

① 双渐开线齿轮最小齿数的研究

98.21(6)

1-6

樊智敏

张光辉

(重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆, 400044; 第一作者 35 岁, 男, 博士生)

TH132.413

摘 要 从端截面出发研究双渐开线齿轮不产生根切的极限齿数, 指出在界点切齿啮合时, 啮合线并不通过刀尖椭圆中心, 进而导出不产生根切的最小齿数计算式, 并把齿顶变尖问题与不产生根切的极限齿数结合在一起进行研究, 展现了双渐开线齿轮的优越性。

关键词 干涉 / 根切; 双渐开线齿轮; 最小齿数

中国图书资料分类法分类号 TH132.416

齿轮传动

0 引 言

近代科学及技术的迅速发展, 对齿轮传动提出了越来越高的要求: 高承载能力、高性能、高可靠性、体积小、重量轻。设计一对齿轮, 不但要计算其轮齿强度, 还要考虑到它们的齿数。在给定中心距的情况下, 采用较小的齿数可获得更可靠的齿轮传动, 但对渐开线齿轮, 当齿数小于一定数值则会产生根切, 增大齿形角或采取正变位会使不产生根切条件下的最小齿数变小, 又将引出齿顶变尖的新问题。张光辉教授提出的分阶式双渐开线齿轮^[1,2], 可采用齿顶、齿根不同压力角及齿顶、齿根不同的切向变位量, 选择合理的齿形参数, 可使不产生根切的极限齿数降低而同时又不出现齿顶变尖, 避免了根切和齿顶变尖同时发生。基于直齿圆柱齿轮的研究, 作者从端截面出发, 对刀尖圆角半径 ρ_f 的双渐开线齿轮齿条型刀具加工齿轮时, 避免根切的最小齿数问题进行研究, 并把避免根切的最小齿数与齿顶变尖问题结合在一起进行讨论。

1 渐开线齿轮的干涉及根切

按照齿轮啮合原理, 对渐开线齿轮传动, 大齿轮与小齿轮的工作齿廓曲线都是渐开线, 但当齿轮齿数较小时, 其基圆通常大于根圆, 而基圆以内无渐开线, 这时基圆到齿顶圆的齿廓曲线为渐开线, 自基圆到根圆这部分齿廓曲线为非渐开线, 实际上是延伸渐开线或延伸渐开线的等距线。若齿轮的齿数愈小, 基圆与根圆间的距离愈大, 则齿廓的非渐开线部分愈长, 于是当啮合传动时, 将形成大齿轮齿顶渐开线部分的齿面与小齿轮齿根一部分非渐开线的齿面相接触, 即齿廓干涉。由此可见, 齿轮的干涉取决于基圆半径的大小, 而基圆半径的大小直接与齿轮的齿数有关。产生齿廓干涉最主要的原因是由于齿轮齿数的多少, 影响了基圆的

• 收文日期 1998-04-08

国家自然科学基金资助项目(批准号: 59775013)

大小以及非渐开线齿面部分的长短。

关于渐开线齿轮最小齿数的研究,人们一直把注意力集中在直齿圆柱齿轮上,其实质是把最小齿数与根切紧密的联系在一起。根切也属于一种齿廓干涉,它是指加工齿轮时,当刀具齿顶线超过啮合线的极限点 N_1 时,齿轮齿廓的根部一段渐开线被切去的现象^[3]。在这种情况下,轮齿受弯曲应力最大的根部将被削弱,同时还切去齿根部分的一段渐开线,以致有可能使齿廓的实际工作部分缩短而减小实际啮合线的长度,因而减小重合度,所以制造齿轮时,应力求避免产生根切现象。渐开线圆柱齿轮避免根切的方法很多,总的来说可分为:1) 增加分度圆压力角,2) 减小齿高系数,3) 移动齿廓,即采用变位的方法。增加分度圆压力角易引起齿顶变尖,减短齿高将使重合度降低,影响传动的平稳性,正变位虽然可减小或消除根切,分度圆上的齿厚虽然加大,但只能抵消一部分齿顶趋向尖锐的趋势,因此采用变位齿廓,小齿轮的齿顶比未变位前的齿顶尖锐,7 齿($\alpha = 15^\circ$) 以及 8 齿($\alpha = 20^\circ$) 是小齿轮齿顶尖锐的极限齿数^[4]。

2 不产生根切的最小齿数

啮合理论的发展,使空间啮合理论中最困难的问题之一——齿面的根切得到了解决。数学上,防止根切问题就是避免在包络齿廓上出现奇异点,被包络齿廓(如刀具齿廓)应当由这个界限点加以限制,除此之外,还必须从被包络齿廓上消除它自身的奇异点。为了从包络齿廓和被包络齿廓上消除奇异点,必须从被包络齿廓的工作段上消除这样一些点,在这些点 $V_A = 0$ ^[5]。

事实上,基圆上渐开线的起始点是齿廓的奇异点,因此,刀具齿廓上的界限点就是与渐开线齿廓上奇异点进入啮合的点。根据渐开线形成原理,基圆以内无渐开线,又基圆半径 $r_b = r \cdot \cos \alpha = m \cdot z \cdot \cos \alpha / 2$,而被切齿轮的模数和压力角均与刀具相同,所以基圆半径的大小,就取决于被切齿轮齿数 Z 的多少, Z 愈小,基圆半径 r_b 就愈小,基圆和公法线的切点 N_1 就愈靠近节点 P (如图 1 所示),刀具齿顶愈容易超过极限点 N_1 ,也就是愈容易发生根切现象。 Z 愈少就愈容易发生根切,为了避免发生根切,则齿数 Z 就不得少于某一最小限度,即所谓的最小齿数或极限齿数。避免齿轮根切,其基本思想是设法使极限齿数之值降低。

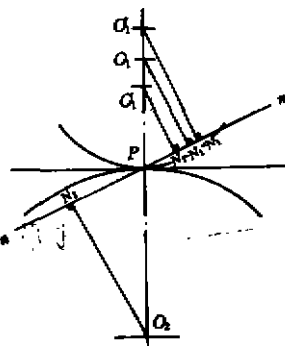


图 1 基圆半径对根切的影响

一般机械原理或机械零件书上,均是采取限制刀具的齿顶线不超过啮合极限点 N_1 的方法,来求渐开线直齿轮不发生根切的最小齿数,如图 2 所示,即使 $PN_1 \geq PB$,而对于渐开线斜齿轮不产生根切的最小齿数不作研究,均是在直齿轮的基础上换算得来。

从基本齿条与齿轮的关系可知,齿轮的端面齿廓是基本齿条端面齿廓在相对运动中的包络曲线,由于双渐开线齿轮必须作成斜齿轮,因此,双渐开线齿轮刀具的端面齿廓与法面

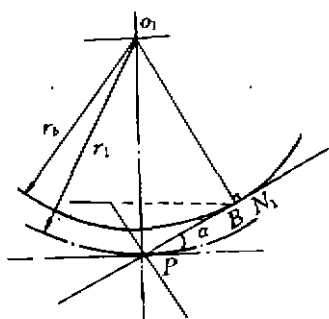


图 2 根切极限点

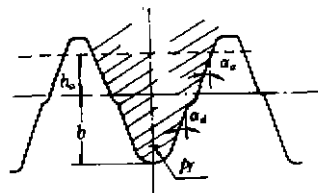


图 3 刀具齿廓

齿廓不同,在法面上,刀具的刀尖为圆弧,而在端面上变成了椭圆弧,齿轮齿根过渡曲线则是这段椭圆弧的包络。

图 3 为分阶式双渐开线齿轮刀具的基本齿廓。刀具和齿轮进行切削啮合时,当处于图 4a 所示界点啮合位置时,刀具刀尖椭圆中心 C 不在啮合线 HB 上,而是偏移了一个水平距离 t ,如图 4b 所示,椭圆的短半轴 $b = \rho_f$,长半轴 $a = b/\cos\beta = \rho_f/\cos\beta$ 。渐开线斜齿啮合,齿轮齿廓在端截面内为渐开线,滚动过程系在端截面内进行,因此研究滚切加工、计算中心距时,起决定作用的是端截面内的啮合形式。

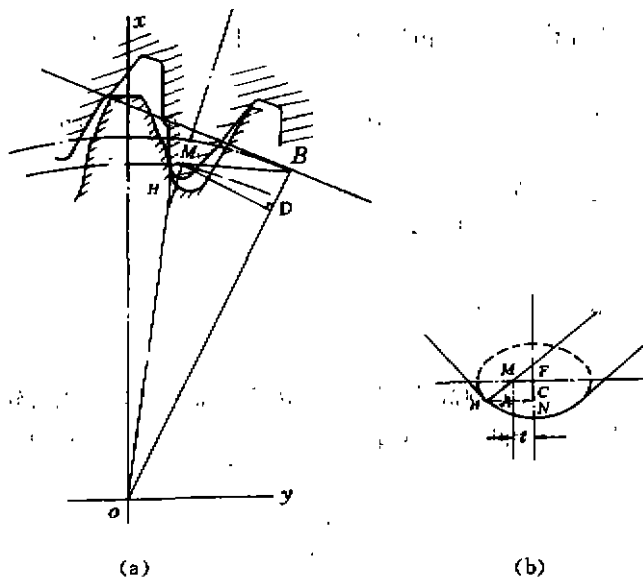


图 4 滚刀与齿轮的切削啮合

当不产生根切时,齿轮齿根的延伸渐开线与齿廓渐开线相切,当切点位于基圆上时,不发生根切的齿轮齿数达到最小,图 4(a) 是一圆齿顶双渐开线齿条刀具加工齿轮时的情形,将滚刀滚齿的过程看成是刀具齿条与齿轮的啮合过程,齿条的节线与齿轮坯的分度圆相切,作纯滚动。下面从端截面推导齿条型刀具加工双渐开线斜齿轮时,不发生根切的最小齿数计算公式,双渐开线齿轮齿条型刀具端面与法面齿形角之间关系:

$$\operatorname{tg} \alpha_d = \operatorname{tg} \alpha_f / \cos \beta$$

式中: α_d ——双渐开线齿轮滚刀齿顶法向齿形角, α_f ——为端面齿形角; β ——齿轮分度圆螺旋角。

由图 4 可见:

$$\operatorname{Rt} \triangle OHB \sim \operatorname{Rt} \triangle MBD \quad (\operatorname{Rt}; \text{Right triangle, 直角三角形})$$

$$\operatorname{Rt} \triangle OHB \text{ 中,} \quad \sin \alpha_d = HB/r \quad (1)$$

$$\begin{aligned} MD \perp OB \quad BD &= b - \rho_f \\ HB &= HM + MB \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Rt} \triangle MBD \text{ 中,} \quad \sin \alpha_d &= BD/MB = (b - \rho_f)/MB \\ MB &= (b - \rho_f)/\sin \alpha_d \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Rt} \triangle MHA \text{ 中,} \quad MA &= \rho_f \sin \alpha_d \\ HM &= (MA)/(\sin \alpha_d) = (\rho_f \sin \alpha_d)/\sin \alpha_d \end{aligned} \quad (4)$$

将(1)、(3)、(4)代入(2)得:

$$r \sin \alpha_d = \frac{b - \rho_f}{\sin \alpha_d} + \frac{\rho_f \sin \alpha_d}{\sin \alpha_d} \quad (5)$$

设齿轮端面模数为 m_t , 法面模数为 m_n , 齿数为 z , 则分度圆半径 $r = m_n z / (2 \cos \beta)$, 代入(5)式整理得:

$$\begin{aligned} Z_{\min} &= \frac{2[b - \rho_f(1 - \sin \alpha_d)]}{\sin^2 \alpha_d \cdot m_t} = \frac{2 \cos \beta [b - \rho_f(1 - \sin \alpha_d)]}{\sin^2 \alpha_d \cdot m_n} \\ &= \frac{2 \cos \beta [b^* - \rho_f^*(1 - \sin \alpha_d)]}{\sin^2 \alpha_d} \end{aligned} \quad (6)$$

式中

$$b^* = \frac{b}{m_n}, \rho_f^* = \frac{\rho_f}{m_n}$$

式(6)表示圆角半径为 ρ_f 、刀顶高为 b 的齿条型刀具加工双渐开线齿轮不产生根切时最小齿数计算式, 该式同样适用于渐开线斜齿轮。对渐开线齿轮, 当刀顶圆角半径为 0 时, $\rho_f = 0, b^* = h_a^*$, 此时

$$Z_{\min} = \frac{2 \cos \beta \cdot h_a^*}{\sin^2 \alpha_d} \quad (7)$$

$$\beta = 0 \text{ 时,} \quad Z_{\min} = \frac{2 h_a^*}{\sin^2 \alpha} \quad (8)$$

3 双渐开线齿轮的齿顶变尖问题

在航空、船舶用齿轮中, 常使用大压力角 ($22.5^\circ, 25^\circ, 28^\circ, 30^\circ$ 等) 或长齿 (如 $h_a^* = 1.1, 1.2$ 等) 齿轮。在航空发动机齿轮的 AGMA 中, 列出了齿形角为 $20^\circ, 22.5^\circ, 25^\circ, 28^\circ$ 时, 确定防止

根切的齿顶高线图,在一些国家有时还使用双模数制,即 m_1/m_2 制,模数 m_1 用于计算分度圆直径, m_2 用于计算齿高。在大压力角或长齿齿轮中,容易出现齿顶变尖,强度不够等问题。

采取确保小齿轮齿数不小于一定限度的办法,可以避免齿轮根切,而少齿数渐开线圆柱齿轮,易产生:1)齿顶变尖,2)重合度不够,3)损伤性根切^[6]等问题。由式(6)、(7)及前述可知,增大分度圆压力角、缩短齿高系数及采取移动齿廓等方法可使极限齿数降低,但又将引起轮齿齿顶变尖、重合度降低等一系列新问题;长齿啮合可使传动平稳、噪音减小,但不产生根切的极限齿数变大,同时当分度圆压力角较大时(如 $h_a^* = 1.2, \alpha \geq 23.5^\circ$),相应的不产生根切的极限齿数齿轮的齿顶厚 $S_a < 0.25m_n$,齿轮齿顶强度将不满足要求。

为了保证齿轮齿顶的强度,要求齿顶应有一定的厚度,一般齿轮取齿顶厚 $S_a^* \geq 0.25m_n$,淬火齿轮取 $S_a^* \geq 0.4m_n$,同普通渐开线齿轮相比,分阶式双渐开线齿轮的齿顶厚要薄一些(当采用一个压力角时),但由于双渐开线齿轮可采用齿顶、齿根不等压力角及齿顶、齿根不同的切向变位量等特点,弥补了渐开线齿轮的不足,双渐开线齿轮齿顶弧齿厚计算式:

$$S_a^* = \frac{(\pi - 4y_a^*)(z + 2h_a^* \cos \beta)}{2x \cos \beta} - \frac{(z + 2h_a^* \cos \beta)(\operatorname{inv} \alpha_a - \operatorname{inv} \alpha_f)}{\cos \beta} \quad (9)$$

式中 y_a^* —— 双渐开线齿轮齿顶切向变位系数

h_a^* —— 齿顶高系数, $S_a^* = S_a/m_n$

例如 $\alpha = 25^\circ, h_a^* = 1.1, \beta = 15^\circ$ 时普通渐开线齿轮不发生根切的极限齿数齿轮齿顶厚 $S_a = 0.30m_n$;而双渐开线齿轮, $h_a^* = 1.1, \alpha_a = 19^\circ, y_a^* = y_f^* = 0.06, \alpha_f = 25^\circ$ 时,不发生根切的极限齿数齿轮齿顶厚 $S_a = 0.412m_n$ 。渐开线、双渐开线齿轮不发生根切的极限齿数 Z_{\min} 及其齿顶厚 S_a 随压力角 α (双渐开线齿轮是指齿根分度圆压力角)、齿高系数 h_a^* 变化曲线如图5、图6所示。(图6中, α_a 表示双渐开线齿轮齿顶分度圆压力角,对双渐开线齿轮 $y_a^* = y_f^* = 0.08$)。

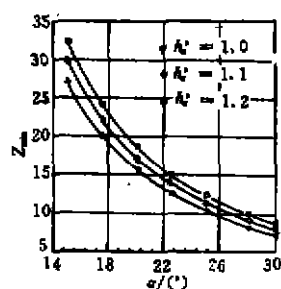


图5 最小齿数与压力角 α 关系($\beta = 15^\circ$)

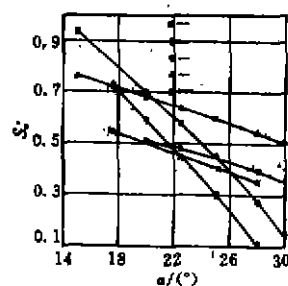


图6 齿顶厚与压力角 α 关系($\beta = 15^\circ$)

4 结 论

1) 从端截面出发,应用啮合理论,由几何关系推导出圆齿顶双渐开线齿轮滚刀加工双

渐开线齿轮时不产生根切的极限齿数计算公式,该式同时也适用于普通渐开线齿轮;

2) 指出在切齿界限点,啮合线并不通过齿条刀尖椭圆中心,而是偏离了一距离 t ;

3) 为了避免齿轮轮齿发生根切,采用大齿形角、大刀具齿顶圆角半径或较短齿高系数的刀具为好;

4) 把不产生根切的极限齿数及其齿顶厚、压力角、齿高系数等结合在一起进行研究,指出:在大压力角或长齿渐开线齿轮齿顶趋于尖锐时,通过选用合适的双渐开线齿轮齿形参数,可同时避免齿根根切和齿顶变尖。

参 考 文 献

- 1 Zhang Guanghui. The Double Involute Gear with Ladder-shaped Teeth. In: J. N. Fawcett, 1994 International Gearing Conference, Newcastle, U. K., BGA transmission technology, 1994. 507~512
- 2 张光辉,许洪斌,龙慧. 分阶式双渐开线齿轮. 机械工程学报, 1995, 31(6): 47~51
- 3 黄锡恺. 机械原理. 北京:人民教育出版社, 1965. 117~119
- 4 蔡初醒. 渐开线齿轮的干涉. 北京:机械工业出版社, 1966. 120~123
- 5 李特文著. 齿轮啮合原理(第二版). 卢贤占译. 上海:上海科学技术出版社, 1984. 138~142
- 6 G. 尼 曼, H. 温特尔著. 机械零件(第二卷). 余梦生译. 北京:机械工业出版社, 1989. 365~367

Research on the Minimum Number of Teeth of Double Involute Gear

Fan Zhimin

Zhang Guanghui

(State Key Lab of Mechanical Transmission, Chongqing University)

ABSTRACT The minimum number of teeth of double involute gear to avoid undercutting is studied in transverse plane. The study is carried out by combining the pointing with the minimum number of teeth to avoid undercutting. In case of longer height coefficient or larger pressure angle than the common involute gear, it is pointed that the undercutting of root of the gear and pointing can be avoided at the same time for the double involute gear.

KEYWORDS interference / undercut; double involute gear; minimum number of teeth

(责任编辑 钟学恒)