理或病理)密切相关,在这里,取正常生理状况下的值^[6]:

$$\rho = 1066.7 \text{ kg/m}^3, \nu = 1.499 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

3.2 边界条件

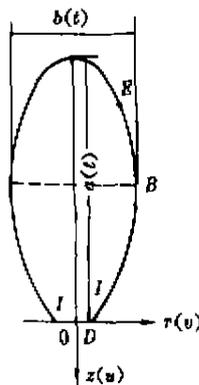


图 2 胆囊参数

如图 2,根据 CT 扫描结果^[1],

当胆囊收缩时有:

$$z \text{ 向最长端 } l = 0.7e^{-0.00t} + 3.0 \text{ cm} \tag{4}$$

$$r \text{ 向最长端 } l = 0.6e^{-0.00t} + 2.2 \text{ cm} \tag{5}$$

假设 $t=0$ 时,胆囊为旋转椭圆面,其几何参数为:

$$\left. \begin{aligned} \text{长轴:} & a_0 = 3.7 \text{ cm} \\ \text{短轴:} & b_0 = 2.8 \text{ cm} \\ \text{出口宽度:} & c_0 = 0.6 \text{ cm} \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

当 $t > 0$ 时, I-I 截面(出口截面)上 D 点处的胆囊的 z 向收缩速度 $u=0$,且胆囊上其余各点的收缩速度在空间呈线性分布,即在胆囊上任意一点 B,有:

$$u_B = \frac{z_B}{z_A} u_A \tag{7}$$

$$v_B = \frac{r_B}{r_A} v_A \tag{8}$$

其中:

$$u_A = \frac{dz_A}{dt} = -\frac{da}{dt} \tag{9}$$

$$v_B = \frac{dr_B}{dt} = \frac{1}{2} \frac{db}{dt} \tag{10}$$

$$r=0 \text{ 处, } v=0, \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \text{ (对称条件)} \tag{11}$$

对于压力 p ,假设出口断面上各点的压力,等于出口处的生理压力 $p_{生理}$.

记 $\Delta p = p - p_{生理}$

在得出了上述数学模型的基础上,我们用 SIMPLER 方法^[7]进行了数值计算,得出了胆囊收缩时胆汁流动的速度分布及压力分布.在计算中,对离散化方程组采用了交替方向迭代

的 ADI 方法及块修正方法求解^[7],对移动边界条件的处理采用文献[8]的方法。

4 计算结果及讨论

数值计算获得了不同时刻的速度分布及压力分布。

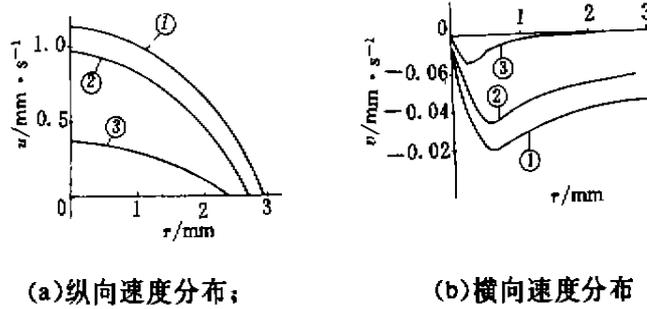


图 3 出口截面的速度分布
① $t=4$ min; ② $t=10$ min; ③ $t=22$ min

图 3 示出 $t=4$ min, 10 min, 22 min 时胆汁出口 I—I 截面(见图 2)上的速度分布。可以看出,在胆囊出口断面上,胆汁出流的速度中间部分高,沿径向逐渐减小,接近抛物线分布,出流速度的数量级约为 1 mm/s。出流速度随时间增加呈逐渐下降趋势。采用本文所用的物理模型所算得的结果较文献[2],[3]所得到的出流速度分布更接近活体胆汁出流的生理状况。

图 4 为 $t=10$ min 时胆囊内胆汁流线图。从流线图以及所得的速度结果,可以发现,在临近出口区域,轴线附近的出流受胆囊颈口的阻碍及囊壁收缩的影响形成明显可见的 S 型旋涡。该旋涡区的位置几乎不随时间变化,其强度随时间增加而减少。

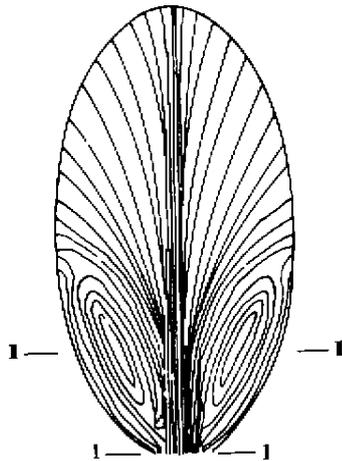
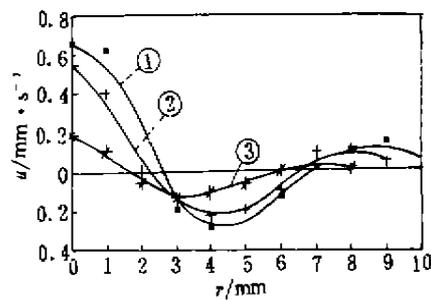
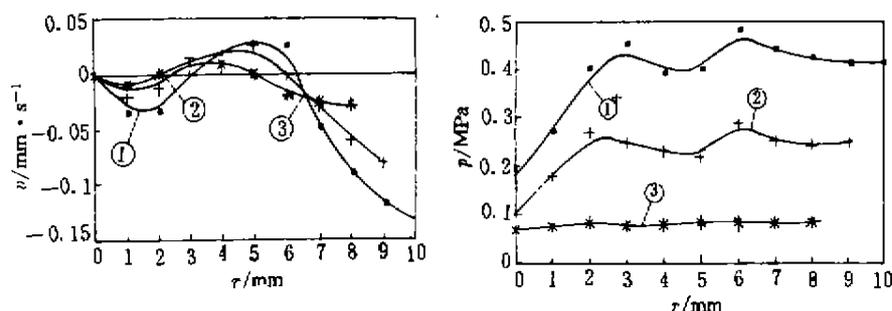


图 4 流线图



(a) 纵向速度分布;

图 5 I—I 截面上的速度分布和压力分布



(b) 横向速度分布;

(c) 压力分布

图5 I—I截面上的速度分布和压力分布

① $t=4$ min; ② $t=10$ min; ③ $t=22$ min

图5为 $t=4$ min, 10 min, 22 min时S型涡区I—I截面(见图4)上的流动速度分布及压力分布。可以看出,在S型旋涡区内,流速明显低于中心部分的主流出区,而压力则具有较高的峰值,这种流场有可能为胆汁中胆固醇类物质的聚集及胆石的形成提供了条件。

对于病理胆汁,如常见的急性胆囊炎、胆管炎、胰腺炎等,其粘度明显高于正常生理状况下的值,且随病变的加重有单调增加的趋势^[1]。粘度的增加导致流动阻力的加大和流速的降低。从而使旋涡区内流速极低的区域增大,加上病变时生化方面的因素,更有可能在旋涡区内形成结石。

参 考 文 献

- 1 吴云鹏. 胆道流变学. 重庆:重庆出版社,1993. 11,220,228
- 2 Yang R F. Bile Flow Pattern Analysis in the Contracting Process of Living Gallbladder. Modelling Measurement and Control C ASME Press,1992,32(3),59~64
- 3 曾宪俊,杨瑞芳. 应用有限元分析活体胆囊内的胆汁流动. 重庆大学学报,1992,15(2),91~98
- 4 施维锦. 胆道外科学. 上海:上海科技出版社,1994. 25~33
- 5 危小燕,杨瑞芳. 胆汁流变特性与分类及本构方程. 重庆大学学报,1992,15(5),17~24
- 6 吴云鹏,杨瑞芳. 人体胆汁流动特性研究. 科学通报,1984,29(1),125~130
- 7 帕坦卡 S V. 传热与流体流动的数值计算. 北京:科学出版社,1984. 41~89
- 8 Sparrow E M. Analysis of Melting in the Presence of Natural Convection in the Melt Region. J of Heat & Mass Transfer,1977,99(3),520~526