

⑦

37-43

1997年7月  
第20卷第4期

重庆大学学报 (自然科学版)  
Journal of Chongqing University (Natural Science Edition)

Vol. 20, No. 4  
Jul. 1997

# 基于时空转换的结构优化并行算法

Parallel Algorithm of Structural Optimization  
Based on Space-time Transform

0342  
TB12

向世明<sup>①</sup>  
Xiang Shiming

吕恩琳<sup>②</sup>  
Lu Enlin

(① 华中理工大学力学系, 武汉, 430074; ② 重庆大学工程力学系; 第一作者 26 岁, 男, 硕士)

**摘要** 笔者尝试将并行处理技术引入结构优化领域, 基于时空转换, 研究了实现结构优化并行化的 5 条途径, 指出了大系统设计所存在的问题, 提出了设计大系统并行结构优化的技术路线。

**关键词** 结构优化, 并行处理 / 时空转换

大系统

中国图书资料分类法分类号 TU318; TP338.6

**ABSTRACT** In this paper an attempt has been practised to introduce parallel techniques into the structural optimization. Based on space-time transform five approaches for parallel computation of structural optimization have been presented. This paper has also pointed out the problems originated from large-scale systems of structural optimization (LSSO) and put forward the technical line of design of LSSO.

**KEYWORDS** structural optimization; parallel processing / space-time transform

## 1 并行处理技术与结构优化

并行处理技术已经成为衡量一个国家高科技水平的一个因素, 但结构特点各异的并行机还没有用户普遍接受的语言, 还没有得到软件的有效支持。研究高效的并行算法已成为应用好并行机的关键。事实上, 许多形式上可并行的算法因实际上存在诸多制约因素而难以实施。更实际的算法应当面向并行机的结构特点, 网络接口、切换技术、拓扑结构、通讯机制、通信协议等硬件特点。这些因素往往使一个算法仅仅利用了峰值性能的 1/5~1/3 左右, 必由的趋势是要走硬件、软件、算法三者相结合的道路。

工程结构分析的并行研究在国内外<sup>[1,2]</sup>取得了令人振奋的进展。但并行结构的优化还没有跟上工程结构分析并行化、数学优化并行化和并行计算机应用的发展。1988年, Sikiotis 及 Saouma<sup>[3]</sup>发表了他们在 Appollo 工作站族上进行分布并行结构优化设计的论文, 展示了如何分配约束梯度、有限元计算、开通道、收发信息、数据传送的整个执行过程, 并考虑了计算环境对算法性能的影响, 用飞机机尾支架设计来进行数值实验, 给出了加速比与等效处理机台

\* 收文日期 1996-12-30

数之间的关系定性化描述。Mel-Sayed 等<sup>[4]</sup>在多处理机 CRXY-X-MP 上进行了桁架结构优化并行设计,给出了两种不同的算法途径及其对比。在国内,结构优化并行化的研究已开始受到重视。王希诚等<sup>[5]</sup>将结构优化中的最小势能原理与优化相结合,以便充分利用结构优化的并行性,本文基于时空转换思想,研究了实现结构优化并行化的 5 条途径,指出了大系统设计所存在的问题,并提出了设计大系统并行结构优化的技术路线。

## 2 时空转换与结构优化并行化

时空转换思想<sup>[6]</sup>就是突破算法的规定性,是并行算法产生的思维动力,促进了并行机的研制、发展和应用。

结构优化的数学模型为:

对设计变量  $X, X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$

$$\min F(X) \quad (1)$$

$$\text{s. t. } C_k(X) \leq 0, k = 1, 2, \dots, K \quad (2)$$

$$X \in S \quad (3)$$

其中,  $F(X)$  为目标函数,  $C_k(X)$  为约束函数,  $S = [s_1, s_2, \dots, s_n], x_i \in S_i, S_i$  反映第  $i$  个设计变量的取值范围,  $X$  为设计变量向量,  $K$  为约束总个数。

### 2.1 工况分派与约束梯度分派

计算多工况下的应力、位移和约束梯度需要大量的时间,并行算法可以打破它们逐个被计算的次序。

为每个处理机分配一个工况集,各机在时间顺序上并行计算

1) 有限元分析(组集、求解平衡方程、计算应力与位移、为梯度计算准备数据)

2) 计算  $\frac{\partial C_k}{\partial X} = \left( \frac{\partial C_k}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial C_k}{\partial x_n} \right)^T$

计算  $\frac{\partial^2 C_k}{\partial x_i \partial x_j}, i, j \in IJ, IJ$  为需计算的  $(i, j)$  对的集合。

不同的结构(材料特性与几何特性)和优化层次  $\frac{\partial C_k}{\partial X}$  和  $\frac{\partial^2 C_k}{\partial x_i \partial x_j}$  计算是不同的。当采用中心差分法

$$\frac{\partial C_k}{\partial X} = \frac{C_k(x_i + \Delta x_i) - C_k(x_i - \Delta x_i)}{2\Delta x_i}$$

计算时,每个处理机对于所分配的每个工况,连续进行  $2n$  次有限元分析。这种在“空间”上同时向各个处理机“撒播”计算任务,为单机计算减轻了压力。工况任务分派的一个特点是各机间的通讯量降为最小。但是当工况集难以在各处理机间达到平衡时,追求工况分派的大粒度并行化必然会降低处理的利用率。应该减小分配范围,在单个计算目标上进行任务分配。最重要的是分派约束梯度的计算。

### 2.2 由单点到点集

基于数学优化中的随机搜索方法来进行结构最优设计的问题其并行性是显然的,其最

大的优点是随机点的个数可以随着处理机的台数(或等效台数)进行控制,在通用的结构优化算法中,往往在寻找一个方向之后,要在此方向上进行一维搜索,一般通过逐点逐点地比较来解决。为了加快计算,可以依照某种选择规则一次计算一批点,即一个点集。这种思想可以用来解决桥式超静定桁架(附图)高度  $h$  选优计算。根据工程实践应先选择一范围。



附图 桥式桁架示意图

令  $L = 3, Q = 2, k = \frac{P}{2}$  (或  $P, 2P$ ),  $P$  为处理机台数。

1) 主机在  $[h_{i-1}, H_{i-1}]$  上安排  $2k$  个点

$$\begin{cases} h_{2j} = h_{i-1} + \frac{2(k+1)^{2j-1}(H_{i-1} - h_{i-1})}{2(k+1)^{2j} - Q} \\ h_{2j-1} = h_{2j} - \frac{Q(H_{i-1} - h_{i-1})}{2(k+1)^{2j} - Q}, \quad (j = 1, 2, \dots, k) \end{cases}$$

2) 各机在时间顺序上并行计算

a. 第  $m$  处理机 ( $m = 1, 2, \dots, P$ ) 计算高度  $h_m$  所对应结构的各工况下各杆轴力;

b. 各处理机分别按  $A_m^+ = \frac{N_m^+}{\sigma_t^+}$  或  $A_m^- = \frac{N_m^-}{\sigma_c^-}$  进行截面设计, 其中  $l$  为工况;  $n$  为第  $n$  构件;  $N_m^+$  为拉杆轴力;  $N_m^-$  为压杆轴力;  $\sigma_t^+$  为抗拉容许应力;  $\sigma_c^-$  为抗压容许(临界)应力。每次必须重新计算;

c. 以应力、位移为行为约束进行截面设计;

d. 求各工况截面设计变量最大者  $A_i = \max(A_m)$ ;

e. 以  $A_i$  为积极约束, 对各杆进行稳定性分析, 材料选型(由于数学模型各异, 只有支持异构程序的并行系统才能完成此步);

f. 按各选定材料重新计算截面设计变量对应的目标函数值  $f(h_j)$ , 对所引起的内力重分布进行调整。

3) 比较  $2k$  个目标函数值, 设最好点为  $h_j$ , 令

$$h = h_{j-1}, \quad H = h_{j+1}$$

这个算法有两个特点: 其一是粒度非常大, 几乎整个计算全部并行化, 适合于任务级的并行机; 其二是各处理机所分得的任务不仅在数量上而且在数据性质、结构上完全一致。这个算法由于采用点集(一批点)同时计算, 展现了时空转换的力量。

### 2.3 分派数学优化的计算

数学优化并行化技术只是近几年才有发展, 林梦雄<sup>[7]</sup>综述了非线性约束优化的 4 种较好算法, 这些算法是时空转换思想的产物。

## 2.3.1 规划可分型

以截面积为设计变量的桁架结构优化设计的数学模型可表示为

$$\min w(A) = \sum_{i=1}^n \rho_i l_i A_i \quad (4)$$

$$\text{s. t. } \bar{u}_j - \sum_{i=1}^n \frac{C_{ij}}{A_i} \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

$$A_i \in \mathcal{S}, \mathcal{S} = \{A_i \mid \underline{A}_i \leq A_i \leq \bar{A}_i\} \quad (6)$$

易见,规划问题(4)~(6)关于设计变量是可分的.其拉格朗日对偶问题为

$$\max r(r) = \sum_{i=1}^n \rho_i l_i A_i(r) - \sum_{j=1}^m r_j \left( \bar{u}_j - \sum_{i=1}^n \frac{C_{ij}}{A_i(r)} \right) \quad (7)$$

$$\text{s. t. } r_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

问题(7)~(8)为 $m$ 个可分的无约束(仅有 $r_j \geq 0$ )优化问题,可并行解决。

利用问题的可分性并转化为对偶问题,为把计算模型向空间转换为并行计算开辟了道路.事实上,只要目标函数和约束函数均为凸函数,序列线性规划(SLP)就能达到这一目的。

## 2.3.2 规划可分型

Dantzig-Wolfe 线性规划分裂算法的数学模型(D-W模型)的矩阵表示为

$$\min c^{(1)}x^{(1)} + c^{(2)}x^{(2)} + \dots + c^{(p)}x^{(p)} \quad (9)$$

$$\text{s. t. } A_{11}x^{(1)} + A_{12}x^{(2)} + \dots + A_{1p}x^{(p)} = b^{(1)} \quad (10)$$

$$A_{21}x^{(1)} \qquad \qquad \qquad = b^{(21)} \quad (11)$$

...

$$A_{2p}x^{(p)} = b^{(2p)} \quad (12)$$

求解问题(9)~(12)需要两个阶段.第一阶段并行解决的 $p$ 个子规划为

$$\max \hat{\pi} A_{1s} x^{(s)}$$

$$\text{s. t. } A_{2s} x^{(s)} = b^{(2s)} \quad s = 1, 2, \dots, p$$

第二阶段并行解决的 $p$ 个子规划为

$$\max (C^{(s)} - \hat{\pi} A_{1s}) x^{(s)}$$

$$\text{s. t. } A_{1s} x^{(s)} = b^{(2s)} \quad s = 1, 2, \dots, p$$

其中  $\bar{x}, \bar{w}$  均为单纯形乘子, 依赖于每次迭代。在结构优化中能否利用这一模型的关键是建立 D-W 模型。根据所能获得的处理机台数  $p$ , 按任务分配均衡的原则和工程制造限制对结构进行分割, 设计变量进行等价  $p$  划分。其中的耦合约束可以用来反映结构的整体力学性能及其它整体要求(如位移、整体稳定性、整体工程制造要求等), 松散约束可集中反映子结构局部关系(如应力、构造要求、局部稳定性等)。这是通过算法实现的分裂。

### 2.3.3 多阶段最优决策

输电线塔的几何节点布置、桁架与框架设计以及基于塑性理论的设计问题均可直接或离散化后应用 Bellman 原理来解决。多阶段最优决策具有严格的时间顺序性。这里仅就简化的输电线塔节点布置为例简要说明其并行化。

根据力学原理对力偶和风载等其它承载条件等效简化并弱化段与段之间的关系, 此时 Bellman 决策函数可表示为

$$\begin{cases} w_r(x_r) = \min(\Delta_r(x_{r-1}, x_r) + w_{r-1}(x_{r-1})) \\ w_1(x_1) = \Delta_1(x_1, b) \end{cases}$$

其中  $\Delta_r(x_{r-1}, x_r)$  为第  $r$  段的重量函数,  $b$  为工程设计要求的顶部半宽度。其并行化步骤如下:

设各段的状态变量个数为  $I_r, r = 1, 2, \dots, n$ 。

1) 各处理机计算  $\Delta_{1i}(x_{1i}, b), i = 1, 2, \dots, I_1$

2) 主机作载荷处理, 记录  $I_i$  之值, 进行应力、位移数据准备。

3) 各机并行计算

a. 按设计要求进行腹杆布置形式选择(如果需要);

b. 优化设计  $\Delta_{rj}(x_{r-1,j}, x_{r,j}), j$  取遍第  $r-1$  段的状态变量,  $i$  取遍第  $r$  段的状态变量, 这是一个结构优化设计子问题;

c. 在截面积积极约束下选型;

d. 计算  $w_r(x_r) = \min(\Delta_{rj}(x_{r-1,j}, x_r) + w_{r-1,j}(x_{r-1,j}))$ 。

### 2.4 结构分割——子结构法

有限元分析可归为 SBS 和 EBE 两大类<sup>[9]</sup>。SBS 关键的前处理是对结构进行划分以便平衡并行化。EBE 常采用 EBE-PCG 法。这两种方法在结构优化中的成功应用主要是基于 SBS 和 EBE 的敏度分析表示和数学优化模型生成。这些问题将另文处理。

### 2.5 设计新算法

结构优化并行化的设计应该面向并行机, 时空转换思想是一个重要的指导思想。算法固有的并行性易于发现, 并易于并行化。当已有算法不能显而易见地被并行化时, 破坏原有的时间顺序, 在空间上重组所产生的问题是实质性的。并行结构优化应该考虑 3 方面的因素: 一是并行计算机硬件特性及其在算法实现上的表现; 二是结构对象的特点; 三是数学优化手段。片面追求其中的某一个因素会使设计的算法所能应用的范围极小。这就不得不重新回到工程界较成功应用的大型结构优化软件的并行化上。它们一般由有限元分析、敏度计算和数学优化三部分组成。在实现其内部并行化时, 应按三者制衡的原则来处理。

## 3 结构优化的问题与并行化

结构优化可分为一般优化、形状优化、拓扑优化、类型优化 4 个层次, 设计变量有结构特

性变量、结构几何变量、结构材料变量、结构类型变量;有分部优化、主体优化、整体优化、多级优化不同层次的优化效益。各层次、各变量、各优化效益综合的大系统优化目前还难于实现。比如,不同设计变量一起进行优化,造成设计变量的扩大,常采用放松有效约束的办法来解决。在软件实现上,直观的方法是把一个软件系统的输出变为另一个软件系统的输入。这种直观地加以结合会产生两个问题:其一是整体的不协调性;其二是前后的不继承性。不协调性表现在不同性质的设计变量破坏已有的内力分布。不继承性表现在前后两类变量是间隔性的,这种前一过程的结构是后一过程的基础的连接关系可能会使同一类设计变量前后两次迭代结构相差悬殊,造成振荡现象。

归根到底,所有这些问题产生的最本质的根源在于结构的约束行为。在计算过程中约束行为总是表现得不够整齐。我们需要设计一个自适应的调控系统。用于观察程序迭代走势,对不正常现象加以判断、分析、调整、控制。

收敛性分析。对于大系统优化设计算法的收敛性在理论上作出一个完整的证明是困难的,也是没有必要的。但是最重要的参数是对典型问题的测试所得出的收敛指数。各级优化只要是针对同一(多)目标函数进行,保证每次迭代是可行下降,运用优化效益相对性观点,在适当的时候停止运行。

并行性分析。有限元分析、敏度分析、数学优化算法内部具有并行性,特别是分部设计具有完全的并行性。但是并行性需要程序上的支持:一是复杂受力情况下的内力分析程序库;二是单元设计的显示(隐式)数学模型库;三是离散变量与连续变量混合的优化算法程序库。

人机交互的专家系统。完全的并行化实现不了高效的面向对象的结构优化,它离不开人的经验和判断,优化过程离不开人的干预。

## 4 并行结构优化大系统设计

激烈的科技竞争需要从实验到设计出高性能产品结构的周期短,可靠性好,实用价值高。这依赖于大系统设计,并行结构优化大系统设计的技术路线是:

### 4.1 基础研究

- 1) 建立文献数据库,消化优秀的并行算法。
- 2) 建立并行机系统资料,跟踪并行技术的发展,确定并行计算模型。
- 3) 建立典型的工程设计数据库,确定结构设计的一般对象和大型复杂对象。

### 4.2 计算系统设计

- 1) 建立优秀的无约束、约束;线性、非线性数学优化并行程序库。
- 2) 建立(或确定)有限元并行分析软件。
- 3) 建立与有限元分析相应的结构敏度分析与(或)重分析并行程序库。
- 4) 建立单元优化的数学模型库。
- 5) 约束行为分析程序(约束行为表现,相关性等)。
- 6) 特殊算法程序库。

### 4.3 建立图形系统与信息反馈系统

### 4.4 软件系统总体设计

- 1) 设计系统总体设计

- 2) 设计人机交互功能部件(请求与响应)。
- 3) 设计服务功能部件。
- 4) 设计良好的界面。

#### 4.5 实践与总结

- 1) 采用典型的工程设计问题测试软件系统的有效性、可靠性及稳定性;并行性能指数(加速比、并行效率、串/并行结构对比分析、平均并行时平、平均并行函平)、参数敏感性指数。
- 2) 对大型复杂结构的测试结构作出评估。
- 3) 重新研究文献,提高结构设计对象的层次。
- 4) 硬件、软件、算法协同攻关,改进软件系统。

## 5 结 语

并行结构优化工程在国内刚刚起步,结构研究的对象还仅限于杆系结构,还没有成功的并行软件。从什么样的角度去研究是结构优化并行算法最首要的问题,是基于有限元分析、数学优化、结构力学原理?是基于单级优化还是多层联合?如何把有限元、敏度计算、数学优化之间的过渡计算减小?这是理论上的出发点。对于一个具体的并行机,涉及到如何分配约束梯度、目标梯度、数据分割、功能分割、任务平衡等一系列实际问题。我们只有不断总结研究成果,注重联系工程实际,才能使并行结构优化具有强大的生命力。

### 参 考 文 献

- 1 张汝清. 并行计算结构力学. 重庆:重庆大学出版社,1993. 171~222
- 2 周树荃,梁维泰,邓绍忠. 有限元结构分析并行计算. 北京:科学出版社,1994. 74~130
- 3 Sikiotis E S, Saouma V E. Parallel Structural Optimization on A Network of Computer Workstations. *Computers & Structures*, 1988, 29(1): 141~150
- 4 Sayed M E, Ching-Kuo Hsing. Comparison Between Two Decomposition Approaches for Parallel Computation of Structural Optimization. *Computers & Structures*, 1994, 52(4): 719~722
- 5 王希诚,唐纪华. 一个结构优化设计的并行算法. 大连理工大学学报, 1995, 35(5): 606~611
- 6 陈莘萌,孙乐林. 时空转换思想与算法并行化. 武汉大学学报, 1996, 41(1): 37~42
- 7 林梦雄. 非线性约束最优化并行算法综述. 数学计算与计算机应用, 1993, 14(1): 48~57
- 8 张汝清. 概说并行计算结构力学. 计算结构力学及其应用, 1995, 12(4): 477~484