

53-57

用数值拟合法进行误差 信息分离的研究与实践

TP274.2

Research and Practice on Separation of Errors by Numerical Fitting

彭东林
Peng Donglin

刘成康 ✓
Liu Chengkang

刘冲
Liu Chong

(重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆, 400044; 第一作者 45岁, 男, 研究员, 博士)

摘要 用数值拟合法代替数字滤波法, 实现了对不同频率误差信息的分离。通过推导证明两种方法在本质上是相同的。当将前者按后者的形成理论进行推导时, 得出了一种与传统窗函数形状迥然不同的新型窗函数。给出了全部推导过程, 并介绍了实用效果。

关键词 数值拟合; 数字滤波; 误差

数据处理, 误差信息, 舍离, 测量数据

中国图书资料分类法分类号 TH115; TP274.2

ABSTRACT It is achieved satisfactorily to realize the separation of error signals with various frequencies by numerical fitting instead of digital filtering. It is proved that both numerical fitting and digital filtering are the same in essence. During the process of reasoning the former, according to the theory of the latter, a new window function is obtained of which the shape is completely different from that of traditional window functions and has never been seen before. The entire process of reasoning and the effect of its practice are given.

KEYWORDS numerical fitting; digital filtering; error

0 引 言

在测得误差曲线以后, 往往需要对误差信息按其不同频率进行分离。滤波是一种常用方法, 传统仪器采用硬件电路组成高通滤波器和低通滤波器, 频率特性较难兼顾, 缺少柔性。

基于计算机技术的数字滤波技术已是相当成熟的技术并已获得广泛应用, 但根据经验, 在一些场合照搬书上的滤波公式还存在一些问题。在实践中, 经过多次反复, 笔者采用数值拟合的方法达到了很好的效果, 并经过分析推导, 证明数值拟合法与数字滤波法在数学本质上是一致的。

对测量数据进行处理, 一般有两个目的及相应的处理方法:

* 收文日期 1996-09-05

国家自然科学基金资助项目(59575075)

1) 实际测量值中的随机误差使其偏离于理论预测的函数关系,且此误差一般服从正态律,故可用曲线平滑拟合即数值拟合的方法消除或削弱这种误差。

2) 测量数据中含有多种频率成份,而人们只需其中一种或部分频率成份的信号,为此可采用硬件电路滤波或软件数字滤波。

许多文献谈到这两个目的的实质一样,都可理解为是对数据的滤波处理,去掉噪声干扰,保留有用信息。笔者试图归纳这两种方法的提出和演变过程,以总结出二者间比较定量的内在联系。

1 目的和方法的统一

在图1中,被测对象的理论预测曲线为(f),而实测曲线为(a),为重现真值,可重复测K条曲线如(b),相信只要逐点求平均值

$$y(n) = \bar{x}(n) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K x_i \quad (1)$$

而K又足够大,即可逐点消除通常服从正态律的测量误差如(c),最终得到(f)。

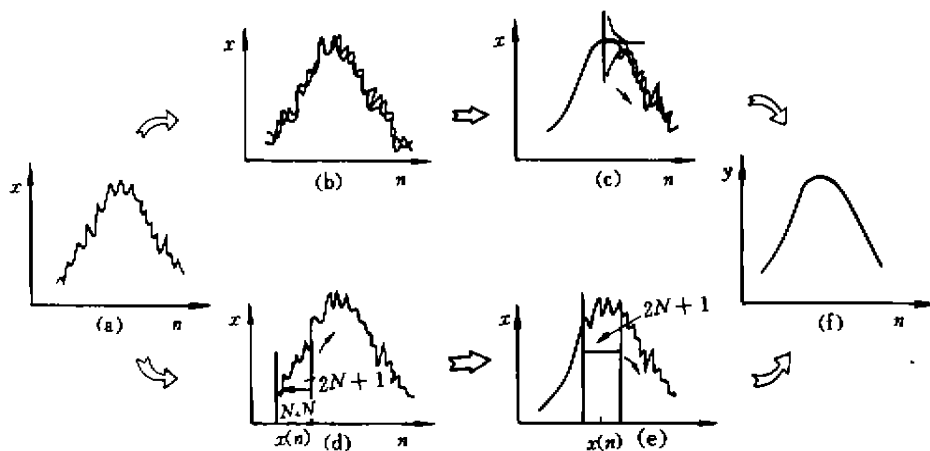


图1 两种数据处理方法

但人们往往不测(或无法测)K条曲线,而是只对一条曲线按 $2N+1$ 点作滑动平均处理如(d)和(e),例如用简单算术平均法

$$y(n) = \frac{1}{2N+1} \sum_{l=-N}^N x(n-l) \quad (2)$$

或加权平均法

$$y(n) = \sum_{l=-N}^N h(l)x(n-l) \quad (3)$$

其中 $h(l)$ 为加权因子。用数学中关于曲线平滑拟合的观点,这也是作某种具有抵偿性的平均处理,同样可以减小对称正态分布的随机误差。

而按照数字滤波理论, $h(n)$ 被视为一“滑动窗”(其构造见下节),数字滤波器对信号 $x(n)$ 进行低通滤波就是完成卷积

$$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{t=-N}^N h(t)x(n-t) \quad (4)$$

即(3)式与(4)式完全一致,而(2)式只是(3)式的一个特例,即 $h(n)$ 全为 1.

结论:当数据由重复测试求平均演变到单次测试求滑动平均拟合,而信号低通滤波由硬件滤波器演变到滑动窗式的数字滤波器,两种目的及相应的处理方法趋向于统一.

2 定量的分析

以在数值拟合法中应用较多的五点滑动^[1]为例,按(2)式即有

$$y(n) = \frac{1}{5}(x_{n-2} + x_{n-1} + x_n + x_{n+1} + x_{n+2}) \quad (5)$$

若按(3)式,且根据三次多项式拟合取加权因子,有

$$y(n) = \frac{1}{35}(-3x_{n-2} + 12x_{n-1} + 17x_n + 12x_{n+1} - 3x_{n+2}) \quad (6)$$

可进一步归一化为

$$y(n) = \frac{17}{35}(-0.176x_{n-2} + 0.705x_{n-1} + x_n + 0.705 - 0.176x_{n+2}) \quad (7)$$

可知对(5)式而言,加权因子全为 1. 即 $h_1(n) = (1, 1, 1, 1, 1)$,而对(7)式而言,则有 $h_2(n) = (-0.176, 0.705, 1, 0.705, -0.176)$,可仿照数字滤波的分析方法用图形表示为

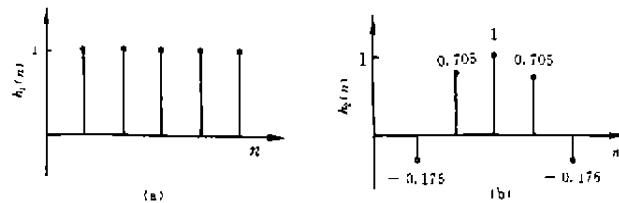


图 2 加权因子

在数值拟合中一般定性地认为,采用 $h_1(n)$ 不但对随机误差成份进行了平滑处理,同时对数据原有的变化部分也进行了平滑处理,从而引入失真.若采用 $h_2(n)$,由于各点加权值不同,可以减少对数据本身变化的平滑作用,因此采用 $h_2(n)$ 优于 $h_1(n)$.

但实践表明上述结论不够准确,这里对照数字滤波的观点进行分析.

前已提及滑动窗 $h(n)$,设计不同的数字滤波器,实质就是要构造出不同的 $h(n)$.现将有关近似理想低通滤波器之 $h(n)$ 的构造过程的冗繁内容归结如图 3 所示.

理想低通滤波器的频响图如图 3(a) 对应时域冲激响应 $h_d(n)$ 如图 3(e),因其为无限时宽而无法实现,于是用一窗函数 $W(n)$,如图 3(h) 对其进行截断如图 3(g),最后得到所需的 $h(n)$ 如图 3(f) 所示.此过程对应到频域就是用图 3(d) 与(a) 卷积如图 3(b),最终得到图 3(c).显然图 3(c) 是对图 3(a) 的近似,而图 3(f) 是对(e) 的近似.

在图 3(h) 中画的是矩形窗,即 $W(n)$ 只对图 3(e) 中 $h_d(n)$ 进行截断而不再作加权处理,所以图 3(f) 中主峰形状大小不变.若采用其它形式的窗函数^[3] $W(n)$ 如哈明窗,汉宁窗等(形状均大致如图 4(a) 所示),无一不是对截断后的 $h_d(n)$ 再作突出主峰削弱两翼的加权处理.

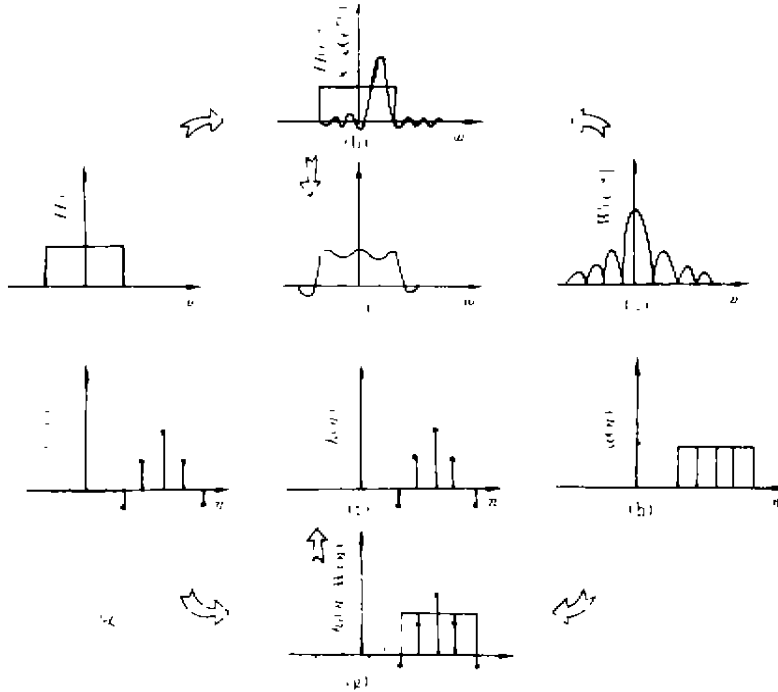


图3 理想低通滤波器构造过程

但是如果我们照这套思路想要得到一个如前述图 2(a) 那样矩形的滑动窗 $h(n)$, 就必须考虑这样一种从未见过的窗函数, 其形状大致如图 4(b) 所示. 它不仅是加强两翼削弱主峰, 而且还要把 $h_1(n)$ 中负的部分变正, 因此其形状与图 4(a) 迥然不同. 这显然已超出了传统数字信号处理的理论内容, 其含义值得深究.

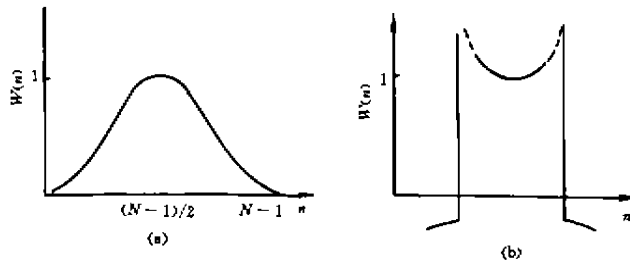
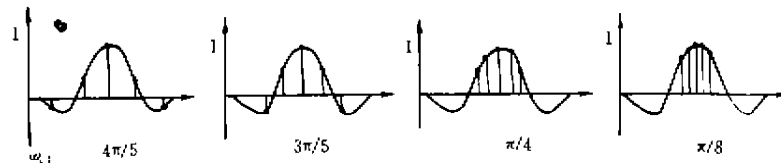


图4 窗函数

我们可以暂时先从另一角度分析 $h_1(n)$ 的性质. 根据数字滤波的理论, $h(n)$ 的表达式为

$$h(n) = \begin{cases} \frac{\sin\left(n - \frac{N-1}{2}\right) \omega_c}{\pi\left(n - \frac{N-1}{2}\right)} & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (8)$$

回顾图 3(f) 中的 $h(n)$, 当讨论限制在 $n = 5$ 的前提下, 则能引起 $h(n)$ 实质变化的只有 ω_c . 如果保持其顶峰为 1 (归一化), 则当 ω_c 越大, $h(n)$ 中各点越远离中心; 反之, ω_c 越小, 各点就越趋于中心. 图 5 给出了几种 ω_c 值代入 (8) 式后算出的 $h(n)$ 值及对应图形.



$$A(n); (-0.188, 0.234, 1, 0.234, -0.188) (-0.15, 0.503, 1, 0.503, -0.15) \\ (0.606, 0.9, 1, 0.9, 0.606) (0.9, 0.97, 1, 0.97, 0.9)$$

图 5 $A(n)$ 值与图形

当 ω_c 足够小, 例如当 $\omega_c = \pi/512$, 可算出 $h(n) = (0.999975, 0.999994, 1, 0.999994, 0.999975)$, 显然这与 $h_1(n)$ 已几乎没有区别了。而当 $\omega_c = 3\pi/5$ 算出的 $h(n)$, 则与 $h_2(n)$ 接近。结论是:

1) 按简单算术平均 $h_1(n)$ 进行平滑的数值拟合对应于一种通带很窄的低通滤波器, 而用加权算术平均处理 $h_2(n)$ 对应的通带则较宽。

2) 若欲滤掉的成份频率远大于保留成份, 宜用 $h_1(n)$, 若两种成份频率接近, 宜用 $h_2(n)$ 。

要强调的是, 笔者着重研究数值拟合法与数字滤波法的关系, 而前者的滑动点一般都取得比较小(如 5、7、9 等), 因此这里只讨论了 $n = 5$ 的情况。事实上, n 的多少对滤波效果影响也很大。

3 实用效果

将上述数值拟合法应用于以滚齿机、插齿机和磨齿机为代表的齿轮加工机床的传动误差测试曲线分析, 在 7 年多的生产实践中已取得相当满意的效果。经这种方法分离出的低频误差曲线, 准确反映出被测对象的低频误差变化规律。例如对一台滚齿机进行测试后, 从传动误差曲线分离出来的长周期误差曲线可以明显地看出除一次基波分量外, 还有一项 12 次谐波分量。经向机床生产厂家了解, 此系该厂加工母机“遗传”而得, 因该母机的蜗轮副是经过多次“转位加工”而得到的。

4 结束语

为了实现误差信息分离, 采用数据曲线滑动平均的数值拟合法代替数字滤波法取得了满意的效果, 且方法简便, 为误差分离方法的多样化进行了较为成功的尝试。而在推导过程中意外获得的新型窗函数, 为进一步研究留下了思索空间。

参 考 文 献

- 1 王正光. 数据采集与处理. 北京: 国防工业出版社, 1987. 169~179
- 2 刘志万. 测量值的拟合和迭代处理. 电器与仪表, 1985, (6), 31~35
- 3 王世一. 数字信号处理. 北京: 北京工业学院出版社, 1987. 123~138