

①  
88-94

# 雷电放电空间的电磁场计算

TM862

陈先禄<sup>1</sup> 黄勇<sup>1</sup> 刘渝根<sup>1</sup> 刘伟<sup>1</sup> 刘坤<sup>2</sup>

TM153.1

(1重庆大学电气工程学院, 重庆, 400044; 2四川绵阳供电局)

**摘要** 研究了计算雷电放电空间电磁场的数学模型和计算方法, 根据此方法计算雷电放电空间的电磁场分布, 其计算结果与有关文献的结果和模拟试验的结果一致, 可供计算机等电子设备的抗干扰设计参考。

**关键词** 电磁场; 计算; 雷电放电空间

中国图书资料分类法分类号 TM86

电力系统

## 0 引言

电力系统中常常因雷击使计算机等二次设备遭到破坏。为了分析雷击对二次设备的危害, 对于直接雷击, 通常把雷电波等值为斜角波或阶跃波电流源, 通过电路分析的方法用 EMIP、CAMP 等软件来计算二次设备上的干扰电势。对于间接雷击, 文献[1]提出将这种问题转化为电路问题求解, 但这种方法需要知道干扰源同设备之间的互感, 而且干扰源的频率为低频时才适用。由于很难确定干扰源与设备间的互感, 且雷电波的等值频率较高, 用该方法来研究间接雷击对二次设备的干扰问题将十分困难。

近年来, 随着高速、大容量电子计算机的发展, 电磁场数值分析方法在工程中的应用也越来越广泛。它不仅能解决传统的线性时变场问题, 也能处理非线性瞬态场的问题, 而且位函数与场强的计算精度也有很大的提高。笔者拟采用数值计算方法求解雷电放电在二次设备上产生的电场强度和磁感应强度, 为工程设计提高参考。

## 1 理论分析

为简化分析, 将雷电放电过程作如下简化: 1) 放电不连续, 即仅考虑单次放电过程; 2) 将放电通道简化为一直线, 不考虑放电分支通道的影响; 3) 放电过程假定由零时刻开始, 不考虑初始放电过程; 4) 假定放电电流的波形在放电通道内传播不发生变形。按上述假定之后, 雷电放电通道可以用一长载流导线来等效。雷电流对计算机设备的影响, 可以通过求解该载流导线上的时变电流在空间任意点引起的电磁场来考虑。

对于线性、各向同性、定常的单一媒质, 麦克斯韦方程组可以写为<sup>[2]</sup>:

$$\nabla \cdot \epsilon \mathbf{E} = \rho; \nabla \cdot \mu \mathbf{H} = 0; \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mu \mathbf{H}}{\partial t}; \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \epsilon \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1)$$

式中  $\epsilon$  为媒质的介电常数;  $\mu$  为磁导率;  $\mathbf{J}$  为电流密度;  $\rho$  为电荷密度。

\* 收文日期 1997-05-12

第一作者: 男, 1945年生, 教授

如图 1 所示,对于给定辐射源求解式(1)时,通常采用标量电位  $\varphi$  和矢量磁位  $\mathbf{A}$  代替电场强度  $\mathbf{E}$  和磁场强度  $\mathbf{H}$  作为求解未知量。对于  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$ , 可以通过下面的公式确定:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \tag{2}$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu}\nabla\times\mathbf{A} \tag{3}$$

由文献[2]可知,此时时变场的一般解为:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}_s, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{J\left(\mathbf{r}'_s, t - \frac{|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}'_s|}{c}\right)}{|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}'_s|} dV' \tag{4}$$

$$\varphi(\mathbf{r}_s, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho\left(\mathbf{r}'_s, t - \frac{|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}'_s|}{c}\right)}{|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}'_s|} dV' \tag{5}$$

式中:  $c = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$  为波的传播速度。在空气介质中,波速等于光速,即  $3 \times 10^8$  m/s;  $\mathbf{r}_s$  和  $\mathbf{r}'_s$ , 如图 1 所示。

对于给定电流大小的辐射体,根据式(2)和(3)可以求出任意点的电场强度和磁场强度。如图 2 所示,在球坐标系中,当电流单元  $dl \ll \lambda, dl \ll r$ , 流过的电流为  $I$  时,产生的场有三个分量  $E_\theta, E_r$  和  $H_\phi$ , 分别由式(6)、(7)和(8)给出。

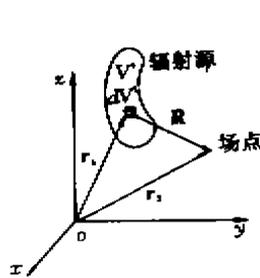
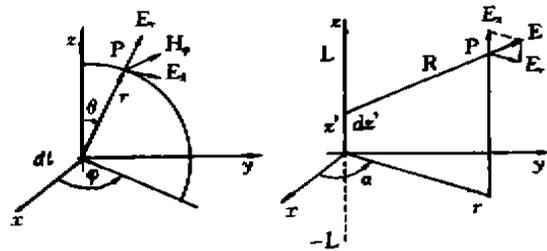


图 1 求解示意图



(a) 球坐标系 (b) 柱坐标系  
图 2 计算电磁场量示意图

$$E_{\theta*} = \frac{IdL\beta^3}{4\pi\omega\epsilon_0} \left[ \frac{-1}{j(\beta r)} + \frac{1}{(\beta r)^2} + \frac{1}{j(\beta r)^3} \right] \sin\theta \tag{6}$$

$$E_{r*} = \frac{IdL\beta^3}{2\pi\omega\epsilon_0} \left[ \frac{1}{(\beta r)^2} + \frac{1}{j(\beta r)^3} \right] \cos\theta \tag{7}$$

$$H_{\phi*} = \frac{IdL\beta^3}{4\pi} \left[ \frac{-1}{j(\beta r)} + \frac{1}{(\beta r)^2} \right] \sin\theta \tag{8}$$

应该注意到,场点  $P$  必须是处于自由空间中,而不是靠近金属表面或者靠近磁(电)介质或者处于磁(电)介质中。对于线状辐射源,它具有轴对称性,因此可以采用柱坐标系进行

分析,图2(b)为柱坐标系中一长为 $L$ ( $L$ 为考虑镜像作用后的等效电流)的长载流导线,根据柱坐标系与球坐标系之间的关系可以得到它在空间任意点的电磁场为:

$$E_r = \frac{3I\beta r}{4\pi\omega\epsilon_0} \int_{-L}^L \frac{(z-z')}{[r^2+(z-z')^2]} dz' = \frac{3I\beta r}{8\pi\omega\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r^2+(L-z)^2} - \frac{1}{r^2+(L+z)^2} \right] \quad (9)$$

$$E_z = \frac{I\beta}{4\pi\omega\epsilon_0} \int_{-L}^L \frac{2(z-z')^2-r^2}{[r^2+(z-z')^2]^2} dz' = \frac{I\beta}{4\pi\omega\epsilon_0} \left( 2 + \frac{1}{2r^2} \right) \left[ \frac{(L-z)}{r^2+(L-z)^2} + \frac{(L+z)}{r^2+(L+z)^2} \right] \quad (10)$$

$$H_\theta = \frac{I}{4\pi r} \int_{-L}^L \frac{1}{[r^2+(z-z')^2]^{3/2}} dz' = \frac{I}{4\pi r} \left[ \frac{(L+z)}{\sqrt{r^2+(L+z)^2}} + \frac{(L-z)}{\sqrt{r^2+(L-z)^2}} \right] \quad (11)$$

以上各式中, $\omega$ ——角频率, $\omega = 2\pi f$ , $f$ 为电流频率(Hz); $\beta$ ——相位常数, $\beta = 2\pi/\lambda$ ;  $\epsilon_0$ ——自由空间介电常数, $\epsilon_0 = 1/36\pi \times 10^9$  (F/m)。

根据以上的理论和方法,编写了计算雷闪电放电空间的电磁场的计算软件 CAMP。

## 2 雷电波形的傅里叶级数展开

从上面的分析可知,求解空间任意点的电磁场量是建立在激励源是正弦流的基础上。而雷电波是非正弦波,需要对雷电波进行分解,变为标准的正弦波。标准傅里叶级数展开要求函数为周期函数,而雷电波 $i(t)$ 为非周期的脉冲波形。为了满足展开条件,就必须对它的波形进行周期延拓。假定函数 $i(t)$ 定义在区间 $[0, t_f]$ 上,并在此区间上满足狄里赫利条件,则可以将它展开为正弦级数,由文献[3]可知各项展开系数为:

$$a_0 = 0; \quad b_n = \int_0^{t_f} i(t) \sin \frac{n\pi t}{t_f} dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (12)$$

若取雷电波幅值 $I_m = 200$  kA,  $t_f = 1.2$   $\mu$ s,  $t_r = 50$   $\mu$ s, 波形为等值斜角波,即

$$i(t) = \begin{cases} I_m \frac{t}{t_f} & 0 \leq t < t_f \\ I_m \left( 1 - 0.5 \frac{t - t_f}{t_r - t_f} \right) & t_f < t \leq t_r \end{cases} \quad (13)$$

表1 雷电波傅里叶展开项系数 kA

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	11	12	13	
$I_m$	192.56	32.50	63.95	15.95	38.03	10.28	26.79	7.32	20.45	5.46	16.33	4.16	13.43
%	96.28	16.25	31.98	7.98	19.02	5.14	13.40	3.66	10.22	2.73	8.17	2.08	6.71
序号	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$I_m$	3.17	11.25	2.39	9.54	1.75	8.17	1.21	7.03	0.75	6.08	0.36	5.28	0.02
%	1.58	5.62	1.19	4.77	0.87	4.08	0.61	3.52	0.38	3.04	0.18	2.64	0.01
序号	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	
$I_m$	4.58	-0.28	3.98	-0.53	3.46	-0.75	3.01	-0.94	2.62	-1.09	2.28	-1.22	
%	2.29	0.14	1.99	0.27	1.73	0.38	1.51	0.47	1.31	0.55	1.14	0.62	

按正弦波展开后得到的傅里叶系数如表 1 所示。表中序号、 $I_m$  为各次谐波的序数、幅值、百分比 (%) 为各次谐波幅值的绝对值占雷电波幅值的百分比。基波的角频率  $\omega_1 = 2\pi/100 \cdot 10^{-6}$  rad/s。谐波角频率为  $n\omega_1$ ，式中  $n$  为各谐波的次数。展开进行到谐波幅值为雷电波幅值的 1% 后停止。傅氏展开后的电流表达式为：

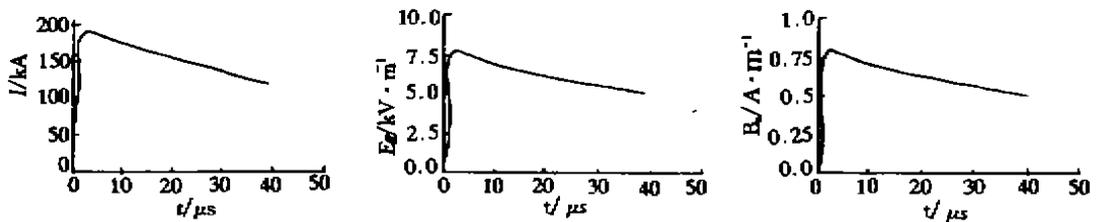
$$i(t) = \sum_{i=1}^n I_i \sin i\omega_1 t = I_1 \sin \omega_1 t + I_2 \sin 2\omega_1 t + 3 I_3 \sin 3\omega_1 t + \dots \quad (14)$$

### 3 电磁场计算

为便于同文献[2]、[4]的结果进行比较，取地面上的点为计算场点，即有  $z = 0$ 。考虑镜像电流的作用， $E_z = 0$ ，电磁场量仅有  $E_x$  和  $B_x$  分量。计算结果如表 2 所示，表中场点为  $(r, z) = (10, 0)$ ，表中的序号与表 1 中电流的序号相对应。雷电波形和计算得到的电场强度、磁感应强度的波形分别如图 3(a)、(b) 和 (c) 所示。

$$B_x = \mu_0 H_x \quad (15)$$

式中  $\mu_0$  为真空中的介电常数。



(a) 雷电波波形图

(b) 电场强度波形图

(c) 磁感应强度波形图

图 3 雷电波和计算得到的波形图

表 2 电场强度  $E_x$  和磁感应强度  $B_x$

序 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$E_x/\text{kV} \cdot \text{m}^{-1}$	7.72	1.30	2.56	3.19	1.52	2.05	1.07	0.29	0.82	0.2	0.66	0.17	0.54
$10^4 B_x/\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$	38.51	6.50	12.80	0.64	7.51	0.41	5.36	1.46	4.09	1.09	3.27	0.83	2.69
序 号	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$E_x/\text{kV} \cdot \text{m}^{-1}$	0.13	0.45	0.10	0.38	0.07	0.33	0.05	0.28	0.03	0.24	0.01	0.21	0.001
$10^4 B_x/\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$	0.63	2.25	0.48	1.91	0.35	1.63	0.24	1.41	0.15	1.22	0.07	1.05	0.004
序 号	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
$E_x/\text{kV} \cdot \text{m}^{-1}$	0.18	-0.01	0.16	-0.02	0.14	-0.03	0.12	-0.04	0.11	-0.04	0.09	-0.05	0.08
$10^4 B_x/\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$	0.92	-0.06	0.80	-0.11	0.69	-0.15	0.60	-0.19	0.52	-0.22	0.46	-0.24	0.40

空间任意点的电磁场量由下两式计算：

$$E_x = \sum_{i=1}^n E_{xi} \sin i\omega_1 t = E_{x1} \sin \omega_1 t + E_{x2} \sin 2\omega_1 t + E_{x3} \sin 3\omega_1 t + \dots \quad (16)$$

$$E_x = \sum_{i=1}^n B_{\omega_i} \sin i\omega_1 t = B_{\omega_1} \sin \omega_1 t + B_{2\omega_1} \sin 2\omega_1 t + B_{3\omega_1} \sin 3\omega_1 t + \dots \quad (17)$$

假定文献采用方法的计算结果为  $X_0$ , 笔者计算结果为  $X$ , 相对误差  $e_r$  的计算公式为:

$$e_r = |x_0 - x| / x_0 \times 100\% \quad (18)$$

分别采用文献[2]、[4]和笔者提供的计算方法, 计算在(5, 0)、(10, 0)、(15, 0)、(20, 0)、(30, 0)、(50, 0)、(100, 0)、(500, 0)、(10000, 0)等点  $t = t_r$  时的  $E_x$  和  $B_0$  值, 并将计算结果列于表3和表4中。

由于文献[1]的方法是把雷电流等效为静电电荷进行计算的, 文献[5]的方法是将雷电流等效为运动电荷进行计算的, 本文的方法则是将雷电流等效为变化的电流波计算的, 所以本文结果与文献[1]的结果误差较大, 与文献[5]的结果误差较小。

表3 本文计算的  $E_x$  值与文献[2][4]方法的结果比较  $\text{kV} \cdot \text{m}^{-1}$

场点与落点距离 $r/\text{m}$	文献[2]方法	文献[4]方法	本文方法	本文与文献[2]方法的误差 %	本文与文献[4]方法的误差 %
5.0	6.778	6.63	6.794 4	2.15	2.55
10.0	6.698	6.62	6.803 9	1.58	2.78
15.0	6.513	6.31	6.794 4	4.40	7.67
20.0	6.124	6.03	6.790 9	10.88	12.60
30.0	6.034	5.89	6.788 2	9.89	15.30
50.0	5.893	5.56	6.785 8	9.40	14.41
100.0	5.345	5.02	5.799 6	8.51	15.53
500.0	4.058	3.98	4.603 9	9.67	15.67
10 000.0	0.520	0.48	0.560 4	7.69	16.67

表4 本文计算的  $B_0$  值与文献[2][4]方法的结果比较  $10^{-4} \text{Wb} \cdot \text{m}^{-2}$

场点与落点距离 $r/\text{m}$	文献[2]方法	文献[4]方法	本文方法	本文与文献[2]方法的误差 %	本文与文献[4]方法的误差 %
5.0	65.678	60.53	67.869 8	7.34	12.13
10.0	29.586	25.56	33.934 8	9.69	32.36
15.0	20.231	16.25	22.623.0	12.03	29.20
20.0	15.231	14.56	16.967 1	8.75	14.23
30.0	10.987	9.325	11.311 1	8.59	11.32
50.0	6.079	5.325	6.786 1	9.23	17.35
100.0	3.021	2.13	3.391 6	7.32	23.57
500.0	0.619.7	0.55	0.669 5	8.12	31.57
10 000.0	0.008 89	0.007 1	0.009 8	9.74	32.97

根据分析, 当设备表面的电场强度大于  $1.15 \text{ kV/m}$  时, 设备就会受到影响。而计算得到的电场强度的瞬时值达到了  $6.80 \text{ kV/m}$ , 如果不采取相应的保护措施, 设备就会损坏。

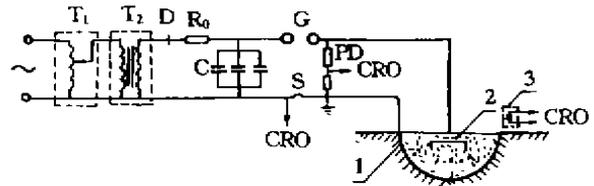
雷闪电对设备的辐射功率可以通过下式计算<sup>[3]</sup>:

$$P_{rad} = \epsilon_0 E^2 \tag{19}$$

式中  $P_{rad}$ ——辐射功率(W);  $E$ ——设备所在处的电场强度(V/m). 它也可以用来分析设备是否会被雷闪电放电时的辐射功率的热效应损坏.

#### 4 雷电放电电磁场模拟试验

如图 4 所示, 冲击电流发生器产生的冲击电流经过模拟雷电放电通道的长度为 4.31 m 的直导线注入埋在砂池中的接地体, 经集电极与冲击电流发生器构成回路. 用分流器 S 和高压示波器 CRO 测量冲击电流的幅值和波形. 由于测试条件的限制, 仅采用经典的测量方法来测量某点的电磁场, 即用平板电容器和 CRO 测量并计算某一点的电场强度, 用空心线圈和 CRO 测量并计算某一点的磁场强度. 为了尽量减小电极的引入误差, 选用  $\Phi 10$  cm, 间距  $d$  为 0.9 cm 的平板间隙. 同时, 在每一点取三次测量值的平均



1——集电极; 2——砂池; 3——测量电极;  
 $T_1$ ——调压器;  $T_2$ ——工频试验变压器;  
 $D$ ——高压硅堆;  $R_0$ ——保护电阻;  
 $C$ ——脉冲电容器组;  $G$ ——点火球隙;  
 $S$ ——分流器; CRO——高压示波器; PT——分压器

图 4 雷闪电模拟试验接线图

平均值. 在以直导线为  $Z$  轴, 直导线与地面的交点为原点的柱坐标系  $(\alpha, r, z)$  中选取  $(0, 1, 0.3)$ 、 $(0, 2, 0.3)$ 、 $(0, 3, 0.3)$ 、 $(0, 4, 0.3)$ 、 $(90, 1, 0.3)$ 、 $(90, 2, 0.3)$ 、 $(90, 3, 0.3)$  等 7 点为测量对象(其中  $r, z$  单位为 m), 测量结果用 CAMP 计算的结果如表 5 所示. 同图 4 所示的接线, 将  $\Phi 1.5$  的导线, 绕制成 500 匝的空心线圈代替平板电容器, 用示波器测量并计算某一点的磁场强度. 对  $(0, 0.5, 0.3)$ 、 $(0, 1.0, 0.3)$ 、 $(0, 1.5, 0.3)$  及  $(0, 2.0, 0.3)$  四点进行测量并用 CAMP 计算的结果如表 6 所示.

表 5 模拟实验电场测量和 CAMP 计算结果  $kV \cdot m^{-1}$

测 点	1	2	3	4	5	6	7
测量的 $E$	7.190 8	5.328 8	4.058 8	3.420 2	7.201 1	5.327 8	4.137 9
计算的 $E$	7.789 2	5.792 8	4.577 6	3.603 3	7.879 2	5.792 8	4.577 6
相对误差 %	9.59	10.8	12.8	5.42	9.42	8.73	10.63

$$I_m = 1\,235.94 \text{ A}, t_f = 0.25 \mu\text{s}, t_c = 8 \mu\text{s}$$

表 6 磁场强度和测量 CAMP 计算结果  $A \cdot m^{-1}$

测 点	1	2	3	4
计算的 $H$	0.684 7	0.338 1	0.201 8	0.161 2
测量的 $H$	0.579 3	0.290 6	0.176 8	0.148 6
相对误差 %	14.6	13.4	14.1	8.7

$$I_m = 173.47 \text{ A}, t_f = 0.25 \mu\text{s}, t_c = 8 \mu\text{s}$$

## 5 小 结

通过大量的理论分析计算和模拟实验,可以得出以下几点结论:

1) 根据时变电磁场理论,针对雷电放电的特点,提出的计算雷电放电空间电磁场的原理和数学模型是正确的;

2) 为求解雷电放电空间电磁场,可以将雷电波形展开为傅时叶级数,把非正弦波激励源变为标准的正弦波;

3) 提供的计算方法和 CAMP 软件可以较精确地计算雷击点近区和远区的自由空间中任意点的电磁场分布,得到的结果与国际雷电专家 M. U. Man 的计算结果和模拟试验结果一致,可供计算机及电子设备的雷电防护设计参考。

## 参 考 文 献

- 1 Halder M K, Uman M A. Lightning induced voltage on power lines: Theory. IEEE Transactions of Power App System, 1984, PAS-103(9): 2 502~2 518
- 2 Rubinsrein M, Uman M A. Methods for calculating the electromagnetic fields from a known source distribution: Application to lightning. IEEE Trans on EMC, 1989, 31(2): 183~189
- 3 刘坤. 发、变电站计算机等弱电设备防护方法的研究; [学位论文]. 重庆: 重庆大学电气工程系, 1996
- 4 Panicali A R. Calculation of electric fields due to lines of charge. IEEE Transactions on EMC, 1991, 33(1): 67~71
- 5 盛剑霓. 电磁场数值分析. 西安: 西安交通大学出版社, 1994. 100~200

## The Calculation of Electromagnetic Fields in Sapce Around Lightning Path

*Chen Xianlu Huang Yong Liu Yugen Liu Wei Liu Kun*

(College of Electrical Engineering, Chongqing University)

**ABSTRACT** This thesis studies mathematical model for calculating electromagnetic fields in space around lightning path. The calculating method which can more exactly calculate the distribution of electrocmagnetic fields in space around lightning path is developed. The results are consistent with results of refereces and simulating test. It supplies references for interference protection desigh of electronics such as computers ect.

**KEYWORDS** electromagnetic fields; calculation / lightning

(责任编辑 李胜春)