

16-32

内齿行星齿轮传动动态特性的研究

Study on Dynamical Characteristic of
Epicyclic Gear Drive with Internal Tooth

TH132.425

朱才朝^①
Zhu Caichao

秦大同^①
Qin Datong

李润方^①
Li Runfang

陈宗源^②
Chen Zongyuan

(^① 重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆, 400044;

^② 重庆钢铁设计研究院三环传动公司; 第一作者 29 岁, 男, 讲师, 博士生)

摘要 对内齿行星齿轮传动进行了分析, 在确定基本假设的基础上, 根据系统变形协调条件, 建立起动力分析模型, 对该模型进行了动力学、运动学分析, 并讨论了参数对其动态性能的影响。

关键词 内齿行星齿轮; 动态特性; 动力学; 运动学, 行星齿轮

中国图书资料分类法分类号 TH132.46

ABSTRACT The epicyclic gear drive with internal tooth is analysed, a dynamic analysis model which is based on the compatibility conditions of deformation is set up. On the basis of this model, the analysis of dynamics and kinematics is made, and the influence of design parameters on dynamical characteristic is also studied.

KEYWORDS epicyclic gear with internal tooth; dynamical characteristic; dynamics; kinematics

0 引 言

渐开线少齿差行星齿轮传动按传动型式可分为 N 型(K-H 型)和 NN 型(2K-H 双内啮合型)两大类, N 型内齿行星齿轮传动的的基本结构型式之一——三环减速器如图 1 所示。两根互相平行且各具有 3 个偏心轴颈的高速轴 7, 动力通过其中任一轴或两轴同时传输, 3 个传动内齿轮 2 通过轴承 6 装在高速轴上, 外齿轮 4 的轴为低速轴, 其轴线与高速轴 7 轴线平行, 高速轴通过轴承 5 支承在机体 3 上, 3 个内齿轮 2 与外齿轮 4 啮合, 啮合的瞬间相位差呈 120°角。三环减速器是我国首创的新型传动, 其特点是当输入轴旋转时, 行星轮(内齿轮 2)不是作摆线运动, 而是通过一双曲柄(两具有偏心轴颈的高速轴 7)机构引导作圆周平动, 因而与原同轴少齿差行星传动相比, 具有承载能力大, 效率高等优点。但由于该传动问世时间不长, 许多问题尚未研究清楚, 致使该机器(特别是单轴输入偏置式传动)在使用过程中存在振动、冲击、轴承早期磨损、发热等严重问题, 大大影响了该机构性能的发挥, 因而引起人

* 收文日期 1997-01-08

国家重点实验室开放基金资助项目

们的广泛关注。

文献[1~3]对三环减速机的传动机理及动态受力进行了分析,认为在啮合过程中每块齿板受力情况相同,啮合力恒定。取一块齿板为分析对象,建立起考虑重力、惯性力情况下齿板的动力平衡方程;文献[4,5]认为单齿板上啮合力不恒定,而是符合某一规律变化,在假设其变化规律的情况下建立起齿板受力平衡方程;文献[6]从平面连杆机械组成原理出发,提出了利用变形协调条件建立起有约束 3 相并列双曲柄三环减速机受力分析模型。

文献[1~5]没有考虑系统受载后各构件及运动副的变形,认为单齿板上啮合力恒定或呈某一简单规律变化,按一般刚体力学方法来分析;文献[6]虽考虑了运动副的接触变形和齿板的整体变形,却认为每瞬间啮合力恒定。事实上,在啮合承载时各构件及运动副接触变形不可忽略,单齿板上啮合力并非恒定。

1 三环减速机动态分析模型

1.1 多向并列双曲柄机构分析

对多向并列双曲柄机构,设其并列向数为 n ,按机构自由度分析方法^[7],其自由度为 $F = 2 - n$,机构中所含虚约束数为 $W = n - 1$ 。

对多向并列双曲柄机构,按一般机构刚体力学分析方法,每个连杆可列 3 个力(矩)平衡方程,而每个曲柄可列 5 个力(矩)平衡方程,对 n 向并列双曲柄机构共可列 $3n + 10$ 个平衡方程,若输入或输出力矩有一个已知,则该机构中未知量个数为 $4n + 9$,存在多余未知量的个数为 $W = 4n + 9 - (3n + 10) = n - 1$,恰好与机构中虚约束数相等。

因虚约束存在,平衡方程数少于未知量的个数,方程不能求解,需补充 W 个独立方程,为了得到与虚约束数相应的 W 个补充方程,需考虑机构的变形协调条件。为此,可将机构转化为受力变形等效的结构体,用结构力学方法结合变形基本假定分析构件的变形协调条件来得到补充方程。

1.2 三环减速机动态分析模型

1.2.1 基本假定

根据前面分析,我们可将三环减速机视为一个 3 向并列双曲柄机构,为了便于分析,在建立机构动力分析模型时,引入以下基本假设:

- 1) 运动副间隙、制造误差忽略不计,3 块齿板彼此相差 120° 角;
- 2) 不计齿板、轴的局部弹性变形,只考

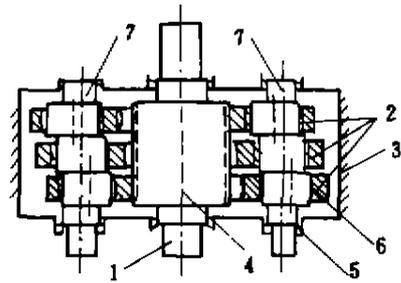


图 1 三环减速机基本构造
1. 输出轴; 2. 内齿行星齿轮; 3. 机架;
4. 外齿中心轮; 5. 支承轴承; 6. 转臂轴承;
7. 转臂偏心输入轴

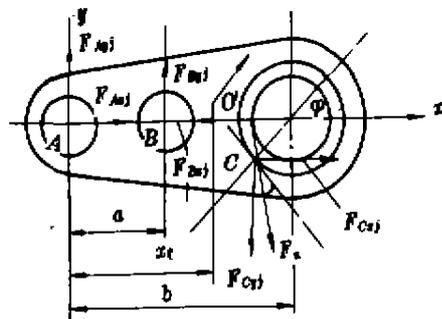


图 2 内齿板受力分析图

虑运动副接触变形及齿板、轴整体变形,且各行星轴承及齿轮啮合处的法向刚度对应相同;

3) 运动副间摩擦忽略不计。

1.2.2 机构动力学分析模型

对3相并列双曲柄三环减速机(单轴输入偏置式),可取3块齿板($j=1,2,3$)中的一块进行受力分析如图2所示。当A为输入轴,任意转角 φ 时,A轴通过行星轴承传给齿板的力为 F_{A_1}, F_{A_2} ,B轴通过行星轴承传给齿板的力为 F_{B_1}, F_{B_2} ,负载通过外齿轮传给齿板的啮合力为 F_{C_1}, F_{C_2} ,齿板重力为 G_j ,惯性力为 P_j ,作用于质心O,方向如图2。由力(矩)平衡条件得:

$$\begin{cases} F_{A_1} + F_{B_1} + P_j \cos\left[\varphi + \frac{2\pi}{3}(j-1)\right] + F_{C_1} = 0 & (1) \\ F_{A_2} + F_{B_2} + P_j \sin\left[\varphi + \frac{2\pi}{3}(j-1)\right] - G_j - F_{C_2} = 0 & (2) \\ F_{B_1} a + P_j x_{Oj} \cdot \sin\left[\varphi + \frac{2\pi}{3}(j-1)\right] - P_j y_{Oj} \cos\left[\varphi + \frac{2\pi}{3}(j-1)\right] \\ - G_j x_{Oj} + F_{C_1} \tau_{i2} \sin\left[\varphi + \frac{2\pi}{3}(j-1) - \alpha'\right] \\ - F_{C_2} \left\{ b - \tau_{i2} \cos\left[\varphi + \frac{2\pi}{3}(j-1) - \alpha'\right] \right\} = 0 & (3) \end{cases}$$

$(j=1,2,3)$

其中 α' 为啮合角, τ_{i2} 为内齿轮基圆半径,其余符号意义见图2。

对3块齿板有 $G_1 = G_2 = G_3 = G$, $y_{O1} = y_{O2} = y_{O3} = 0$, $x_{O1} = x_{O2} = x_{O3} = x_0$, $P_1 = P_2 = P_3 = m_2 e \omega^2 = \frac{\pi^2 m_2 (z_2 - z_1) m}{1800} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \omega^2$ 。

其中 m ——模数;

m_2 ——齿板质量;

T_0 ——输出扭矩;

n ——输入转速;

z_2, z_1 ——内外齿轮齿数。

由支承轴、输出轴力矩平衡条件得:

$$\left\{ e \sum_{j=1}^3 \left\{ F_{B_1} \cos\left[\varphi + \frac{2\pi}{3}(j-1)\right] - F_{B_2} \sin\left[\varphi + \frac{2\pi}{3}(j-1)\right] \right\} \right\} = 0 \quad (4)$$

$$\left\{ \tau_{i1} \sum_{j=1}^3 \left\{ F_{C_1} \sin\left[\varphi + \frac{2\pi}{3}(j-1) - \alpha'\right] + F_{C_2} \cos\left[\varphi + \frac{2\pi}{3}(j-1) - \alpha'\right] \right\} \right\} - T_0 = 0 \quad (5)$$

从方程(1)~(5)可知,方程中共有18个未知量,而机构平衡方程却只有11个,多余未知量为7,需通过机构变形协调条件得到补充方程。

设在某瞬时,输入轴固定不动,在外力作用下各齿板相对其理想位置产生微小位移 $A_{1j}, A_{2j}, B_{1j}, B_{2j}, C_{1j}, C_{2j}$,微小转角 θ_j ,薄壁件行星轴承和齿轮啮合处的接触变形使支承轴及输出轴绕其理想位置产生微小转角 β, ψ ,把轴承孔中心近似为接触点有:

$$\begin{cases} B_{1j} = A_{1j} + e\beta \cos\left[\varphi + \frac{2\pi}{3}(j-1)\right] \\ B_{2j} = A_{2j} + a\theta_j - e\beta \cos\left[\varphi + \frac{2\pi}{3}(j-1)\right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_{1j} = A_{1j} + r_{b1}\phi\sin\left[\varphi + \frac{2\pi}{3}(j-1) - \alpha'\right] \\ C_{2j} = A_{2j} + b\theta_j - r_{b1}\phi\cos\left[\varphi + \frac{2\pi}{3}(j-1) - \alpha'\right] \end{cases} \quad (j=1,2,3) \quad (6)$$

各行星轮轴承径向接触刚度为 k , 齿轮啮合法向刚度为 c , 则

$$\begin{aligned} F_{A_{1j}} &= kA_{1j}; & F_{A_{2j}} &= kA_{2j}; & F_{B_{1j}} &= kB_{1j}; \\ F_{B_{2j}} &= kB_{2j}; & F_{C_{1j}} &= C \cdot C_{1j}; & F_{C_{2j}} &= C \cdot C_{2j} \end{aligned} \quad (j=1,2,3) \quad (7)$$

变形协调条件有 18 个方程, 共引入 11 个变量 ($A_{1j}, A_{2j}, \theta_j, \beta, \phi$), 其独立方程数为 $18 - 11 = 7$ 个, 恰好为机构中多余未知量个数, 方程可求解。

1.2.3 机构运动学分析模型

根据前面分析可知, 各运动副间的接触变形及齿板、轴的整体变形影响, 使齿板在作圆周平动的同时, 带来附加的平面运动, 引起齿板在运动过程中产生水平、垂直方向加速度冲击和输出转速的波动, 进而产生振动冲击, 影响输出运动的精度。因而研究齿板和输出轴的运动学特性具有重要意义。

由动力学分析结果, 齿板质心运动轨迹为:

$$\begin{cases} x_0^* = x_0 + A_{1j} \\ y_0^* = A_{2j} + z_0\theta_j \end{cases} \quad (j=1,2,3) \quad (8)$$

利用数值计算方法求得齿板在运动过程中水平和垂直方向的速度、加速度。同理对输出轴, 仅需对 ϕ 进行数值微分, 就可得到输出轴上转速的波动。

2 分析计算

将变形协调条件式(6)代入式(7)再代入方程(1)~(5), 经整理得具有 3 相并列双曲柄三环减速机的动力学方程为:

$$[B]\{x\} = \{\theta\} \quad (9)$$

其中 $\{x\} = \{A_{11}, A_{21}, A_{12}, A_{22}, A_{13}, A_{23}, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \beta, \phi\}^T$;

$\{\theta\} = \{-P\cos\varphi_1, G - P\sin\varphi_1, G - P\sin\varphi_2, -P\sin\varphi_3, G - P\sin\varphi_3, Gz_0 - Pz_0\sin\varphi_1, Gz_0 - Pz_0\sin\varphi_2, Gz_0 - Pz_0\sin\varphi_3, O, T_0\}^T$;

$[B]$ 为 11×11 阶系数矩阵。

编制求解上述非线性方程组的计算程序, 对 SHQ40 型 110 布置三环减速机(即输出轴偏置式), 其基本参数为 $z_1 = 60, z_2 = 63, n = 1000 \text{ r/min}, m = 5 \text{ mm}, \alpha = 20^\circ, \alpha' = 28.11^\circ, a = 190 \text{ mm}, b = 400 \text{ mm}, z_0 = 230 \text{ mm}, M_2 = 17.39 \text{ kg}, T_0 = 2000 \text{ N}\cdot\text{m}, k = 400 \text{ N}/\mu\text{m}, c = 750 \text{ N}/\mu\text{m}^2$, 进行分析计算, 得其动力学、运动学规律如图 3~6 所示(实线为 x 向, 虚线为 y 向)。

从图 3 可知, 在啮合过程中单齿板上啮合力不恒定, 呈近似简谐规律变化, 当结构参数变化时, 可能出现啮合力为负的情况, 表明 3 齿板彼此构成约束, 存在干涉的可能; 图 4、5 表明输入轴行星轴承水平载荷明显大于支承轴行星轴承水平载荷, 输入轴、支承轴行星轴承受明显的水平双向冲击。图 6 表明齿板在过死点位置时, 水平和垂直方向上都存在加速度冲击, 反映冲击力的存在。以上分析计算结果与实验结果^[9] 基本相符, 表明理论分析模型可行。

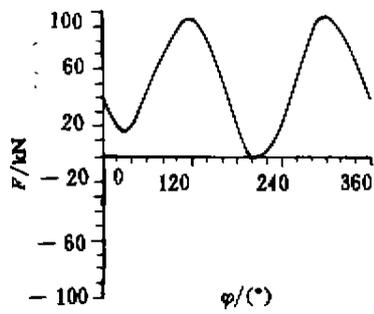


图3 第一块环板啮合力分布图

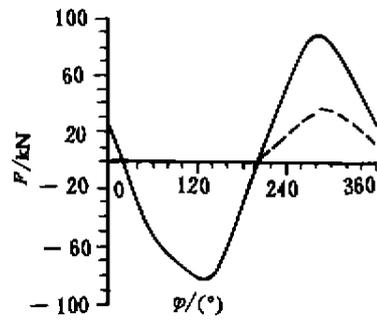


图4 第一块环板输入轴行星轴承受力图

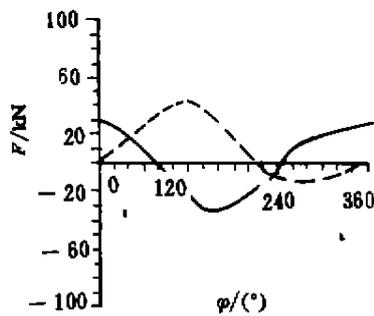


图5 第一块环板支承轴行星轴承受力图

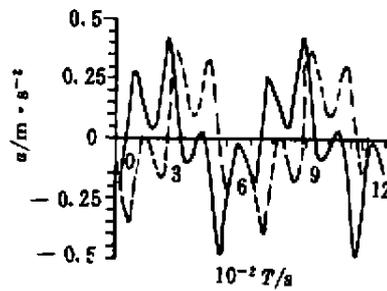


图6 第一块环板质心加速度波动

3 系统参数对其动态性能的影响

根据上述分析可知系统几何参数对其动力学、运动学性能有较大的影响。可以通过调整系统几何参数以达到改善其动态性能的目的。

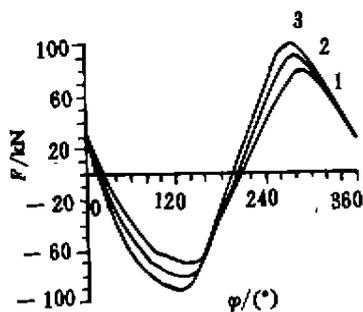


图7 α' 变化时输入轴行星轴承 x 向受力分布曲线

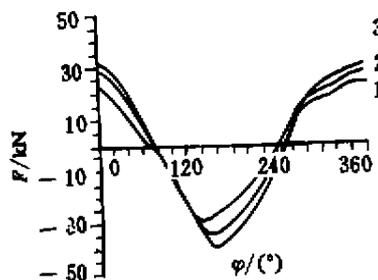


图8 α' 变化时支承轴行星轴承 x 向受力分布曲线

对同一种型号的减速机,在保证其传动比和中心距不变的情况下,因其齿数和模数受传动比及强度(主要是弯曲强度)的限制,可通过改变行星轴承及齿轮啮合刚度、曲柄长度、啮合角等其它系统参数来观察其动态性能的变化,掌握其对动态性能影响的规律,以便指导系统改进设计,具有很重要意义。

当其它参数不变,啮合角 α' 分别取 20° 、 28.11° 、 36° (曲线1,2,3)时第一块环板上各行星轴承受力分布如图7、8所示:

从图7、图8可以看出,啮合角 α' 对各行星轴承受力分布影响显著,当 α' 较大时(如 α' 为 36°),输入轴行星轴承 x 向载荷下降幅度达23%,支承轴行星轴承 x 向载荷需增大21%,但其幅值仍仅为输入轴的36%。图9是 α' 分别取 20° (实线部分)和 36° (虚线部分)时齿板 x 向加速度分布,当 α' 较大时其加速度冲击明显降低。

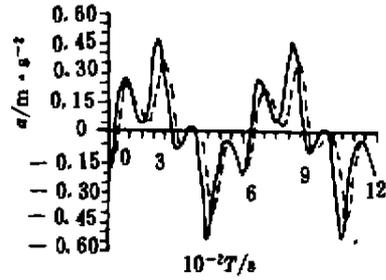


图9 α' 变化时齿板质心加速度波动分布曲线

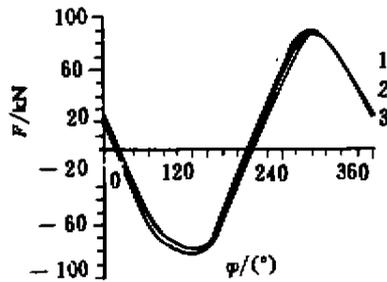


图10 α' 变化时输入轴行星轴承 x 向受力分布曲线

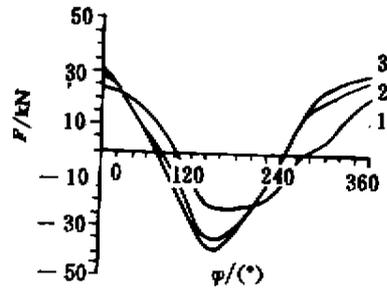


图11 α' 变化时支承轴行星轴承 x 向受力分布曲线

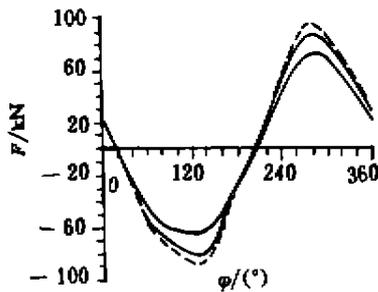


图12 k_1 变化时输入轴行星轴承 x 向载荷分布

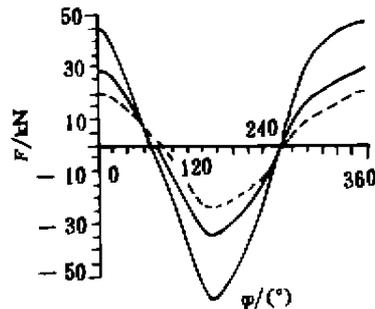


图13 k_1 变化时支承轴行星轴承 x 向载荷分布

图 10 ~ 11 为齿轮啮合法向刚度 c 分别取 500、750、1 200 N/ μm 时第一块齿板上各行星轴承载荷分布。适当降低啮合刚度(如 c 为 500 N/ μm)，可改善啮合力分布和使支承轴行星轴承载下降 38%，对输入轴行星轴承载影响很小。

图 12 ~ 13 为输入轴行星轴承刚度 k_1 分别取 200、400、600 N/ μm 时齿板上各行星轴承上的载荷(k_1 为 600 N/ μm 时对应虚线部分)，图 14 为 k_1 取 200、600 N/ μm 时齿板质心加速度分布曲线，从图中可以看出减少 k_1 时，

可将输入轴行星轴承上的载荷一部分转移到支承轴行星轴承上，从而降低了行星轴承最大载荷幅值，提高了轴承使用寿命，但齿板加速度波动幅值明显增大，其动态特性恶化。而当支承轴行星轴承刚度 k_2 增大时，齿板啮合力无明显变化，但行星轴承最大载荷幅值减少 22% 及其加速度冲击下降 18%。

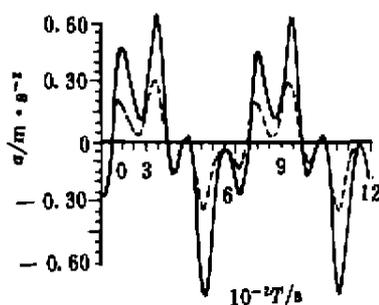


图 14 k_1 变化时齿板质心加速度波动分布曲线

4 结 论

三环减速机具有 3 向并列双曲柄机构，机构中存在虚约束，运动链不满足静定条件，机构受力无法用刚体力学方法完全确定。本文通过引进机构变形协调条件，将机构转化为受力、变形等效的结构件，再应用结构力学中的方法，建立起三环减速机的动态分析模型，并对该模型进行了动力学、运动学分析计算，其结果与实验^[9]测试结论相符，证明分析方法可行，理论模型正确，同时还对影响其动态特性的系统参数进行了分析讨论，其结论可用以指导结构改进设计。

本文所提供的方法为该新型减速机系列(单环、双环、三环、单级、多级)的设计和理论分析提供参考，亦可适用于分析其它具有虚约束的机构。

参 考 文 献

- 1 梁兆兰,王乃信,王静. 内齿行星齿轮传动的理论分析. 西北农业大学学报, 1994, 22(3), 30~35
- 2 吴春英,陈粹,王 信. N型内齿行星轮行星齿轮传动. 机械设计, 1995, (2), 21~25
- 3 梁兆兰,吴春英,王乃信. 双轴输入式内齿行星传动的动态受力分析. 机械科学与技术, 1994, 51(3), 67~71
- 4 应海燕,杨锡和. K-H型三环减速器的研究. 机械传动, 1992, 16(4), 37~43
- 5 张锁怀. 内齿行星齿轮传动受力分析. 机械传动, 1994, 18(4), 32~35
- 6 崔建昆. 平行轴少齿差行星齿轮传动的研究.[学位论文]. 重庆,重庆大学机械工程一系, 1993
- 7 自师贤. 高等机构学. 上海:上海科技出版社, 1988. 1~74
- 8 张展. 实用机械传动设计手册. 北京:科学出版社, 1994. 114~115
- 9 黄文振. 三环减速器振动问题的研究. 机械工程学报, 1994, 30(2), 64~68