

(14) 73-78

# 基于分形理论的制造决策映射模型建模

孙棣华<sup>①</sup> 刘卫宁<sup>②</sup> 刘飞<sup>③</sup>

①重庆大学自动化系、重庆、400044; ②重庆大学计算机系;  
③重庆大学机械工程一系; 第一作者 35岁、男, 副教授、博士)

TH 166  
TP 11

**摘要** 运用分形理论的基本原理, 分析了制造决策映射模型及其建模中的分形特征, 提出一种基于分形的决策映射模型建模原理。

**关键词** 决策; 模型; 分形; 制造系统  
中国图书资料分类法分类号 TH166; TP11

映射模型

## 0 引言

由于制造系统中各类决策问题的复杂性和多样性, 建立决策映射模型通常是制造决策分析中费时费力的难点, 它既要求对决策问题本身的深刻理解, 又要求比较专门的领域知识和建模技巧<sup>[1,2]</sup>。现在对映射模型的建模研究多是针对某些具体的制造决策问题<sup>[2]</sup>, 缺乏系统化建模技术研究。本文引入分形理论的基本思想, 研究了制造决策映射模型及其建模中的分形特征, 提出一种基于分形的决策映射模型建模原理。

## 1 分形与分维概要

分形是指一类无规则、混乱而复杂, 但其局部与整体有相似性的体系。它包括以下含义<sup>[3,4]</sup>。

- 分形可以是几何图形, 也可以是由“功能”或“信息”架起的数理模型;
- 分形可以同时具有形态、功能和信息三方面的自相似性, 也可以只有其中某一方面的自相似性;
  - 自相似性可以是严格的, 也可以是统计意义上的。严格地讲, 现实中并不存在数学意义的严格分形, 自然界的大多数分形都是统计自相似的;
  - 相似性有层次结构上的差异。数学中的分形具有无限嵌套的层次结构, 而现实中的分形只有有限层次的嵌套, 只有进入到一定的层次结构以后才有分形的规律;
  - 相似性有级别上的差异, 级别最高的是整体, 最低的称为生成元。级别愈接近, 则相似性愈显著。

维数是刻画集合的一个重要量度。当集合为规则集时, 欧几里得维数和拓扑维数一致且

• 收文日期 1997-08-26  
机械制造系统工程国家重点实验室基金资助项目

取整数。对于分形集,这些维数的值可以取分数,一般统称为分形维或分维。

分形的特点由分维来定量描述。对于规则的分形集,分维的一般定义为<sup>[4]</sup>:

$$D_q = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{q \rightarrow q} \frac{1}{q-1} \frac{\ln \sum_{i=1}^n P_i^q}{\ln \varepsilon} \quad q = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, +\infty \quad (1)$$

式中, $P_i$ 为覆盖几率,当用边长为 $\varepsilon$ 的小盒子去覆盖分形结构时, $P_i$ 是分形结构中某点落入小盒子的几率。当 $q$ 取不同值时, $D_q$ 表示不同分维,如 $q = 0, 1, 2$ 时, $D_q$ 分别等于 Hausdorff 分维  $D_H$ , 信息维数  $D_I$  和关联维数  $D_A$ 。当集合为规则集时,这些分维均为整数且与拓扑维数一致。

## 2 制造决策映射模型的建模过程分析

### 2.1 决策映射模型的实质

对一个具体的决策问题,映射模型就是要对任给的决策方案,能够映射出反映相应决策结果的决策性能指标。这里决策方案是决策变量空间的子集,决策指标是决策指标空间的子集,相应地,映射模型也是映射模型空间的子集。所以从本质上讲,决策映射模型表达了从决策变量空间至决策指标的关系。从数学上看就是指满足决策要求的从决策变量论域到决策指标论域的映射集合,而从信息论的观点,这种关系表达了从输入信息到输出信息的转换过程。

### 2.2 决策映射模型建模过程分析

1) 学习过程。从知识工程的观点看,决策映射模型是对决策问题中相应知识的一种表达方式,因此,建立映射模型的过程可以认为是一种获取知识的学习过程。建模者从已有的领域和建模知识,根据决策问题的要求,逐步深化对决策问题的认识,最终将积累的知识表达为要求的映射模型。这种学习过程主要表现为以下三个方面:

- 通过机械式学习扩充与建立映射模型相关的理论和经验知识;
- 通过归纳学习(包括观测学习、示例学习和类比学习)从具体的决策问题中抽象出带本质性的规律和知识;
- 归纳学习与演绎推理相结合,总结出决策映射模型。

2) 交互迭代过程。决策映射模型的建立以对决策问题的理解为基础。通常在建模之初,对决策问题的理解是不够深入的。通过建模过程的知识积累和思考,对决策问题的认识进一步加深,反过来促进了对决策问题的理解。而对决策问题理解的深化,又为映射模型的完善创造了条件。两者之间相互促进,交互迭代的过程表现了建立决策映射模型的由粗至精、由浅入深的进化特征。

3) 决策过程。建立决策映射模型的学习过程和交互迭代过程是循序渐进、逐步进行的,在这一过程之中,又大量存在着决策的问题,如模型类型的选择,建模途径的选择等。因此,建模者在某种意义上也应该是间接的决策者,其决策对映射模型的建立起直接的作用,而对整个决策问题的决策起间接作用。

## 3 制造决策映射模型建模的分形特征

### 3.1 决策映射模型的分形

对某一决策问题,能够满足决策要求的全部映射模型所组成的集合,构成了其映射模型空间。根据分形理论关于分形集合的特征<sup>[3,4]</sup>,它是在信息和功能上的一个广义分形集。

1) 层次性。映射模型空间作为一个整体或系统,从不同的角度去考察,可以对其进行划分。由于人的思维存在层次性,因而对映射模型空间划分的结果亦呈现出层次性。另一方面,即便是从同一角度去考察,由于层次划分方法的多样性和层次性,映射模型空间的划分在不同的划分方法下也可能产生不同的层次结构。映射模型空间的多层次结构还可以从以下几方面来理解:

- 映射模型描述问题的层次性:根据决策问题抽象层次的不同,映射模型所处的层次也不同;

- 映射模型精度的层次性:精度不同的映射模型处于不同的层次上;

- 映射模型复杂性的层次性:在不同的复杂性层次上,映射模型的规模,运算的开销亦表现出层次性;

- 映射模型生成元的层次性:映射模型是由不同层次的生成元构成的,生成元即建模时作为构件使用的基本元素。如解析模型可以由最低层的加、减、乘、除等基本算子生成,也可以由较高层次的初等函数来生成。

2) 自相似性。映射模型空间的整体和局部在映射功能和信息转换上存在着自相似性,也就是说它的整体与局部之间存在着功能和信息上的“同构”,局部在一定程度上体现了整体的基本精神和主要特征。这种自相似性广泛存在于前述各层次的映射模型之间,且层次越相近,这种自相似性就表现得越显著。

3) 递归性。递归性就是结构之中存在着结构。由于映射模型空间的自相似性是在不同的映射功能及信息转换尺度下的近似对称性,即在一定的“无标度区”内,映射模型的映射功能及信息转换在一定程度上不受特征尺度的限制,这就意味着映射模型空间在一定的层次之间存在着某种程度上的递归。

4) 仿射变换不变性。仿射变换是伸缩、平移、旋转等变换的合成。映射模型空间在映射功能和信息转换上的自相似性就是表现在:虽然在局部与整体之间,不同层次之间映射模型存在着差异,但经过映射功能和信息转换上的仿射变换之后,它们不仅相似,而且可以重叠。这就是映射模型空间的仿射变换不变性。

### 3.2 决策映射模型建模过程的分形

前面的分析已经指出,决策映射模型建模的过程是对决策问题的理解与建模知识的积累学习过程之间交互迭代的过程。这种迭代过程如同一个连续的反馈,把得到的“输出”又作为“输入”引入到原问题之中,如果将其分别称作“因”与“果”,则所形成的过程就是:因→果→因→果→…→果。

因而,经过多次反复、逐步深化的映射模型建模过程,也可以看作是一个非线性迭代映射过程。非线性迭代方程的一般形式为  $X_{n+1} = F(X_n, \mu)$ ,描述的是一个非线性动力系统,其中  $\mu$  为控制参数。

研究表明<sup>[5]</sup>,一个非线性动力系统由于控制参数的不同,可以有三种状态:即稳定状态、周期状态和混沌状态。在映射模型的建模过程中,非线性迭代方程的控制参数随建模的水平而变化。当建模水平较低时,建模过程处于稳定状态,经过几次迭代后,建模结果不再变化。

随着建模水平的提高,建模过程进入周期状态,迭代过程出现有规律的循环,只出现几种固定的建模结果。稳定状态和周期状态的建模过程都存在较大的局限性,即经过多次迭代后,建模的结果出现定势,无法再进一步深入。

对于系统简单、建模要求不高的过程,这两种状态可能已可满足要求,但对于系统复杂、建模要求高的过程为了达到最好的建模结果,要求建模过程在映射模型空间中尽可能广的范围内搜索,这只有在建模水平超过一定的阈值,建模过程进入混沌状态后才能达到。此时,迭代过程是在大范围内无周期的复杂行为,映射模型建模过程表现出分形结构其两个主要特征是层次性和自相似性。

- 层次性:多次的建模迭代在不同的层次间进行,每次迭代都使建模的结果进一步深化。

- 自相似性:各迭代层次之间并不是简单的循环,而是在映射功能和信息转换自相似条件下的细化。

#### 4 基于分形的决策映射模型建模原理

综合上述分析,可以将决策映射模型的建模过程作为一种具有自相似性的多层迭代学习与决策过程,针对这一过程中表现出的分形结构特征,提出基于分形的决策映射模型建模原理,其流程框图如图1所示。

这是一个人机交互的启发式学习过程,基本思想是将分形细化与系统集成相结合,通过各粒度层次间的反复迭代,促使映射模型的内涵不断丰富,最终建立起最符合决策问题实际的决策映射模型。其建模的过程可以用如下多元组表示:

$$BM_i = \langle DP, DMM, PR_0 \rangle$$

$$PR_0 = \{PI, GS, FF, MI, BMI\} \text{ 建模过程变换}$$

$DP_i$  = 决策问题内涵, 输入

$DMM_i$  = 已建立的映射模型, 输出

$PI_i$  = 建模识别

$GS_i$  = 模型粒度空间搜索

$FF_i$  = 模型分形元形成

$MI_i$  = 模型综合集成

$BMI_i$  = 中间迭代变量

1) 建模识别。建模识别的基本功能就是根据决策问题的内涵识别对建立映射模型的要求。在识别建模要求的过程中,存在着两种迭代过程,其一是根据对决策问题内涵认识不断深化的学习迭代,其二是根据已有建模结果对决策问题不断提出改进的修正迭代。可将其转换过程用多元组表示为:

$$PI_i = \langle DP, DMM, RF, PR_1 \rangle$$

$$PR_1 = \{PII, PIC\} \text{ 建模识别过程变换}$$

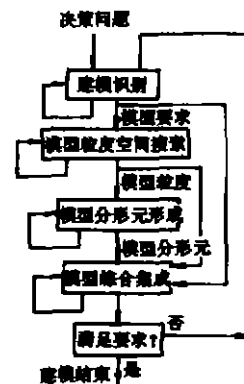


图1 基于分形的决策映射模型建模原理

- DP<sub>1</sub> = 决策问题内涵, 输入
- DMM<sub>1</sub> = 已建立的映射模型, 输入
- RF<sub>1</sub> = 模型要求, 输出
- PII<sub>1</sub> = 建模识别迭代变量
- PIC<sub>1</sub> = 建模识别过程变换的结构

2) 模型粒度空间搜索。任何映射模型均存在于一定的模型层次中, 如果用粒度来刻画不同的层次, 则构成决策映射模型粒度空间的有: 决策问题粒度, 定性/定量粒度, 模型分形元粒度。模型粒度空间的搜索就是要确定映射模型在模型粒度空间的位置, 其过程用多元组表示为:

- GS<sub>1</sub> = <RF, MG, PR<sub>2</sub>>
- MG<sub>1</sub> = {QG, FG, PG} 模型粒度空间
- PR<sub>2</sub><sub>1</sub> = {GS, GSC} 模型粒度搜索变换过程
- RF<sub>1</sub> = 模型要求, 输入
- MG<sub>1</sub> = 模型粒度, 输出
- QG<sub>1</sub> = 定性/定量粒度
- FG<sub>1</sub> = 模型分形元粒度
- PG<sub>1</sub> = 决策问题粒度
- GS<sub>1</sub> = 模型粒度搜索迭代变量
- GSC<sub>1</sub> = 模型粒度搜索变换的结构

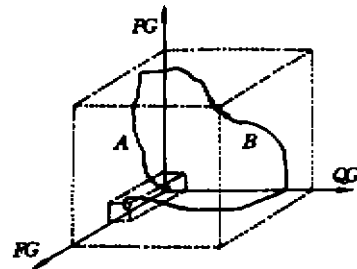


图 2 模型粒度空间搜索

图 2 给出了起始于模型粒度空间参考点(原点)和某一给定初始点搜索的示意图, 搜索路径分别用 A 和 B 表示。这些搜索由多步的基本搜索步组成, 基本搜索步共有 6 种, 它们是:

- PG → QG → FG,      PG → FG → QG,      QG → PG → FG,
- QG → FG → PG,      FG → PG → QG,      FG → QG → PG

3) 模型分形元的形成。形成模型分形元就是要将决策模型的映射功能和信息转换功能进行抽象和细化分解, 寻找在一定粒度下, 构造映射模型的最基本元素。分解细化的过程可描述为:

- FF<sub>1</sub> = <MG, MF, PR<sub>3</sub>>
- PR<sub>3</sub><sub>1</sub> = {FFI, FFC} 模型分形元形成过程
- MG<sub>1</sub> = 模型粒度, 输入
- MF<sub>1</sub> = 模型分形元, 输出
- FFI<sub>1</sub> = 模型分形元分解迭代变量
- FFC<sub>1</sub> = 模型分形元分解变换的结构

细化分解一般有两种方法: 面向功能的分解(FD)和面向对象的分解(OD), 前者从分析模型到设计模型的转换是异态的, 而后者是同态的。

4) 模型的综合集成。模型的综合集成就是由模型分形元按一定的集成变换算子或规则, 最终综合成决策映射模型的过程。这一过程一般是一种逐层综合的递阶网络结构, 如图 3 所示。综合的过程可描述为:

- MI<sub>1</sub> = <RF, MG, MF, DMM, PR<sub>4</sub>>

$PR_k := \{MII, MIC\}$  模型综合集成过程

$RF_k :=$  模型要求, 输入

$MG_k :=$  模型粒度, 输入

$MF_k :=$  模型分形元, 输入

$DMM_k :=$  决策映射模型, 输出

$MII_k :=$  模型综合集成变换迭代变量

$MIC_k :=$  模型综合集成变换结构

一般情况下, 第  $K$  次集成变换算法可表示为矩阵算子,  $MIC_k = [m_{ij}]$ , 其中的元素可以是算子, 也可以是规则集。

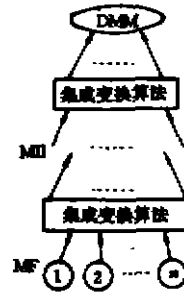


图3 映射模型的综合集成

## 5 结 论

笔者提出了一种不同于常规建模方法的新思路——基于分形结构的建模原理。既应用了分形论关于可以从局部来认识乃至构造整体的思想, 也吸收了系统论从整体洞察全局进而从局部之间的关系揭示整体性能的观点, 为全面地认识和理解建模过程, 形成一种新的决策映射模型建模方法论提供了有益的尝试。对基于分形的映射模型建模技术的研究提出了基本的框架和思路。

## 参 考 文 献

- 1 Little J D C. Tautologies, Models and Theories; Can We Find "Law" of Manufacturing? IIE Transactions, 1992, 24(3): 7~13
- 2 Brandimarte P, Cantamessa M. Methodologies for Designing CIM Systems; a Critique. Computer in Industry, 1995, 25(3): 281~293
- 3 Falconer K. Fractal Geometry; Mathematical Foundations and Applications. John Wiley and Sons, 1990, 1~45
- 4 林鸿溢, 李映雪. 分形论——奇异性探索. 北京: 北京理工大学出版社, 1992. 1~61
- 5 Gleick J. Chaos: Making a New Science. New York: Viking Penguin Inc., 1988, 20~75

# The Modeling of Decision-Making Mapping Models for Manufacturing by the Fractal Theory

Sun Dihua    Liu Weining    Liu Fei

(Department of Automation, Chongqing University)

**ABSTRACT** Based on the fundamental principle of the fractal theory, the fractal characteristics of the decision-making mapping model for manufacturing and its modeling process are discussed. The principle of modeling for decision-making mapping models by the fractal theory is proposed.

**KEYWORDS** decision-making; model; fractal; manufacturing system