

文章编号:1000-582x(2000)01-0032-05

⑨
32-36

细片层珠光体团的塑性响应特性

彭向和, 曾俊, 盛光敏, 高芝晖
(重庆大学建筑工程学院, 重庆 400044)

TG/42.21

摘要: 细片层珠光体团是由铁素体片和渗碳体片交替叠合而成的复相材料。在小片层间距和各相材料均为弹塑性的假设下, 采用有限元方法分析了垂直于片层方向上的材料响应特性及层厚的影响, 并用非经典塑性理论推导了珠光体团的弹塑性本构方程。对不同加载方向上珠光体团的响应特性和循环蠕变特性进行了分析。可作为进一步研究珠光体材料的宏观响应特性、损伤和失效的基础。

关键词: 珠光体团; 弹塑性; 复相材料

中图分类号: O 344

文献标识码: A

塑性响应特性 珠光体钢

细片层珠光体团

具有细片层间距的珠光体钢具有良好的综合力学性能、高的耐磨性和抗接触疲劳性能^[1-5]。珠光体钢的重要特性之一是在非对称应力循环载荷作用下的塑性安定性以及循环蠕变史的记忆与恢复。Bower和Johnson因此认为这种材料具有“锁定相间残余应力(Locking-in inter-phase residual stress)的特性^[6]”。这种特性使得珠光体钢被广泛地应用于钢轨等承受非对称循环载荷的构件。在珠光体钢的力学特性及其宏观机理的实验研究方面已有较系统的工作^[1-5], 理论研究方面则主要集中于其在非比例非对称循环载荷的本构行为及塑性安定性。Bower和Johnson基于Mises屈服条件和关联流动准则提出了一种背应力演化, 可以描述珠光体钢钢轨的基本特征^[6]; Peng和Porter则通过基于两相本构行为的差异发展了一种宏观本构描述^[7], 具有较好的预言能力^[8]。

笔者针对珠光体团的层状微观结构, 采用非经典塑性理论对其相应特性进行了有限元分析, 并建立了其弹塑性本构方程和相应的数值分析方法, 对珠光体团应力响应和循环蠕变进行了分析。

1 塑性本构方程

珠光体团由渗碳体片和铁素体片交互叠合而成, 具有典型的层状特征, 各层间距基本相等, 取向大致相同。其响应特性由两相各自的特性共同决定。实验分析表明, 渗碳体的强度远高于铁素体, 但渗碳体的行为

与其层厚密切相关。对经过拉拔的珠光体材料的观察表明: 在0.1 μm厚度下表现为脆性的渗碳体当薄于0.01 μm时可承受巨大的塑性变形而不发生脆性断裂^[5]。因此, 当层片间距很小(或各相的层厚很小)时, 铁素体和渗碳体的响应特性都应考虑为弹塑性。

对等温小变形条件下的初始各向同性和塑性不可压材料, 范镜泓和彭向和建议了如下塑性本构方程^[9,10]:

$$\Delta s = A \Delta e^p + B(z_n) \Delta z \quad (1)$$

式中 Δs 为在 z 和 $z_n + \Delta z$ 时间间隔中的偏应力增量, Δe^p 为相应的塑性应变增量,

$$A = \sum_{r=1}^n k_r C_r$$

$$B(z_n) = - \sum_{r=1}^n k_r \alpha_r s^{(r)}(z_n) \quad (2)$$

$$k_r = \frac{1 - e^{-\alpha_r \Delta z}}{\alpha_r \Delta z}$$

z 为广义时间, 其增量由下式决定:

$$\Delta z = \frac{\Delta \zeta}{f(z)} \quad (3)$$

$$\Delta \zeta^2 = \Delta e^p : \Delta e^p$$

$f(z)$ 为强化函数, C_r 和 $\alpha_r (r = 1, \dots, n)$ 为材料参数。

将弹性本构方程 $\Delta e - \Delta e^p = \frac{\Delta s}{2G}$ 代入式(1)可得

· 收稿日期: 1999-03-24

基金项目: 国家自然科学基金(19872079); 教育部跨世纪优秀人才培养计划基金、博士点基金(1999061113)资助项目

作者简介: 彭向和(1953-), 男, 福建福州人, 教授, 博士, 主要从事塑性理论及其应用的研究。

$$\Delta s = 2G_p \Delta e + T_p B \Delta z \quad (4)$$

式中

$$T_p = \left(1 + \frac{A}{2G}\right)^{-1}, \quad 2G_p = AT_p \quad (5)$$

进而利用关系式

$$\begin{aligned} \Delta s &= \Delta \sigma - \frac{1}{3} \text{tr}(\Delta \sigma) I_2 \\ \Delta e &= \Delta \epsilon - \frac{1}{3} \text{tr}(\Delta \epsilon) I_2 \end{aligned} \quad (6)$$

式中 σ 和 ϵ 分别为应力和应变张量, I_2 为二阶单位张量, 联立式(3)、(4)和(6)可得^[10]

$$|\Delta \sigma| = [D_e] |\Delta \epsilon| \quad (7)$$

式中

$$[D_e] = [D_e] + \frac{2(G - G_p)}{H} [D_p] \quad (8)$$

对于三维问题

$$\begin{aligned} |\Delta \sigma| &= \{\Delta \sigma_{11}, \Delta \sigma_{22}, \Delta \sigma_{33}, \Delta \tau_{12}, \Delta \tau_{23}, \Delta \tau_{31}\}^T \\ |\Delta \epsilon| &= \{\Delta \epsilon_{11}, \Delta \epsilon_{22}, \Delta \epsilon_{33}, \Delta \gamma_{12}, \Delta \gamma_{23}, \Delta \gamma_{31}\}^T \end{aligned} \quad (9)$$

$$[D_e] = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & C_1 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & C_2 & C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_p \end{bmatrix} \quad (10)$$

为类弹性矩阵

$$\begin{aligned} [D_p] &= \{B_{11} \ B_{22} \ B_{33} \ B_{12} \ B_{23} \ B_{31}\}^T \\ &(\Delta e_{11}^p \ \Delta e_{22}^p \ \Delta e_{33}^p \ \Delta e_{12}^p \ \Delta e_{23}^p \ \Delta e_{31}^p) \end{aligned} \quad (11)$$

用于考虑塑性变形的历史及当前状态对弹塑性矩阵的贡献, 其中

$$\begin{aligned} C_1 &= K + \frac{4}{3} G_p, \quad C_2 = K - \frac{2}{3} G_p \\ C_3 &= \frac{T_p}{2G_p^f(z)\Delta z}, \quad H = 1 + C_3 B_j \Delta e_j^p \end{aligned} \quad (12)$$

2 珠光体团本构行为的描述

图 1 表示珠光体团中的一材料元, 设 $x_1 x_2$ 平面与层面平行, x_3 与层面的法向平行。设构成珠光体团的

铁素体和渗碳体材料均为初始各向同性和塑性不可压缩, 均具有弹塑性特性。由于各层厚度很薄, 假设铁素体与渗碳体在层面内应变相容, 即

$$\begin{aligned} d\epsilon_{11}^c &= d\epsilon_{11}^f = d\epsilon_{11} \\ d\epsilon_{22}^c &= d\epsilon_{22}^f = d\epsilon_{22} \\ d\epsilon_{12}^c &= d\epsilon_{12}^f = d\epsilon_{12} \end{aligned} \quad (13)$$

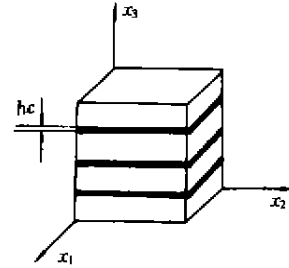


图 1 珠光体团材料元

另一方面, 与 z 相关的应力分量在层间之界面上应相等, 它们沿 z 方向之变化可以忽略, 故有:

$$\begin{aligned} d\sigma_{33}^c &= d\sigma_{33}^f = d\sigma_{33} \\ d\sigma_{13}^c &= d\sigma_{13}^f = d\sigma_{13} \\ d\sigma_{23}^c &= d\sigma_{23}^f = d\sigma_{23} \end{aligned} \quad (14)$$

设渗碳体的体积分数为 V_c , 根据混合物理论, 由混合律可得:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{ij} &= V_c \Delta \sigma_{ij}^c + (1 - V_c) \Delta \sigma_{ij}^f, \quad ij = 11, 22, 12 \\ \Delta \epsilon_{ij} &= V_c \Delta \epsilon_{ij}^c + (1 - V_c) \Delta \epsilon_{ij}^f, \quad ij = 33, 23, 13 \end{aligned} \quad (15)$$

用式(7) 可将渗碳体和铁素体的响应分别表示为:

$$|\Delta \sigma^c| = [D_e^c] |\Delta \epsilon^c|, \quad |\Delta \sigma^f| = [D_e^f] |\Delta \epsilon^f| \quad (16)$$

将其代入式(15) 可推得珠光体团的响应为:

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{\sigma} \\ \Delta \bar{\epsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_2 - B_1 B_3^{-1} B_4 & B_1 B_3^{-1} \\ -B_3^{-1} B_4 & B_3^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\epsilon} \\ \Delta \bar{\epsilon} \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中

$$\begin{aligned} \{\Delta \bar{\sigma}\} &= (\Delta \sigma_{11}, \Delta \sigma_{22}, \Delta \sigma_{33})^T \\ \{\Delta \bar{\sigma}\} &= (\Delta \sigma_{23}, \Delta \sigma_{32}, \Delta \sigma_{13})^T \\ \{\Delta \bar{\epsilon}\} &= (\Delta \epsilon_{33}, \Delta \epsilon_{23}, \Delta \epsilon_{13})^T \\ \{\Delta \bar{\epsilon}\} &= (\Delta \epsilon_{11}, \Delta \epsilon_{22}, \Delta \epsilon_{12})^T \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} B_1 &= V_f \bar{A}_3 \bar{A}_3^{-1} + (1 - V_f) (\bar{A}_3 \bar{A}_3^{-1}) \\ B_2 &= V_f (A_4 - \bar{A}_3 \bar{A}_3^{-1} \bar{A}_2) + \\ &\quad (1 - V_f) (\bar{A}_4 - \bar{A}_3 \bar{A}_3^{-1} \bar{A}_2) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} B_3 &= V_f \bar{A}_1^{-1} + (1 - V_f) \bar{A}_1^{-1} \\ B_4 &= -V_f \bar{A}_1^{-1} \bar{A}_2 - (1 - V_f) \bar{A}_1^{-1} \bar{A}_2 \\ \bar{A}_1 &= \begin{bmatrix} D_{333}^f & D_{332}^f & D_{331}^f \\ D_{233}^f & D_{232}^f & D_{231}^f \\ D_{133}^f & D_{132}^f & D_{131}^f \end{bmatrix} \\ \bar{A}_2 &= \begin{bmatrix} D_{331}^f & D_{332}^f & D_{3312}^f \\ D_{231}^f & D_{232}^f & D_{2312}^f \\ D_{131}^f & D_{132}^f & D_{1312}^f \end{bmatrix} \\ \bar{A}_3 &= \begin{bmatrix} D_{113}^f & D_{112}^f & D_{1131}^f \\ D_{223}^f & D_{222}^f & D_{2231}^f \\ D_{123}^f & D_{122}^f & D_{1231}^f \end{bmatrix} \\ \bar{A}_4 &= \begin{bmatrix} D_{111}^f & D_{112}^f & D_{1112}^f \\ D_{221}^f & D_{222}^f & D_{2212}^f \\ D_{121}^f & D_{122}^f & D_{1212}^f \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

式中 D_{ijk}^f 为渗碳体的弹塑性矩阵 $[D_{ij}^f]$ 中的对应元素 (见式(19)、(11)、(13)和(14)). 铁素体的 $\bar{A}_1 \sim \bar{A}_4$ 只需将式(23)中 $\bar{A}_1 \sim \bar{A}_4$ 中 D_{ijk}^f 的换为 D_{ijk}^f 即可。

3 计算结果及讨论

根据上述对珠光体团本构行为的描述编制了分析程序, 对在应变控制拉伸时珠光体团的应力响应特性

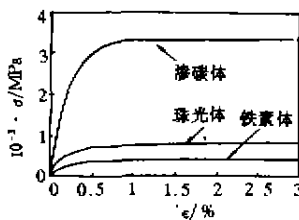


图2 沿 x_1 方向拉伸时的珠光体团特性

和非对称循环载荷作用下珠光体团的循环蠕变特性进行了分析。铁素体与渗碳体的弹性性质差别不大^[5], 故设:

$$E^f = E^c = 210 \text{ GPa}, \quad G^f = G^c = 80 \text{ GPa}$$

按[5]中提供的铁素体与渗碳体的性能与差异, 取与铁素体相关的材料常数为:

$$\begin{aligned} C_{1,2,3}^f &= (45\ 000, 8\ 000, 410) \text{ MPa} \\ \alpha_{1,2,3}^f &= 4\ 000, 420, 74 \end{aligned}$$

与渗碳体相关的材料常数为

$$\begin{aligned} C_{1,2,3}^c &= (950\ 000, 280\ 000, 650\ 000) \text{ MPa} \\ \alpha_{1,2,3}^c &= 50\ 000, 3\ 000, 400 \end{aligned}$$

为计算简单明了, 铁素体与渗碳体的强化函数均取为 $f(\epsilon) = 1$. 由所给材料常数决定的渗碳体的极限强度约比铁素体高一个数量级。在以下的计算中, 渗碳体的体积分数均取为 $V_f = 13\%$ 。

图2给出了在 x_1 方向作用拉伸应变时珠光体团的响应特性, 图中同时给出了铁素体和渗碳体的应力应变关系。在所给材料参数下, 渗碳体的极限应力约为 3 374 MPa, 而铁素体的极限应力仅约为 435 MPa. 按所给体积分数复合得到的珠光体的极限应力约为 819 MPa. 图3给出了在 x_3 方向上作用拉伸应变时珠光体团的响应特性。在该方向上的铁素体和渗碳体中的正应力即为该方向上的宏观正应力, 其最大值也达到了约 819 MPa, 与 x_1 方向上的强度基本相同, 远大于铁素体的极限强度。进一步分析可知, 此时铁素体和渗碳体中的等效应力约分别为 435 MPa 和 3374 MPa, 与 x_1 方向上受拉时的等效应力一致。但在 x_1 方向上受拉时铁素体和渗碳体中的体积应力分别为其拉应力, 而在 x_3

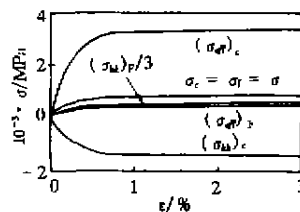


图3 沿 x_3 方向拉伸时的珠光体团特性

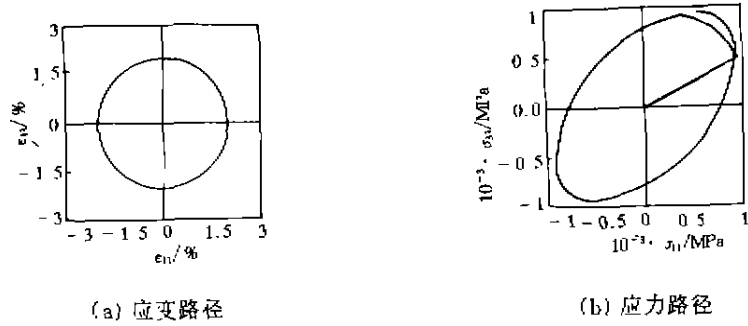


图 4 $\epsilon_{11} - \epsilon_{33}$ 平面上圆形应变路径下的应力响应

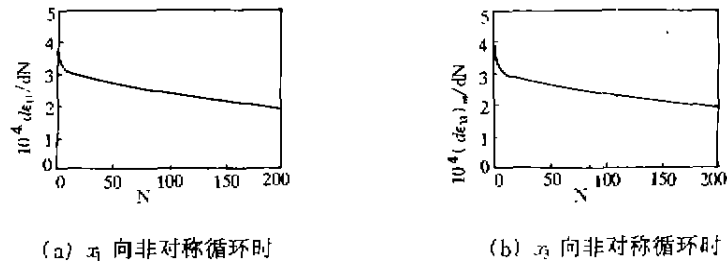


图 5 非对称应力循环下循环蠕变速率的变化



图 6 珠光体团性能的有限元分析结果

方向上受拉时其铁素体和渗碳体中的体积应力 σ_{kl} 分别为 1 585 MPa 和 - 4 287 MPa。可见渗碳体受到很大的体积压应力而铁素体受到很大的体积拉应力。这种体积应力的分布易引起铁素体的损伤，在透射电镜下采用微加力台对珠光体试样加载时，观察到了铁素体层中孔洞形核及扩展的证据。而在 σ_{33} 方向上受压时，铁素体和渗碳体中体积应力均异号，这种分布对渗碳体似不理想，但考虑到渗碳体的极限强度要高得多，故将珠光体用于诸如钢轨钢一类受压构件中仍是合理的。

图 4 给出了 $\epsilon_{11} - \epsilon_{33}$ 平面上圆形应变路径 (图 4 (a)) 下的应力响应 (图 4(b))， $(\epsilon_{11})_{max} = (\epsilon_{33})_{min} = 0.103$ ，在 $\sigma_{11} - \sigma_{33}$ 平面上的应力迹线关于原点基本对称。应力迹线上的长半轴约位于 45° 方向上，对应的应力状态为双向拉伸或压缩。短半轴约位于 -45° 方向上，对应于纯剪应力状态。在纯剪应力状态下，分析可

知，铁素体与渗碳体内的体积应力均可忽略，故轴向承载能力明显降低。尽管在 $\epsilon_{11} - \epsilon_{33}$ 平面上的应变路径为圆形，但在 $\sigma_{11} - \sigma_{33}$ 平面上的应力路径却为斜椭圆。这表明尽管珠光体团在 σ_{11} 和 σ_{33} 方向上的响应特性相近，但在 $\sigma_{11} - \sigma_{33}$ 平面内的响应却是非各向同性的。图 5 为非对称应力循环下循环蠕变速率的变化。图 5(a) 对应于 $(\sigma_{11})_{max} = 600 \text{ MPa}$ ， $(\sigma_{11})_{min} = -100 \text{ MPa}$ 下循环时 $d\epsilon_{11}/dN$ 随循环次数的变化，可见随循环过程的进行， $d\epsilon_{11}/dN$ 不断减小，这与对珠光体钢轨钢的实验现象是一致的^[8]。由于此时应力作用于片层面内，循环蠕变速率的减小可归因于随变形过程的进行，强度高的渗碳体逐渐承担了平均应力，从而使铁素体中的平均应力不断减少所致。计算表明，如果假设渗碳体的变形为纯弹性，循环蠕变速率将迅速趋于零，即进入塑性安定^[9]。图 5(b) 对应于 $(\sigma_{33})_{max} = 600 \text{ MPa}$ ， $(\sigma_{33})_{min} = -100 \text{ MPa}$

下循环时 $d\epsilon_{33}/dN$ 随循环次数的变化, 虽然此时应力作用在与层面垂直的方向上, 但可以观察到与图 5(a) 几乎完全相同的趋势。如果假设渗碳体的变形为纯弹性, 则在此方向上的循环蠕变率也将迅速趋于零。这是珠光体团的一个重要特性。

图 6 为垂直于层面的方向上珠光体团性能的有限元分析结果。假设珠光体团为由薄圆片状铁素体和渗碳体叠合而成的圆柱体, 在垂直于层面的方向上加载。图 6(a) 为珠光体团的平均饱和应力随层片间距的变化, 并以所采用的计算层数为参数, 图中 a 和 R 分别为珠光体团的层片间距和半径。可见当 a 越小且计算层数越多, σ_m 的分析结果越接近于理论值。反之, 当 a 很大时, σ_m 接近于纯铁素体。图 6(b) 为当 a 很小时 σ_m 随所采用的计算层数的变化, 可见随计算层数的增加, σ_m 迅速趋近于理论值。计算表明, 当 a 很小时笔者建立的模型是合理的。

参 考 文 献

- [1] CLAYTON P. The relation between wear behavior and basic material properties for pearlitic steels[J]. *Wear*, 1980, 60: 75~93.
- [2] HODSON W H, PRESTON R R. Production processes to yield superior rail steel[J]. *Trans. Res. Proc.*, 1980, 1: 744~1754.
- [3] PETEZ-UNZUETA A J, BEYNON J H. Microstructure and wear resistance of pearlitic rail steels[J]. *Wear*, 1993, 144: 172~182.
- [4] LANGFORD G. Deformation of Pearlite[J]. *Metallurgical Transaction A*, 1977, 8A: 861~875.
- [5] 盛光敏. PD₃ 钢轨钢接触疲劳行为研究[J]. *钢铁*, 1998(4): 35~39.
- [6] BOWER A F, JOHNSON K L. The influence strain hardening on cumulative plastic deformation in rolling, and sliding contact[J]. *J. Mech Phys Solids*, 1989, 37: 471~493.
- [7] PENG X, PONTIER A R S. A constitutive law for a class of two-phase materials with experimental verification[J]. *Int. J. Solids Struct.*, 1994, 31: 1099~1111.
- [8] PENG X, PONTIER A R S. An experimental investigation of the response of BS11 steel to cyclic loading[J]. *Int. J. Solids Struct.*, 1994, 31: 807~833.
- [9] PENG X, FAN J. A physically based constitutive laws for Nonproportional Cyclic Plasticity[J]. *J. Engng Mat. Tech.*, 1991, 113: 254~262.
- [10] PENG X, FAN J. A numerical approach for nonclassical plasticity[J]. *Computers and Structures*, 1993, 47: 313~320.

An Investigation to the Plastic Characteristics of Thin Laminar Pearlitic Colony

PENG Xiang-he, ZENG Jun, SHENG Guang-min, GAO Zhi-hui
(College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

ABSTRACT: Thin laminar pearlitic colony is the element of a kind of two-phase materials, which is composed of the thin lamellas of ferrite and cementite one over the other. With the assumption of small thickness of lamella and small deformation as well as that both phases are elastoplastic, an elastoplastic constitutive description for the pearlitic colony is obtained based on non-classical theory of plasticity. The constitutive behavior in different direction and along non-proportional path is analyzed. The finite element approach is also used to analyze the influences of the thickness of lamella on the material response. Satisfactory agreement is found between the results obtained by the two methods, which demonstrates the validity of the proposed model.

KEYWORDS: pearlitic colony; elastoplasticity; two-phase materials

(责任编辑 钟学恒)