

16

文章编号:1000-582x(1999)03-0092-05

92-96

一种基于有限元方法的破坏生长模型

0346.5

杨运民, 彭向和, 张晓敏

0242.21

(重庆大学 建筑工程学院, 重庆 400044)

摘要: 基于有限元方法和材料劣化规则, 提出了一种新型的破坏生长模型, 改进了以往模型的不足, 并在此基础上对强度的尺寸效应进行了分析, 获得了预期的结果。

关键词: 破坏; 数值模拟; 尺寸效应

有限元, 破坏生长模型

中图分类号: O 242.1; O346.11

文献标识码: A

固体材料, 损伤, 微裂纹

固体材料的损伤和破坏是指在服役过程中, 由于内部大量微裂纹或微空洞的萌生扩展和连接, 导致材料宏观力学性能的劣化乃至最终失效, 这一过程决定着材料的宏观强度性能, 它是当前力学界和工程界均十分关注的一个焦点, 也是固体力学的基本问题之一。以往人们把它当成是宏观材料固有的物性, 建立了断裂力学和损伤力学等方法用宏观现象学的手段进行描述和分析, 对强度参数及损伤演化规律的控制因素缺乏深层次的研究, 仅仅对具体材料通过实验手段获得数据, 并在此基础上指导结构设计。随着材料科学的发展, 人们提出了材料自身的设计问题, 故必须在更深的层次上研究这一问题, 传统的宏观现象学方法难以解决这类问题, 细观力学应运而生并借助平均化的方法在刚度性能的分析中取得了很大的成功, 表现出强大的生命力, 然而即便是宏观上可认为均匀的材料, 在细观尺度下都具有各种复杂的微结构且呈无序分布, 研究发现材料的强度性能不同于刚度性能, 决定强度性能的损伤破坏现象对这种无序性非常敏感, 即在宏观上大致相同的材料样本可以表现出差异很大的不同破坏过程, 这种现象说明了材料的损伤破坏更多地取决于材料的局部性能, 因此不考虑材料细观尺度下局部性能的涨落而仅用平均化的方法难以反映材料损伤破坏现象的一些基本特征, 在此背景下各种统计学方法相继出现, 并迅速被广泛地接受。还应注意的是“在外应力作用下材料的损伤破坏本质上是一种远离平衡态的过程, 平衡态理论有实质性的缺陷”^[1], 利用非平衡统计物理学的方法来研究破坏问题^[2]和把损伤破坏当成远离平衡的生长过程并用各种生长模型来模拟材料的破坏过程^[3-5]是该领域的两个重要进展。前者的优点是有可能建立起一套比较完整的理论体系, 存在的问题是研究尚不够深入, 仅仅能考虑细观物性的涨落服从高斯分布的情形^[2], 然而在复相材料中细观材料物性的涨落比在简单材料中要大得多也复杂得多, 很难说是服从高斯分布的, 而且材料微结构几何特征及其涨落也很难反映在这一理论体系中。怎样描述复相材料中细观物性的非高斯涨落特征及如何把材

· 收稿日期: 1998-06-02

· 作者简介: 杨运民(1967-), 男, 山西阳泉人, 重庆大学讲师, 硕士, 主要从事破坏理论研究。

料微结构几何特征嵌入到非平衡统计的理论体系中是一个尚待解决的难题。后者的优点是可以非常容易地处理材料在细观尺度下材料性能和微结构几何特征的随机性,通过数值模拟可以得到样本的破坏过程及强度参数,再通过对大量样本的分析便可以得到材料强度性能分布特性,在计算机性能高速提高的现在和将来是一种很有希望的方法,其缺点是完全建立在数值模拟的基础上,缺乏完整的理论体系,而且目前的模型大多采用杆单元和梁单元来构筑网络模型以代替真实的材料结构^[3,4],其细观材料性能分布规律的确定上不易与真实的材料性能联系起来,用平面三角形单元之间的接触元的张开来模拟微裂纹的方法虽解决了上述问题^[5],但遗憾的是使得微裂纹的扩展路径与单元的划分关联起来,尚待进一步地突破。笔者旨在克服破坏生成模型的上述局限性,以推进该领域的研究。

1 破坏生长模型

破坏生长模型是把损伤破坏视为在外应力作用下一种远离平衡的生长过程,在生长模型中,材料内部的微损伤是由介质中应变场或应力场控制的,而微损伤与基体的界面相当于介质的内边界,它随损伤的发展而变化,因而在数学上主要是解一个移动内边界的场问题。当边界移动以后,内边界条件发生变化,需重新求解。故随着外应力的增加和损伤的发展,需不断地反复求解以得到材料从无损到破坏的整个应力应变响应过程,并由此得到材料的宏观强度,在考虑了材料细观尺度上的无序性后,可通过对大量样本的分析得到宏观强度的分布规律。这类问题难以得到解析解,通常需借助计算机作数值模拟,因而采用离散模型,随之而来的是内边界变化后网格重分的问题,这使得大规模反复迭代计算的自动进行非常困难。为避开这一难题,人们用无规格、梁单元构筑网络模型,把内边界的变化处理成熔丝和梁的断裂,由于这些网络模型与真实的材料结构相差甚远,在进一步的应用中有局限性。另有些人用在平面三角形单元间设置接触元的方法,把微裂纹处理为这些接触元的张开,但这等于是预制了微裂纹扩展的区域和路径,使得计算结果和网络的划分关联起来,也有其局限性。虽然存在着上述不足,该方法可依据材料细观性能的分布规律,通过随机地设置各单元的强度参数,能很容易地处理材料在细观尺度上存在的无序性,仍然再现了材料损伤破坏过程的如下基本特征:

1) 在弱损伤阶段,材料的响应服从标度率,即响应与材料样本的尺度有着固定的联系。对不同样本,只呈现较微弱的统计涨落。

2) 在接近宏观破坏的盈利极大值区,统计涨落增强,越过极大值后,响应呈灾变性特征,出现强烈的统计涨落。在极大值区和灾变区,标度率失效,无序材料的破坏过程不能再由其统计平均性质表征,样本表现出明显的个性行为,且介质内的应力应变场是高度非均匀的。

2 计算模型

笔者使用平面四边形单元来对材料胞元进行离散,显然,这样的材料模型与真实材料结构相对应,材料参数直接选用真实材料参数即可。材料在外应力作用下的变形和应力满足弹性力学的场方程,可使用有限元方法进行求解。材料的损伤表现为局部单元的失效,失效的判据为与材料类型相适应的强度总则。产生局部失效的单元,使用恰当的性能折减方法来处理,而不需重分网格,有效地避开了移动内边界带来的困难。同时,由于把微裂纹处理

在单元内而不是单元之间,无须采用在平面单元之间预置接触元,因而也解决了微裂纹扩展路径与单元划分相关联的问题。考虑到材料的刚度性能反映着材料的整体平均性能,而强度性能则反映着材料局部性能,一般具有更大的分散性,为使计算简单起见,各单元的弹性模量和泊松比取相同的值而强度参数取不同的值,即强度性能具有微观上的无序性,并假设服从 Weibull 随机分布。材料弹性常数为:弹性模量 $E=1000 \text{ Mpa}$ 、泊松比 $\mu=0.167$ 。

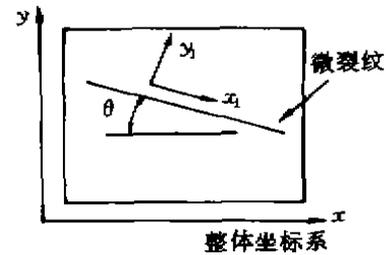


图1 单元微裂纹

此处主要考虑脆性材料的破坏过程,所以材料的损伤破坏采用最大拉应变控制。即当某单元的最大拉应变满足 $\epsilon \geq [\epsilon_c]$ 时,该单元便产生垂直于 ϵ_{\max} 方向的微裂纹。产生微裂纹后即认为该单元在微裂纹法线方向上不能承受载荷,也不能承受面内的剪切,因此把产生微裂纹的单元处理为一种各向异性的材料。对于平面应力单元产生微裂纹后沿裂纹方向的本构关系为:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

其中, $Q_{11} = E, Q_{12} = 0, Q_{22} = 0, Q_{66} = 0$

再经过转轴公式把沿裂纹方向局部坐标下的本构关系转为整体坐标下的本构关系

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

而

$$\begin{Bmatrix} \overline{Q}_{11} \\ \overline{Q}_{22} \\ \overline{Q}_{12} \\ \overline{Q}_{66} \\ \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{26} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^4 & n^4 & 2m^2n^2 & 4m^2n^2 \\ n^4 & m^4 & 2m^2n^2 & 4m^2n^2 \\ m^2n^2 & m^2n^2 & m^4 + n^4 & -4m^2n^2 \\ m^2n^2 & m^2n^2 & -2m^2n^2 & (m^2 - n^2)^2 \\ m^3n & -mn^3 & mn^3 - m^3n & 2(mn^3 - m^3n) \\ mn^3 & -m^3n & m^3n - mn^3 & 2(m^3n - mn^3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_{11} \\ Q_{22} \\ Q_{12} \\ Q_{66} \end{Bmatrix}$$

其中, $m = \cos(\theta), n = \sin(\theta)$; θ 为微裂纹方向与水平方向之间的夹角(见图1)。

未产生微裂纹的单元为各向同性弹性本构关系:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

在此基础上便可以采用有限元方法对问题进行迭代求解,以得到材料胞元的应力应变关系,同时得到损伤演化的规律。采用边界施加位移的方法模拟图2所示的平板拉伸实验,在边界处节点处施加等值的位移,计算其各单元的应力应变响应,在某个外加位移下若没有新的

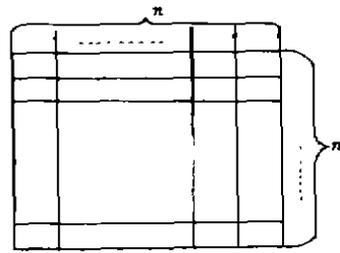


图 2 计算模型

微裂纹产生,则计算其平均拉应力,输出材料胞元应力应变点对,同时再增加外加位移量进行下一步的计算;若有新的微裂纹产生则仅修改产生微裂纹单元的材料性能,重新进行求解。具体计算流程如图 3 所示。

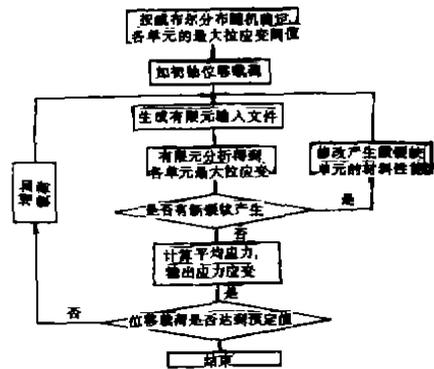


图 3 模型计算流程

3 计算结果及讨论

采用形状参数 $\beta=2$, 均值为 0.004, 方差根为 0.002 的 Weibull 分布来描述材料的最大拉

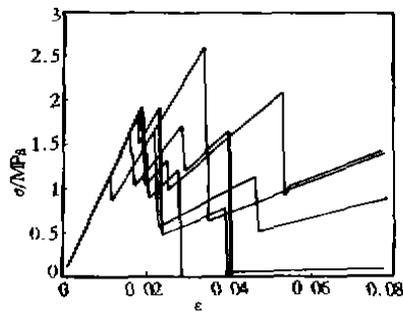


图 4 3×3 尺度下各样本的平均应力应变曲线

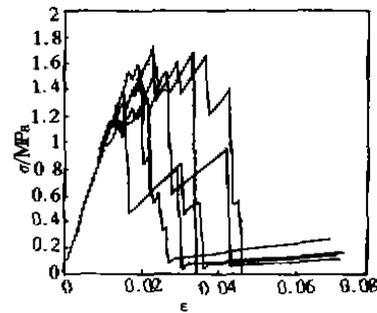


图 5 8×8 尺度下各样本的平均应力应变曲线

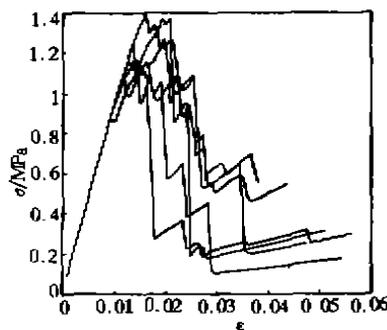


图 6 20×20 尺度下各样本的平均应力应变曲线

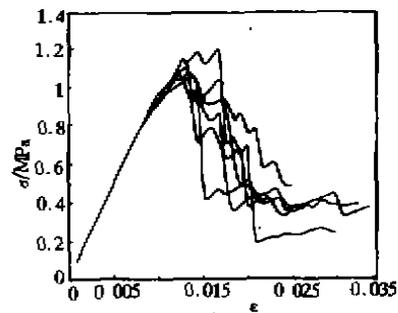


图 7 40×40 尺度下各样本的平均应力应变曲线

应变阈值,在单元尺度不变的情况下,分别计算了单元数为 3×3 、 8×8 、 20×20 、 40×40 的各自六个样本和 80×80 的2个样本以期能得到尺度对材料胞元强度的影响。图4~7为得到的各尺度下的平均应力-应变曲线。观察这些结果,不难发现损伤发展的初始阶段各样本没有太大差异,材料胞元近似地服从弹性关系,且不同尺度样本的弹性模量几乎相同。但在损伤发展的后期,则表现出明显的样本个性行为,且随着尺度的增大,这种离散性有某种减小的趋势。这说明了随着尺度的增大材料的损伤破坏行为逐渐有些平均化的效果,且由图6和图7的比较可以看出,这种趋势会在一定尺度下减弱,即材料的强度在某个尺度以上有可能稳定为一种分布规律。图8为各尺度下样本的平均极限应力的变化规律,不难看出材料胞元具有明显的尺度效应,极限应力先是随尺度增大迅速减小,而后便是比较平缓的减小。这些结果说明笔者提出的生长模型能有效地再现材料在损伤破坏过程中的许多重要特征,且由于克服了以往模型的不足,有望在材料强度的研究中得到进一步的应用。

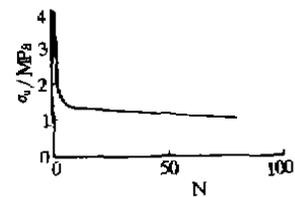


图8 平均极限应力变化规律

参 考 文 献

- [1] 夏蒙芬. 统计细观损伤力学和损伤演化诱致突变(I)[J]. 力学进展, 1995, 25(1): 1~40
- [2] 邢修三. 非平衡统计断裂力学基础[J]. 力学进展, 1991, 21(2): 153~168
- [3] 夏蒙芬. 统计细观损伤力学和损伤演化诱致突变(II)[J]. 力学进展, 1995, 25(2): 145~173
- [4] MIER. Boundary and Size Effects in Uniaxial Tensile Tests: A Numerical and Experimental Study[A]. Bazant; Fracture and Damage in Quasibrittle Structure. 1994. 289~302
- [5] ROSI. Application of A Probabilistic Discrete Cracking Model for Concrete Structure[A]. Bazant; Fracture and Damage in Quasibrittle Structure. 1994. 302~309
- [6] J. 彭克斯. 离散事件系统模拟[M]. 北京: 清华大学出版社, 1988. 121~153

Fracture Growing Modal Based on FEM

YANG Yun-min, PENG Xiang-he, ZHANG Xiao-min

(Faculty of Civil Engineering, ChongQing University, Chongqing 400044, China)

ABSTRACT: A novel fracture growing model based on FEM and degrading rules of materials was proposed, and many disadvantages of existing model were improved with the new modal, dimensional problem was analysed and satisfactory results was gained.

KEYWORDS: fracture; numerical simulation; size effect

(责任编辑 张小强)