

⑦ 39-42

用开关电容滤波器构成的小波函数发生器

TN911.6
TN713

金吉成 田逢春

(重庆大学电子工程系, 重庆, 400044; 第一作者 56岁, 男, 教授)

摘要 利用开关电容滤波器的特性构造了一个小波函数发生器,它能够方便地产生不同尺度下的小波信号波形。文中给出了一个具体的实现方案,并论证了随着样点数的增加和样点间隔的减小可以使所获得的波形与真正的波形间的误差足够小。

关键词 滤波器; 信号发生器 / 小波; 开关电容

中国图书资料分类法分类号 TN713

0 引言

设 $\Psi(t)$ 是小波函数, $x(t)$ 代表信号,为了研究系统或电路的特性,可将不同尺度下的小波 $\Psi(2^{-i}t)$ 作为系统的输入信号对系统进行研究;为了实现连续小波变换也往往需要得到一个可变尺度的小波信号 $\Psi(2^{-i}t)$ 。例如,常用的二进连续小波变换是 $x(t)$ 与 $2^{-i}\Psi(2^{-i}t)$ 的卷积^[1]。因此有必要构造一个能够产生可变尺度的小波信号的信号发生器。由于大多数小波函数没有显式表达式,只有通过迭代求出它们在离散点 $t = nT$ 处的样值 $\Psi(nT)$ (n 为整数, T 为采样间隔)。虽然可以用模拟滤波器电路产生近似小波信号,但其构造复杂,需要高阶网络且受器件参数变化的影响较大。笔者根据小波函数的时频局部化特性提出的用数字存储器及数模转换器加上开关电容滤波器构成的紧支集小波函数发生器,它恰巧利用了数字存储器只能存储离散点的数值,而小波函数在离散点的样值易于事先用迭代法求出以及开关电容滤波器的带宽随其时钟频率线性变化这一事实,具有结构简单,改变尺度极其方便的优点(由 $\Psi(t)$ 变为 $\Psi(2^i t)$ 只需改变时钟频率即可)。

1 原理

设紧支集小波函数 $\Psi(t)$ 的支集为 $[t_1, t_2]$,若 $t_1 < 0$,则令 $\Psi_1 = \Psi(t - t_1)$,使其转换为因果信号。首先将小波函数 $\Psi_1(t)$ 在各离散点的样点值 $\Psi_1(nT)$ 按顺序存放在存储器中,在时钟信号控制下,地址发生器依次产生相应的地址,被该地址选中的存储单元中的数据被送入数模转换器(DAC)进行D/A转换,再经过由开关电容构成的低通滤波器即可得到与所需小波函数相近的输出信号 $y(t)$,相应的框图如图1所示。

采用开关电容低通滤波器的优点是它具有有源滤波器不能比拟的矩形滤波器特性而其带宽能够自动随需要而变。例如,假定 $\Psi_1(t)$ 的最高频率为 F_m 且时钟频率 $f_{oc} = f_1$ 时 $y(t) \approx \Psi_1(t)$,则要求理想低通滤波器的带宽为 F_m ,若要使 $y(t) \approx \Psi_1(2t)$ 就需将图1中时钟的频率 f_{oc} 由 f_1 改为 $2f_1$;由信号的时频域关系知此时 $y(t)$ 的最高频率由 F_m 变为 $2F_m$ 因而要求低通

* 收文日期 1997-02-18

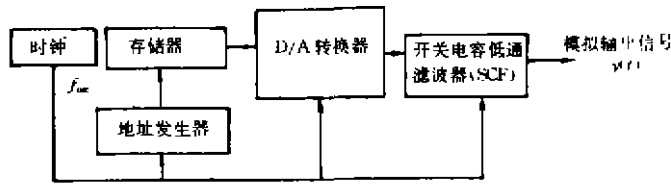


图1 产生小波信号的波形发生器

滤波器的带宽也变为 $2F_m$ 。因 f_{∞} 也是开关电容低通滤波器的时钟频率, 由开关电容滤波器的性质知, 当输入的时钟频率增加一倍时其 3 dB 带宽也相应增加一倍, 因而满足上面的要求, 达到了随信号带宽的变化自动改变滤波器带宽的目的。

2 可行性

通常小波函数按时频域局部化特性来划分有以下三种: 1) 时域为严格紧支集而频域为非严格紧支集(如 Daubechies 小波函数); 2) 频域为严格紧支集而时域为非严格紧支集(如 Littlewood-Paley 小波函数); 3) 时、频域均为非严格紧支集(如墨西哥帽状小波函数)。

对第一类小波函数 $\Psi_1(t)$, 由信号的时-频域关系知^[2] 其富里叶变换 $\Psi_1(f)$ 在频域的支集一定是无限的, 且 $\Psi_1 \in C^\infty$ 。幸运的是小波函数具有优秀的时频局部化特性, 虽然 $\Psi_1(f)$ 在频域的支集是无限的, 但可以找到有限大的 F_m , 当 $f > F_m$ 时 $|\Psi_1(f)|$ 可按任意指数衰减, 因此可近似认为 $\Psi_1(t)$ 是带限信号, 即认为 $\Psi_1(f) \approx 0$, (当 $|f| > F_m$ 时); 由 Nyquist 抽样定理, 当 T 满足

$$T < \frac{1}{2F_m} \quad (1)$$

时可由 $\Psi_1(t)$ 的样点值 $\Psi_1(nT)$ 精确恢复出 $\Psi_1(t)$ (此处忽略因 $\Psi_1(t)$ 实际并非带限信号因而重建信号有一定的频域混迭效应造成的误差), 这就要求 $T \ll \frac{1}{2F_m}$ 。设开关电容低通滤波器的传递函数为 $H(f)$, $\Psi_1(f)$ 按指数衰减, 即存在确定的常数 $\alpha > 0$, $k > 0$, 对任意的 f 有

$$|\Psi_1(f)| \leq K e^{-\alpha|f|} \quad (2)$$

若用 δ^e 来度量由于频域混迭效应引起的误差, 即令

$$\delta^e = \|\Psi_1 - y\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_1(t) - y(t)|^2 dt \quad (3)$$

由 Parseval 恒等式及抽样信号的频谱特性可以得到 δ^e 的近似计算式:

$$\begin{aligned} \delta^e &= \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi_1(f) - \hat{y}(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \Psi_1(f) - \sum_{n \in \mathbb{Z}} \Psi_1\left(f - \frac{n}{T}\right) H(f) \right|^2 df \\ &\approx \int_{-\infty}^{\infty} \left| \Psi_1(f)(1 - H(f)) - \Psi_1\left(f - \frac{1}{T}\right) H(f) - \Psi_1\left(f + \frac{1}{T}\right) H(f) \right|^2 df \\ &\approx 2 \int_{-F_m}^{F_m} \left| \Psi_1(f) \left(f - \frac{1}{T}\right) \right|^2 df \end{aligned}$$

(假定 $H(f)$ 是截止频率为 F_m 的理想低通滤波器的传递函数)

$$\leq 2 \int_{-F_m}^{F_m} |K e^{-\alpha|f-\frac{1}{T}}|^2 df \quad (\text{由 2 式})$$

$$= \frac{K^2}{\alpha} e^{2\alpha(F_m - \frac{1}{T})} \quad (4)$$

由于小波函数在频域也有很好的局部化特性,因而上面推导中忽略了所有 $n > 1$ 的 $\Psi_1\left(f - \frac{n}{T}\right)H(f)$ 项。由式(4)可见只要 T 足够小,就可保证 δ^2 足够小,也即在均方意义下图 1 的输出 $y(t)$ 与真正的小波 $\Psi_1(t)$ 间的误差足够小。

当 $\Psi_1(t)$ 为第二类小波函数时由 Parseval 恒等式可类似地求出 δ^2 的近似计算式,它主要是时域的截断误差。而当 $\Psi_1(t)$ 为第三类小波函数时的情况则较复杂,这时既有时域截断的影响又有频域混叠效应。实验表明,无论上面哪一类小波,只要 T 足够小(例如 $T < \frac{1}{5}\left(\frac{1}{2F_m}\right)$)且在时域的样点数 N 足够大就可以使均方误差足够小。

3 电路及参数选取

设开关电容构成的低通滤波器的 3 dB 带宽 $F_B = k_1 F_m$, 采样频率 $f_s = \frac{1}{T}$, 本文电路中采用的开关电容低通滤波器 MAX291 的时钟频率 f_{oc} 与 F_B 之比为 $r = \frac{f_{oc}}{F_B} = 100$, 取 $f_s = 10 F_m$, 则可求出 f_{oc} 与 f_s 之比 $M = \frac{f_{oc}}{F_s} = \frac{r \cdot k_1}{10} = 10k_1$, 为简化电路的结构,便于直接用二进制分频器实现,令 $M = 2^x, F_B$ 应约大于 F_m , 由此可令 $k_1 = 1.6, x = 4, M = 16, f_{oc} = 16f_s$, 由此得到对应于图 1 的一种电路实现示于图 2。

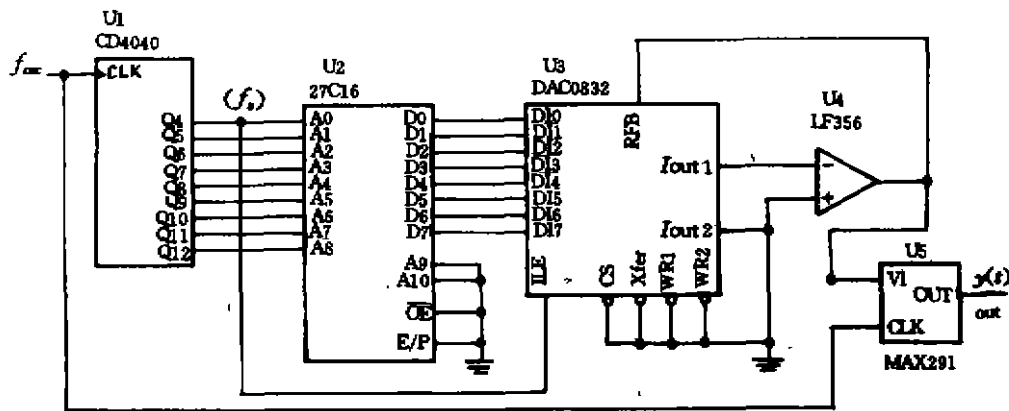


图 2 一个小波函数发生器的原理图

图中 CD4040 是 12 位二进制分频器, 27C16 是容量为 2k 的 EPROM(存储器), DAC0832 是 8 位 D/A 转换器, LF356 是运算放大器, MAX291 是 MAXIM 公司生产的开关电容 8 阶 Butterworth 低通滤波器, 它内部还集成了一个独立的放大器可用来构成一个宽带低通滤波器以进一步提高输出信号的质量, 图中 D/A 转换器的字节允许输入(ILE 脚)由 f_{oc} 分频后得到可使 MAX291 与 D/A 转换同步从而减小开关电容滤波器中时钟引起的噪声。

以墨西哥帽状小波为例 $\Psi(t) = (1 - t^2)e^{-|t|/2}$, 其富氏变换 $\Psi(f) = 8f^2 \sqrt{\frac{\pi^3}{2}} e^{-2f^2}$; 相应的波形分别如图 3(a)、图 3(b) 所示, 可以近似认为当 $t \in [-t_0, t_0]$ 时 $\Psi(t) = 0$, (此处 $t_0 = 4$),

$F_0 \approx 1$; 令 $\Psi_1(t) = \Psi(t - t_0)$, 由前面的计算可知, $f_s = 10$, $f_{\max} = 160$, $F_0 = 1.6$, 存储器中的数据个数 $N = 2t_0 f_s = 80$. 实测的波形与图 3(a) 类似, 只是波形在时间轴方向有一个位移 $t_0 = 4$.

为了进一步减小误差, 可以将图 2 中的 DAC0832 换为位数更高的 D/A 转换器, 因本电路采用的 MAX291 的最大带宽为 25 kHz, 最小带宽为 0.1 Hz, 因而能够产生的小波的最高频率 $(25/1.6) = 15.625$ kHz, 用 $[\cdot]_z$ 表示取整操作, 则对上面的墨西哥帽状小波能够得到的最大尺度 $j_{\max} = [\log_2 15.625]_z = 13$, 最小尺度 $j_{\min} = [\log_2 (0.1/1.6)]_z = -4$; 也即本电路能够获得 $\Psi_1(2^{-4}t)$, $\Psi_1(2^{13}t)$ 之间的任一尺度的墨西哥帽状小波信号 $\Psi_1(2^j t)$, 这一范围已足以满足大多数应用的要求。为了得到尺度范围更大的小波信号(频率范围更宽), 除了改变 f_{\max} 外还需将图中的存储器换为存取速度更快的存储器并改用频带范围更宽的开关电容低通滤波器。

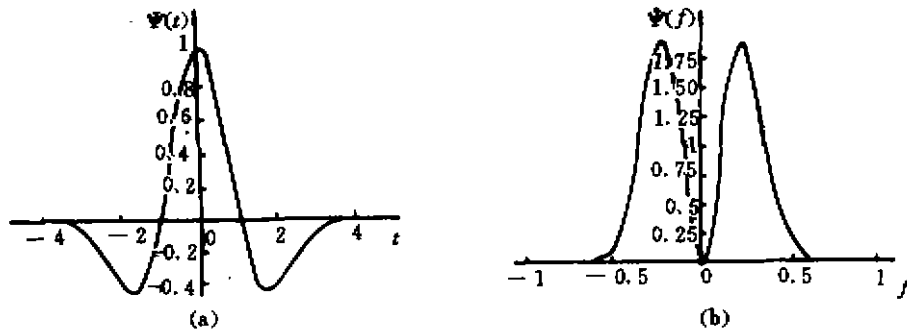


图 3 $\Psi(t)$ 及 $\Psi(f)$ 的波形

参 考 文 献

- 1 Mallat G. Multifrequency Channel Decompositions of Images and Wavelet Models, IEEE Trans ASSP, 1989, 37 (12): 2 091~2 110
- 2 龙瑞麟. 高维小波分析. 北京: 世界图书出版社, 1995. 4

A Wavelet Function Generator Using Switched Capacitor Filter

Jin Jicheng Tian Fengchun

(Department of Electronic Engineering, Chongqing University)

ABSTRACT A wavelet function generator making use of the characteristics of switched capacitor filter is constructed, it can produce conveniently the waveforms of wavelet signals in different scales. A concrete practical scheme is also proposed. The mean square error between practical signal and theoretical signal can be made as small as possible so long as the number of samples is large enough and sample duration is small enough.

KEYWORDS filter; signal generators / wavelet; switched capacitor