

① SMA 伪弹性和形状记忆特性的描述 · 1-125

99, 22(1)
1-6

彭向和 韩勇[☆] 黄尚廉

(重庆大学智能结构研究中心, 重庆, 400044)

TG139.6

摘要 基于混合物理论, 结合 Tanaka 的相变描述, 给出了小变形、初始各向同性和塑性不可压缩条件下形状记忆合金的三维本构方程。对不同温度下形状记忆合金材料的特性进行了描述, 预言了单调及循环加载下的响应和正、反相变行为及其温度影响; 动态相变过程对应力响应的影响, 高温相下的强度增加等。

关键词 形状记忆合金; 伪弹性; 形状记忆效应; 混合物理论; 本构模型

中国图书资料分类法分类号 TG111.5

0 引言

形状记忆合金(SMA)作为一种新型功能材料自20世纪70年代以来得到了迅速的发展并在涉及电子、机械、宇航、运输、建筑、化学、医疗、能源、家电及日常生活用品等众多领域中获得了广泛的应用。SMA最基本的宏观响应特性是在不同温度和应力条件下的伪弹性和形状记忆特性, 它们与涉及到马氏体相变等的SMA的内部组织结构及其变化密切相关。对SMA的本构描述应能从宏观/细观方面描述SMA在不同温度和应力条件下的上述基本特征。

对SMA的本构行为的早期研究多集中于对简单应力状态下材料响应的现象学描述, Achenbach^[1]基于热动力学、形状记忆现象和统计物理学提出了塑性流动本构方程, 将非弹性应变率表示为应力、马氏体体积分数和内变量的函数, 能够定性解释伪弹性和形状记忆效应; Graesser等^[2]根据SMA的伪弹性特征, 在背应力中引进误差函数, 建立了一个相对简单适用的现象学描述, 并推广到三维应力状态^[3]; Tanaka^[4]基于热力学基本定律和约束得到了率形式的本构方程; Liang等^[5]则通过简化将上述率方程积分从而将应力显式地表示为应变、温度和马氏体体积分数的状态函数; Boyd^[6]提出了一种三维本构关系, 将总应变分解为弹性应变、相变应变和温度应变, 其中相变应变的演化与马氏体体积分数的变化密切相关。上述模型简单明了, 可在一定程度上描述SMA的伪弹性和形状记忆特性。随着研究的深入, 人们发现简单的宏观唯象描述难以揭示伪弹性和形状记忆特性的物理本质, 从而开始了对SMA本构行为的细观力学研究。Tanaka等^[4]和 Patoc^[7]从微观角度研究了SMA的本构行为并通过平均方法得到了其宏观描述, 但他们的工作限于应力诱导的相变且难以推广到逆相变与非比例加载过程; Sun and Hwang^[8]引入平均相变应变作为附加内变量参与对相变过

☆ 收文日期 1998-06-29

国家自然科学基金(文号59635140)、教育部和航空科学基金资助, 机械传动国家重点实验室资助
第一作者: 男, 1943年生, 教授, 博士

程中材料微结构改变的描述,较好地解释了SMA在任意非比例加载下的伪弹性和形状记忆特性及其细观机制,但较为复杂,在应用中存在一定的困难。

作者基于混合物理论并考虑到SMA中相的组成及其在不同温度和应力水平下的动态变化,提出了小变形、初始各向同性条件和塑性不可压缩假设下SMA的一种三维本构模型。该本构模型对加载历史没有任何限制,可较好地预言不同温度下SMA材料的基本实验现象。

1 本构模型

SMA是由马氏体和奥氏体组成并动态变化的两相材料,其伪弹性行为实质上是两相各自行为的动态组合。在小变形、初始各向同性和塑性不可压缩的假设条件下,根据混合物理论,SMA的宏观应力可表示为奥氏体相和马氏体相对应力的贡献的总和。

$$s = \bar{s}_A + \bar{s}_M, \quad \sigma_{ik} = (\bar{\sigma}_{ik})_A + (\bar{\sigma}_{ik})_M \quad (1)$$

式中 s 、 \bar{s}_A 和 \bar{s}_M 分别表示宏观偏应力以及奥氏体相和马氏体相对偏应力的贡献, σ_{ik} 、 $(\bar{\sigma}_{ik})_A$ 和 $(\bar{\sigma}_{ik})_M$ 分别表示宏观体积应力以及奥氏体相和马氏体相对体积应力的贡献。实验表明奥氏体相和马氏体相均具有弹塑性特性^[9],但在人们感兴趣的温度与应力范围内,奥氏体相的非线性可不予考虑。设 ξ_A 和 ξ 分别为奥氏体相和马氏体相的体积分数, e 和 T 为宏观偏应变和温度, $q^{(r)}$ ($r = 1, 2, \dots, n$) 为一组内变量,则

$$\bar{s}_A = \bar{s}_A(e, T, \xi_A) \quad (2)$$

$$\bar{s}_M = \bar{s}_M(e, T, q^{(r)}, \xi) \quad (3)$$

$$\xi_A + \xi = 1 \quad (4)$$

以上各式表明各相对宏观应力的贡献不仅与应变和温度史有关,而且与各相的体积分数有关,重要的是各相的体积分数是动态变化的。

采用图1所示的模型^[9]描述SMA中马氏体相对宏观应力响应的贡献。图中弹性元件 E (具有宏观平均弹性模量 \bar{C}_M) 描述系统的宏观弹性性质,塑性阻尼器 \bar{D}_r (其宏观平均塑性阻尼系数为 \bar{a}_r) 用于描述第 r 种耗散机制,弹性元件 \bar{E}_r (具有弹性模量 \bar{C}_r) 与随机的内部微结构相联系,贮存于 \bar{E}_r ($r = 1, 2, \dots, n$) 中的能量对应于贮存在由于晶格缺陷和变形不协调等原因引起的残余微应力场中的能量。 e 、 e^e 和 e^i 分别为偏应变张量及其弹性和非弹性分量, $p^{(r)}$ 和 $Q^{(r)}$ 为第 r 个内变量及其对应的广义力,它们应满足耗散不等式

$$Q^{(r)} : dp^{(r)} \geq 0 \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

从图1可得:

$$\bar{s}_M = \sum_{r=1}^n Q^{(r)} \quad (6)$$

弹性元件 \bar{E}_r 和塑性阻尼器 \bar{D}_r 的响应分别满足

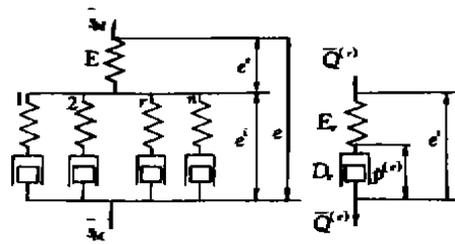


图1 本构模型

$$\bar{Q}^{(n)} = \bar{C}_r(T, \xi)(e^i - p^{(n)}), \quad \bar{Q}^{(n)} = \bar{\alpha}_r(T, \xi) \frac{d p^{(n)}}{d z} \quad (7)$$

$$\text{式中} \quad e^i = e - \frac{\bar{s}_M}{2\bar{G}_M(T, \xi)} \quad (8)$$

T 为温度, ξ 为马氏体相的体积分数, z 为广义时间, 由下式表示^[9]

$$dz = \frac{d\xi}{f(z)}, \quad (d\xi)^2 = de^i : de^i \quad (9)$$

$f(z)$ 为强化函数, 用以描述塑性阻尼器特性的变化。由式(7) 可得

$$d\bar{Q}^{(n)} = \bar{C}_r(T, \xi)de^i + \left(\frac{1}{\bar{C}_r} \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial T} dT + \frac{1}{\bar{C}_r} \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial \xi} d\xi - \alpha_r dz \right) \bar{Q}^{(n)} \quad (10)$$

$$\text{式中} \quad \alpha_r = \frac{\bar{C}_r}{\alpha_r}$$

将式(10) 代入式(6) 的微分形式可得

$$d\bar{s}_M = \sum_{r=1}^n d\bar{Q}^{(r)} = \bar{A}de^i + \bar{B}dz + \bar{C}dT + \bar{D}d\xi \quad (11)$$

式中

$$\bar{A} = \sum_{r=1}^n \bar{C}_r, \quad \bar{B} = - \sum_{r=1}^n \alpha_r \bar{Q}^{(r)}, \quad \bar{C} = \sum_{r=1}^n \frac{1}{\bar{C}_r} \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial T} \bar{Q}^{(r)}, \quad \bar{D} = \sum_{r=1}^n \frac{1}{\bar{C}_r} \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial \xi} \bar{Q}^{(r)} \quad (12)$$

由式(8) 可得弹性响应的微分形式

$$d\bar{s}_M = 2\bar{G}_M(de - de^i) + \frac{\bar{s}_M}{\bar{G}_M} \left(\frac{\partial \bar{G}_M}{\partial T} dT + \frac{\partial \bar{G}_M}{\partial \xi} d\xi \right) \quad (13)$$

为分析简便, 暂不考虑由相变引起的体积变化^[8], 则类似地可得体积应力应变关系

$$(\bar{\sigma}_{ik})_M = 3\bar{K}_M(T, \xi)[\epsilon_{ik} - 3\alpha_M(T)(T - T_0)] \quad (14)$$

其中 T_0 和 T 分别为参考温度和当前温度, \bar{K}_M 和 α_M 分别为宏观平均体积弹性模量和线膨胀系数, ϵ_{ik} 和 $(\bar{\sigma}_{ik})_M$ 分别为宏观体积应变和马氏体相对宏观体积应力的贡献。式(14) 的微分形式为

$$\begin{aligned} (d\bar{\sigma}_{ik})_M &= 3\bar{K}_M(T, \xi)d\epsilon_{ik} + \frac{1}{\bar{K}_M} \frac{\partial \bar{K}_M}{\partial \xi} (\bar{\sigma}_{ik})_M d\xi + \\ &\left[\frac{1}{\bar{K}_M} \frac{\partial \bar{K}_M}{\partial T} (\bar{\sigma}_{ik})_M - 9 \frac{d\alpha_M}{dT} \bar{K}_M(T - T_0) - 9\alpha_M(T) \bar{K}_M \right] dT \end{aligned} \quad (15)$$

在无应力状态下, SMA 中相变及各相体积分数取决于温度。外部应力的作用可导致马氏体的相变温度的上升, Tanaka^[4] 由此提出了如下马氏体体积分数同温度和应力间的关系

$$\xi = \begin{cases} 1 - \exp[-A_m \langle M_s + B_m \sigma_e - T \rangle] & A \rightarrow M \\ \exp[-A_a \langle T - (A_s + B_a \sigma_e) \rangle] & M \rightarrow A \end{cases} \quad (16)$$

$$\text{式中} \quad \langle A \rangle = \begin{cases} A & \text{如果 } A > 0 \\ 0 & \text{如果 } A \leq 0 \end{cases} \quad (17)$$

M_s 和 A_s 分别为马氏体相变和奥氏体相变开始温度; A_m 、 B_m 、 A_a 和 B_a 分别为与相变温度有关的材料常数; σ_e 为由下式定义的等效应力

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} s : s} \quad (18)$$

2 对 SMA 伪弹性与形状记忆特性的描述

利用所发展的本构方程,对 SMA 材料在不同温度下的单调和循环应变加载过程中的伪弹性和形状记忆特性进行了描述。为简单起见,假设在所关心的温度与应力范围内奥氏体相的响应是线弹性的,则式(2)可表示为

$$\begin{aligned}\bar{s}_A(e, T, \xi_A) &= \xi_A s_A(e, T) = 2(1 - \xi) G_A(T) e \\ (\bar{\sigma}_{tk})_A &= 3 \xi_A \bar{K}_A \epsilon_{tk} = 3(1 - \xi) K_A \epsilon_{tk} = (1 - \xi) (\sigma_{tk})_A\end{aligned}\quad (19)$$

式中 s_A 和 $(\sigma_{tk})_A$ 分别为奥氏体相中的偏应力和体积应力, G_A 和 K_A 分别为奥氏体相的弹性剪切模量和体积弹性模量;对马氏体相的弹塑性分析涉及到的有关参数亦取为

$$\begin{aligned}\bar{C}_r(T, \xi) &= \xi C_r(T), \quad \bar{\alpha}_r(T, \xi) = \xi \alpha_r(T) \\ \bar{C}_M(T, \xi) &= \xi C_M(T), \quad \bar{K}_M(T, \xi) = \xi K_M(T)\end{aligned}\quad (20)$$

由此可得

$$\bar{s}_M = \xi s_M, \quad (\bar{\sigma}_{tk})_M = \xi (\sigma_{tk})_M \quad (21)$$

式中 s_M 和 $(\sigma_{tk})_M$ 分别为马氏体相中的偏应力和体积应力, C_M 和 K_M 分别为马氏体相的弹性剪切模量和体积弹性模量;将式(19)和(21)代入式(1)即得计算宏观应力的线性合成式:

$$s = \xi s_M + (1 - \xi) s_A, \quad \sigma_{tk} = \xi (\sigma_{tk})_M + (1 - \xi) (\sigma_{tk})_A \quad (22)$$

在给定温度和应变史的加载过程中,联立式(11)和(13)可得

$$(\bar{A} + 2\bar{G}_M) d e' = - \bar{B} d z + d \bar{\Psi} \quad (23)$$

$$\text{式中} \quad d \bar{\Psi} = 2 \bar{G}_M d e - \left(\bar{C} - \frac{\bar{s}}{\bar{G}_M} \frac{\partial \bar{G}_M}{\partial T} \right) d T - \left(\bar{D} - \frac{\bar{s}}{\bar{G}_M} \frac{\partial \bar{G}_M}{\partial \xi} \right) d \xi \quad (24)$$

将式(23)两边自乘并利用式(9)可得

$$[\bar{B} : \bar{B} - (\bar{A} + 2\bar{G}_M)^2 f] d z^2 - 2 \bar{B} : \delta \bar{\Psi} d z + \delta \bar{\Psi} : \delta \bar{\Psi} = 0 \quad (25)$$

给定应变和温度增量,由式(25)可解得 $d z$, 将其代入式(23)可得 $d e'$, 进而由式(11)求得 $d \bar{s}_M$ 后得到马氏体相对 SMA 宏观应力的贡献 \bar{s}_M 。奥氏体相对 SMA 宏观应力的贡献 \bar{s}_A 易由式(19)计算,于是利用式(1)可求得 SMA 的宏观应力。

在以下的各算例中,我们进一步假设加载过程中温度保持不变,且在各算例涉及到的温度范围内温度对各材料参数的影响忽略不计;取 $n = 3$ 即可保证在工程实际问题的分析中具有足够的精度;同时取 $f(z) = 1$ 以使计算过程简化并易于分析模型的预言能力及影响因素。各材料常数取值如下: $G_M = G_A = 1500$ MPa; $\nu_M = \nu_A = 0.28$; C_1, C_2, C_3 分别为 185, 1.8, 0.41 GPa; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 分别为 30 000, 840, 65; M_s, A_s 分别为 331, 345 K; A_m, B_s, A_m, B_m 分别为 0.45, 3.2, 0.25, 4.7。

图 2 为形状记忆合金 Au-47.5at% Cd 在 26°C (即 A_s) 下经历幅值增加的拉压应变循环时的应力应变关系。它具有弹塑性滞后回线的特征。分析可知在此温度下材料已基本由纯马氏体相构成,在以后的加载过程中,由于工作温度始终未超过实际的奥氏体转变开始温度 $A_s + B_s \sigma_s$, 没有奥氏体相变发生。故图 2 实际上是马氏体相的响应特性曲线,表现了形状记忆合金低温相的铁弹性特征。

图 3 和图 4 分别为 Au-47.5at% Cd 材料在 84°C 和 93°C 下的应力应变曲线,在卸载中发生奥氏体相变,具有伪弹性和形状记忆特征。可以看出,随着温度的升高,发生马氏体相变

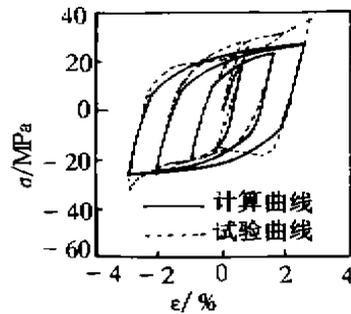


图2 Au-47.5at.% Cd在26℃下拉压应变作用下的铁弹性行为

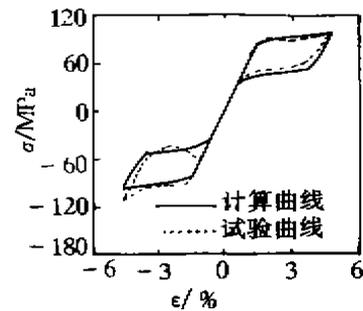


图3 Au-47.5at.% Cd在84℃下拉压应变作用下的伪弹性行为

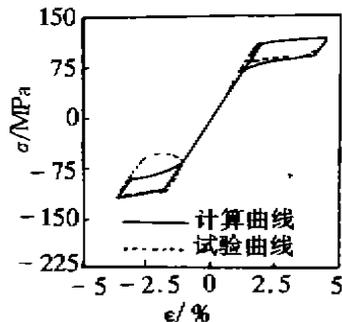


图4 Au-47.5at.% Cd在93℃下拉压应变作用下的伪弹性行为

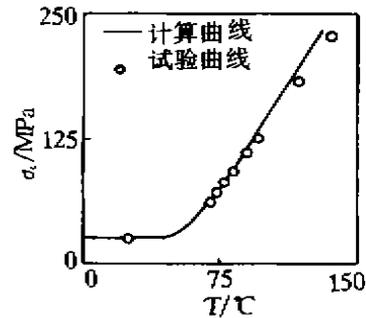


图5 Au-47.5at.% Cd的临界应力随温度的变化

的临界应力提高,卸载过程中奥氏体相变开始时应力亦较高,反向相变趋于充分。温度较高时滞后环面积较小。可以推测,当温度足够高以至于应力不能诱发马氏体相变时,SMA材料将由纯奥氏体相构成,这时材料的响应将取决于奥氏体相的响应特性。

图5为临界应力随温度的变化,当温度较低时,应力幅值基本保持不变,根据前面的讨论可知温度较低时形状记忆合金材料主要由马氏体相构成,材料特性由马氏体相的特性决定,如果合理地假设马氏体相的弹塑性特性随温度的变化^[8],则不难预言较低温度下应力幅值随温度的增加而减少,从而得到与实验现象更为一致的结果。随着温度的升高,发生马氏体相变的临界应力提高,奥氏体相对SMA材料宏观应力的贡献增加,这导致了宏观应力幅值的增加。

图2~5同时给出了相同条件下的试验结果^[10],比较表明笔者发展的模型能够较好地描述形状记忆合金的铁弹性、伪弹性和形状记忆效应等主要特征。

3 结论与讨论

根据对SMA材料的响应特性与相结构变化间的分析,基于混合物理论提出了一种三维本构模型。模型假设奥氏体相具有线弹性特性而马氏体相具有弹塑性特性,两者的动态组合构成了SMA的宏观响应特性。对SMA材料在简单拉伸和拉压循环应变作用下的响应进行了分析,结果表明所提出的模型能够描述SMA材料的包含应力诱发的正/反相变、塑性变形及其回复、铁弹性、伪弹性和形状记忆效应以及高温相的强度增加等特点。

参 考 文 献

- 1 Achenbach M, Atanackovic T, Müller I. A model for memory alloys in plane strains, *Int. J Solids Struct*, 1986, 22 (2): 171~193
- 2 Graesser E J, Gozzarelli F A. Shape-memory alloys as new materials for a seismic isolation, *J Engng Mech*, 1991, 117(11): 2590~2608
- 3 Graesser E J, Gozzarelli F A. A proposed three-dimensional constitutive model for shape memory alloys, *J Intell Mater Syst and Struct*, 1994, 5: 78~89
- 4 Tanaka K, Kobayashi S, Sato Y. Thermomechanics of transformation pseudoelasticity and shape memory effect in alloys, *Int J Plasticity*, 1986, 2: 59~72
- 5 Liang C, Rogers C A. One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials, *J Intell Mater Syst and Struct*, 1990, 1: 207~234
- 6 Boyd J G. Thermomechanical response of shape memory composites, *J Intell Mater Syst and Struct*, 1994, 5: 333~346
- 7 Paton E, Eberhardt A, Berveiller M. Thermomechanical behavior of shape memory alloys, 1988, *Arch Mech*, 40: 775~794
- 8 Sun Q P, Hwang K C. Micromechanics modeling for the constitutive behavior of polycrystalline shape memory alloys, *J Mech Phys Solids*, 1993, 41(1): 1~33
- 9 Fan J, Peng X. A physically based constitutive description for non-proportional cyclic plasticity, *J Engng Mat Tech*, 1991, 113: 254~262
- 10 Nakanishi, N Mori, T Miura S Murakami Y and Kachi S. Pseudoelasticity in Au-Cd thermoelastic martensite, *Phil Mag*, 1973, 28: 277~292

A Description for Pseudoelasticity and Shape Memory Effect of SMA

Peng Xianghe Han Yong Huang Shanglian
(Research Centre of Intelligent Structures, Chongqing University)

ABSTRACT Pseudoelasticity and shape memory effect(SME) are the most fundamental properties of shape memory alloys (SMAs), which can be attributed to the combination of the individual property of each phase of SMAs that are dynamically composed of austenite and martensite. Based on the theory of mixture, a constitutive model is proposed, in which, the behavior of austenite is further assumed to be linear elastic while that of martensite elastoplastic. The behavior of SMA under different temperature is described and compared with experimental observation. Compared with the existing model, the proposed model is simple, physically distinct and can easily be applied in practical engineering problems.

KEYWORDS shape memory alloy; pseudoelasticity; shape memory effect; theory of mixture; constitutive model

(责任编辑 钟学恒)