

(11) 55-61

极点位置自寻优鲁棒自适应算法研究

周思玲 刘健波 杨佳

(重庆大学自动化系, 重庆, 400044; 第一作者 58岁, 女, 副研究员)

TP273.2
TP13

摘要 本文研究的极点位置自寻优鲁棒自适应算法,是在传统的极点配置方法中,引入最小方差优化策略,从而将传统的极点配置策略与最小方差优化策略结合在一起,实现优势互补。

关键词 极点配置; 最小方差; 自适应控制

中国图书资料分类法分类号 TP13

自适应算法

0 引言

自适应控制技术,已有较长的发展历史。近几年来取得了很大的成绩。随着现代化工业的发展,控制对象越来越复杂,而人们对控制器的要求却越来越高。要求控制器既要有很高的控制品质,又要控制器的参数易于调节,适合工程应用。因此,基于单一策略的自适应控制,已越来越难以适应工程应用的需要。已知各种控制方案之间,具有很强的互补性,因此,各种综合控制算法的研究已成为当前的一个重要发展方向。

在自适应控制算法中,以最小方差为基础的自校正控制器,比较容易处理随机伺服跟踪问题,但其加权因子却难以选定,而且对过程时滞敏感。而以极点配置为基础的自校正控制器可以保证系统良好的动态特性,且适应于未知时变时滞过程。笔者所研究的极点位置自寻优自适应算法是一种综合控制方案。它采用极点配置(PA)的思想来设计控制器的结构,而借助最小方差(MV)方案优化目标函数,从而将传统的极点配置策略与最小方差优化策略结合在一起,实现优势互补。通过自优化技术,在线调节控制器参数,有利于工程应用。笔者在A. Chosh^[1]和O. P Malik^[2]等人所提出的PS(Pole Shifting)极点移动算法的基础上,提出了一种新的极点位置自寻优鲁棒自适应算法NPS(New Pole Shifting),它的基本原理是:首先借助于极点配置的方法,粗略地为闭环系统选择一个特征多项式,然后将所有的“闭环极点”同乘以一个标量因子 α ,通过 α 的变化,使所有的闭环极点能在整个 z 平面上沿径向移动,从而使系统得到了不同的稳定度与响应速度。而移动因子 α 的调整是借助(MV)最小方差优化策略,通过在特定的目标函数下在线寻优得到。初始极点可任意确定。

1 NPS 算法的实现

1.1 控制方案

图1所示的闭环控制系统中,过程模型为

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-m}B(z^{-1})u(t) + \xi(t) \tag{1}$$

这是一个ARMAX模型,式中 $u(t)$ 与 $y(t)$ 分别是过程的输入,输出变量, $\xi(t)$ 为白噪声, m 为纯时延

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n} \tag{2}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_rz^{-r} \tag{3}$$

反馈控制策略为

$$F(z^{-1})u(t) = H(z^{-1})y(t) - G(z^{-1})y(t) \tag{4}$$

式中, F, G, H 是待设计的多项式

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1z^{-1} + f_2z^{-2} + \dots + f_nz^{-n} \tag{5}$$

$$G(z^{-1}) = g_0 + g_1z^{-1} + g_2z^{-2} + \dots + g_rz^{-r} \tag{6}$$

$$H(z^{-1}) = h_0 + h_1z^{-1} + h_2z^{-2} + \dots + h_mz^{-m} \tag{7}$$

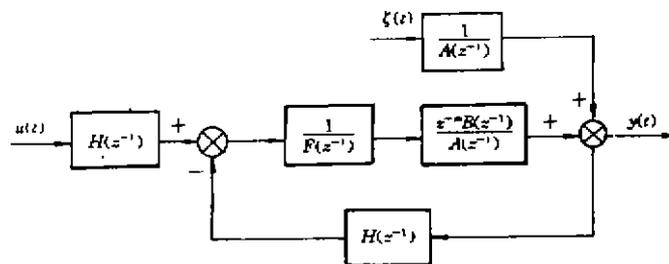


图1 控制方案

将(1)与(4)式合并,消去 u 得

$$y(t) = \frac{z^{-m}B(z^{-1})H(z^{-1})}{A(z^{-1})F(z^{-1}) + z^{-m}B(z^{-1})G(z^{-1})}y(t) + \frac{F(z^{-1})}{A(z^{-1})F(z^{-1}) + z^{-m}B(z^{-1})G(z^{-1})}\xi(t) \tag{8}$$

可见闭环特征多项式为

$$T(z^{-1}) = A(z^{-1})F(z^{-1}) + z^{-m}B(z^{-1})G(z^{-1}) \tag{9}$$

在传统的极点配置算法中,极点一经选定后,就固定不变了。而NPS算法确是将所有的闭环极点同乘上标量因子 α 即

$$A(z^{-1})F(z^{-1}) + z^{-m}B(z^{-1})G(z^{-1}) = T(\alpha z^{-1}) \tag{10}$$

$$T(\alpha z^{-1}) = 1 + t_1(z/\alpha)^{-1} + t_2(z/\alpha)^{-2} + \dots + t_n(z/\alpha)^{-n} \tag{11}$$

当 $A(z^{-1})$ 和 $B(z^{-1})$ 互质时,(10)式中 $F(z^{-1})$ 和 $G(z^{-1})$ 有最小次数解的条件是

$$n = m + n_b - 1 \tag{12}$$

$$n_g = n_b - 1 \tag{13}$$

这样, n_g 的阶次必须满足约束条件

$$n_g \leq n_b - n_a + m - 1 \tag{14}$$

将(10)式按同式幂展开,并化简,取 $m = 1$,则有

$$\begin{bmatrix} 1 & & & 0 & b_0 & & & 0 \\ u_1 & 1 & & & b_1 & b_0 & & \\ a_1 & a_1 & & & b_2 & b_1 & & \\ \vdots & a_2 & \vdots & 1 & \vdots & b_2 & \vdots & b_0 \\ a_{nu} & \vdots & & a_1 & b_{nb} & \vdots & & b_1 \\ & a_{nu} & & a_2 & & b_{nb} & & b_2 \\ & & & \vdots & & & & \vdots \\ 0 & & & a_{nu} & 0 & & & b_{nb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_1' \\ \vdots \\ f_{n'} \\ g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_{n'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 \alpha - a_1 \\ t_2 \alpha^2 - a_2 \\ \vdots \\ t_n \alpha^n - a_n \\ \vdots \\ -a_{nu} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

(15) 式简记为

$$M\omega(\alpha) = L(\alpha) \quad (16)$$

式中 M 完全是由过程模型参数构成的矩阵, 称为 Sylvester 矩阵。模型参数可以通过辨识得到。

$\omega(\alpha)$ 是由控制器参数构成的向量, 它是关于 α 的变量。如果 $L(\alpha)$ 中的极点移动因子已知, 便可以通过显式求解 (16) 式得到全部控制器参数。从而由 (4) 式求出控制量。可以看出, 如果任意固定 $L(\alpha)$ 中的 α 因子, (16) 式便是一个标准的显式极点配置控制方案。而在这里, α 是通过在线寻优得到。

1.2 控制量的计算

控制量 $u(t, \alpha_t)$ 是 t 和移动因子 α 的函数, 将 $u(t, \alpha_t)$ 按 α 的一维泰勒级数展开

$$u(t, \alpha_t) = u(t, \alpha_0) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{K!} \left[\frac{\partial^K u(t, \alpha_t)}{\partial \alpha_t^{K!}} \right]_{\alpha_t = \alpha_0} (\alpha_t - \alpha_0)^K \quad (17)$$

由 (4) 式得

$$u(t, \alpha_t) = H(z^{-1})y(t) + X^r(t)\omega(\alpha_t) \quad (18)$$

式中

$$X^r(t) = [-u(t-1), -u(t-2), \dots, u(t-n_u), -y(t), -y(t-1), \dots, y(t-n_y)]^T$$

它是由当前时刻的输出, 以及以前时刻的输入、输出数据组成的向量。将 (16) 式代入 (18) 式得

$$u(t, \alpha_t) = H(z^{-1})y(t) + X^r(t)M^{-1}L(\alpha_t) \quad (19)$$

(19) 式两端求 K 阶导数得

$$\left[\frac{\partial^{K!} u(t, \alpha_t)}{\partial \alpha_t^{K!}} \right]_{\alpha_t = \alpha_0} = X^r(t)M^{-1} \left[\frac{\partial L^{(K)}(t, \alpha_t)}{\partial \alpha_t^{K!}} \right]_{\alpha_t = \alpha_0} = X^r(t)M^{-1}L^{(K)}(\alpha_0) \quad (20)$$

化简, 令 $\alpha_0 = 0$ 则

$$L^{(K)}(0) = \frac{\partial^{K!}}{\partial \alpha_t^{K!}} [(t_1 \alpha - a_1), (t_2 \alpha^2 - a_2), \dots, (t_n \alpha^n - a_n), \dots, -a_{nu}, \dots, 0]_{\alpha=0} = [0, \dots, 0, K! t_k, 0, \dots, 0]^T \quad K \leq n$$

$$L^{(K)}(0) = [0, \dots, 0]^T \quad K > n$$

定义 K 阶灵敏度常数 S_K 为

$$S_K = \frac{1}{K!} \left[\frac{\partial^K u(t, a_i)}{\partial a_i^K} \right]_{a_i=0} = \frac{1}{K!} X^T(t) M^{-1} L^{(K)}(0) = P_{KtK}$$

式中 P_K 是列向量 $X^T(t)M^{-1}$ 的第 K 个分量。

经过以上变换将(17)式改写为

$$u(t, a_i) = u(t, 0) + \sum_{k=1}^n S_k a_i^k \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} u(t, 0) &= H(z^{-1})y(t) - X^T(t)M^{-1}L(0) \\ L(0) &= [-a_1, -a_2, \dots, -a_n, 0, \dots, 0]^T \end{aligned}$$

1.3 预测模型

假设过程模型噪声项为白噪声,由当前时刻的输出,及以前的输入、输出数据预测 $t+m$ 时刻的输出,设 $m=1$ 有

$$\begin{aligned} y(t+1) &= -[a_1 y(t) + \dots + a_n y(t-n_r) + b_1 u(t) + \dots + b_m u(t-n_r)] + \xi(t+1) = \\ &X^T(t)\beta + b_0 u(t, a_i) + \zeta(t+1) \end{aligned} \quad (22)$$

式中

$$\beta = [-b_1, -b_r, \dots, -b_m, a_1, a_2, \dots, a_n]^T$$

将(21)式代入(22)式有

$$\hat{y}(t+1) = X^T(t)\beta + b_0 [u(t, 0) + \sum_{k=1}^n S_k a_i^k] + \xi(t+1) \quad (23)$$

1.4 性能准则与约束条件

用最小方差控制(MV)的方法,选择目标函数

$$J(t+1, a_i) = \frac{1}{2} E[\hat{y}(t+1/t) - y(t)]^2 \quad (24)$$

将(22)式代入(24)式得:

$$\begin{aligned} J(t+1, a_i) &= \frac{1}{2} E[X^T(t)\beta + b_0 u(t, a_i) - y(t) + \xi(t+1)]^2 = \\ &\frac{1}{2} E\{X^T(t)\beta + b_0 [u(t, 0) + \sum_{k=1}^n S_k a_i^k] - y(t) - \xi(t+1)\}^2 \end{aligned} \quad (25)$$

考虑到 $J(t+1, a_i)$ 中的噪声项与输入、输出变量不相关,在满足工程限制条件下最小化目标函数

$$\begin{aligned} \min J(t+1, a_i) &= \min [X^T(t)\beta - y(t) + b_0 u(t, a_i)]^2 = \\ &\min [X^T(t)\beta + y(t) + b_0 u(t, 0) + b_0 \sum_{k=1}^n S_k a_i^k]^2 \end{aligned} \quad (26)$$

在

$$|\alpha_i| < \frac{1}{\lambda}(1 - \sigma) \quad (27)$$

和

$$u_{\min} \leq u(t, \alpha_i) \leq u_{\max} \quad (28)$$

的约束条件下(见下一节),对(26)式的 u_i 进行寻优,即可求出 α_{opt} ,从而由(21)式得出最佳控制量。(26)、(27)、(28)式组成了极点位置自寻优鲁棒自适应控制算法NPS.

2 约束条件的选择

稳定系统的动态性能,常常被一对靠近单位圆的共轭复数极点所支配.极点反映了系统内部的耦合关系,决定了系统的自主特性.所以为了获得较好的动态性能,希望它的主导极点分布在 z 平面的单位圆右半平面内,且离原点不要太远,与实轴的夹角要适中.NPS算法通过 α 因子的寻优,自动调整闭环系统的特征根(11)式.对初始闭环特征根的选择比PA算法容易,大大减少了试凑极点的工作量.由于控制系统动态品质不仅与根距离原点的远近有关,而且还和根与实轴的夹角的大小有关.NPS算法仅能使根在 z 平面上沿径向移动.因此,在选择闭环极点多项式时,将重点放在根与实轴的夹角,以及各根径向位置的比例关系上.

众所周知,时域中瞬态响应品质好坏,主要由递减比(n)、超调量(σ)、稳定时间(t_s)、振荡频率(ω)、阻尼比(ϵ)等指标来衡量^[3].综合考虑这些性能指标得到图2(a)所示 S 平面中系统性能指标示意图.利用 $z = e^s$,将图2(a)映射到 z 平面上得到图2(b) z 平面中系统性能指标示意图.

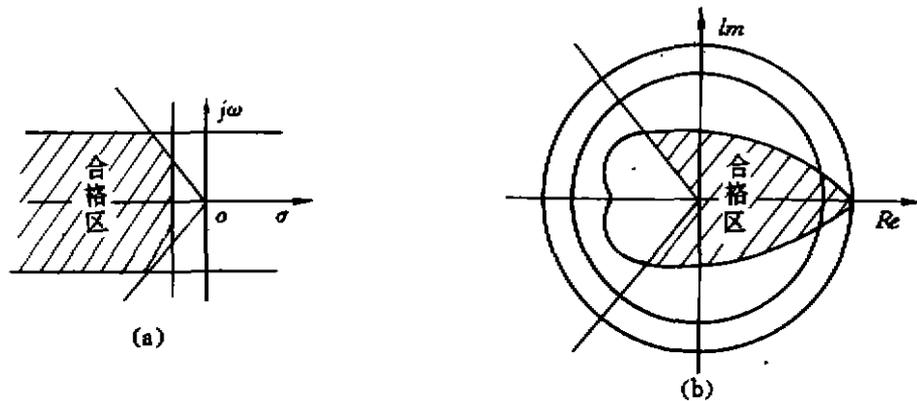


图2 系统性能指标示意图

S 平面中与虚轴平行,且通过 $S = -\omega_n\epsilon_n$ 的直线映射到 z 平面中,变为以坐标原点为圆心,半径为 $r = e^{-\epsilon_n\omega_n T}$ 的同心圆. S 平面中一条等 ω 线映射到 z 平面中变为从原点向外辐射,并与实轴成夹角为 $\omega T' = 2\pi\omega/\omega_n$ 的直线. S 平面中 $\epsilon = \epsilon_n$ 的两条射线,映射到 z 平面中变为图2(b)中的两条对数螺旋线^[4].

因此, α 约束条件的选择,应遵循以下原则:

1) 假设预设定的离原点最远的极点的模为 λ ,根据 z 平面上,所有根都必须位于单位圆内的稳定性条件,有

$$|\alpha| < 1/\lambda$$

2) 由于辨识不可能做到完全精确,系统还有种种突发干扰的影响等,必须为控制系统留有一定的稳定裕量,以保证控制系统能在比较恶劣的情况下,仍能稳定地工作。取稳定裕量为

$$|\alpha| < \frac{1}{\lambda}(1 - \sigma_1) \quad 0 < \sigma_1 < 1$$

3) 从图 2(b) 可以看出, z 平面内,能同时满足稳定时间、递减比、超调量、振荡频率等性能指标的极点位于由两条对数螺旋线和以 $e^{-\sigma_2 T}$ 为半径的圆,所围成的扇形区域。因此,应对 α 进行约束,以保证闭环极点始终位于这个区域内。有

$$|\alpha| < \frac{1}{\lambda}(1 - \sigma_2) \quad 0 < \sigma_2 < 1$$

综合考虑以上三点,对 α 的约束条件为

$$|\alpha| < \frac{1}{\lambda}(1 - \sigma) \quad \text{其中 } \sigma = \max(\sigma_1, \sigma_2)$$

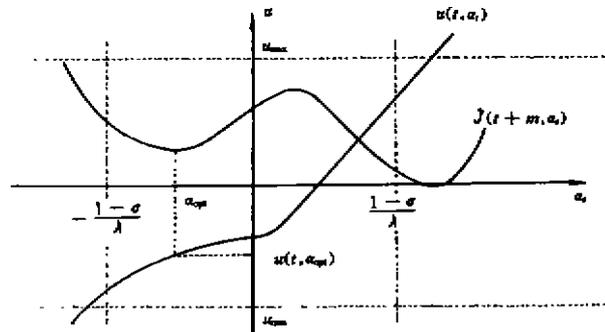


图 3 优化方案

3 移动因子 α 的寻优

由(26)、(27)、(28)三式组成的 NPS 算法,用图形的形式表达出来,如图 3 所示。NPS 控制策略就是在不等式 $|\alpha_i| < \frac{1}{\lambda}(1 - \sigma)$ 和 $u_{\min} \leq u(t, \alpha_i) \leq u_{\max}$ 的约束下,求解 α_{opt} ,使上述性能准则达到最小。这是一个求解 $J(t, \alpha_i)$ 局部最优解的问题。 α_{opt} 保证所有的闭环特征根始终位于 z 平面单位圆内,从而使整个控制系统的稳定性得到保证。

从最优理论得知,要同时在两个不等式的约束条件下直接找到目标函数的 α_{opt} 是很困难的。作者根据 NPS 算法目标函数的特殊形式,用以下方法寻优。

1) 只考虑在 $-\frac{1}{\lambda}(1 - \sigma) < \alpha_i < \frac{1}{\lambda}(1 - \sigma)$ 的约束条件下,找到局部的最优解 α_{opt} 。采用 Brent^[5] 提出的寻优函数极小值点的算法来具体实现。(26) 式实际上是一个关于单变量 α_i 的 n_0 阶多项式的平方函数。可以将 $J(t+1, \alpha_i)$ 中的平方关系等价于绝对值的形式,不会影响 α_{opt} 的最终结果。在进行实际的控制时,很少将闭环控制系统的极点多项式选择以三阶以上。因此,可以利用 $J(t+1, \alpha_i)$ 是 α_i 的至多三阶多项式的绝对值函数的形式,直接求解位于约束条件内的局部最优解 α_{opt} (求解过程从略)。

2) 将 α_{opt} 代入(21)式中,计算出控制量 $u(t, \alpha_i)$,如果 $u(t, \alpha_i)$ 落在 $[u_{\min}, u_{\max}]$ 区间之内,它

所对应的控制量直接用作控制器的输出。如果 $u(t, u_i)$ 落在区间 $[u_{\min}, u_{\max}]$ 之外, 就直接采用 u_{\min} 或 u_{\max} 作为控制量, 以保持系统的稳定性。

为了验证 NPS 算法的优越性, 作者作了大量的仿真研究, 分别与 PA 进行比较均取得了理想的效果, 鉴于篇幅有限, 仿真图形从略。

4 结 论

笔者所研究的极点位置自寻优鲁棒自适应算法是一种复合控制方案, 它采用极点配置 (PA) 的思想来设计控制器结构, 而借助最小方差 (MV) 方案优化目标函数。使得该算法既能保证闭环控制系统的稳定性, 同时又具有控制精度高、响应速度快的特点。由于对闭环极点只需进行粗选, 而且通过引入自优化技术, 使得需要调节的控制器参数大大减少, 这决定了算法在工程上的实用性。约束条件中对稳定裕量作了充分考虑, 从而决定了算法的稳定鲁棒性。按最小方差原则寻优, 决定了算法良好的跟踪性及性能的鲁棒性。

由于 NPS 算法仅能使控制系统的极点在 z 平面上沿径向移动, 在改善控制系统动态品质方面, 还存在一定的局限性。今后应进一步研究控制系统闭环极点能在整个 z 平面上任意移动, 从而使控制系统的动态品质得到更大改善。

参 考 文 献

- 1 Chush A, Ledwich G. Power System Stabilizer Based on Adaptive Control Techniques. IEEE Transactions on Power System, 1984, PAS. 103(8): 1983~1988
- 2 Malik O P, Chen S P. Adaptive Self-optimizing Pole Shifting Control Algorithm. IEEE Transactions on Power System, 1992, 139(5): 429~438
- 3 胡寿松. 自动控制原理. 北京: 国防工业出版社, 1990. 32~46
- 4 王宏燊. 现代控制导论. 北京: 中国石化出版社, 1990. 74~79
- 5 布莱特著, 计九三译. 寻找函数极小值点算法. 见: 计算机数值计算方法. 清华大学出版社, 1987, 321~326

A Robust Adaptive Algorithm for Self-optimizing of Pole Shifting

Zhou Siling Liu Jianbo Yang Jia

(Department of Automation, Chongqing University)

ABSTRACT By applying the minimum variance (MV) optimizing strategy into the conventional pole assignment (PA) scheme, a robust adaptive algorithm for self-optimizing of pole shifting was studied. Thus the algorithm has not only high control precision, quick response, high stability, but also strong robustness. It is a very convenient and fairly fine control algorithm.

KEYWORDS pole assignment; minimum variance; adaptive control