

文章编号: 1000-582x(2000)03-0094-03

26  
94-96

# 安全第一的证券组合优化模型与绩效管理

F830.9

曹国华<sup>1</sup>, 黄薇<sup>2</sup>

(1 重庆大学工商管理学院, 重庆 400044; 2. 重庆大学自动化学院, 重庆 400044)

**摘要:** 针对传统确定最优证券组合方法即马可维茨方法需知道投资者无差异曲线, 从而较难在实践中运用, 提出了安全第一准则, 借用安全性参数直接求解一个最优化问题, 得到了基于安全第一下证券组合优化模型, 对其中概率约束条件给出两种处理方法。并就如何评价投资证券组合的绩效给出安全第一指数。

**关键词:** 安全第一; 证券组合; 有效边界; 组合绩效管理  
**中图分类号:** F 830.91 **文献标识码:** A

优化模型

美国经济学家马可维茨关于投资的方法可理解为4个阶段<sup>[1]</sup>: 第1阶段, 投资者拟订一组证券作为投资对象。第2阶段, 投资者研究这些证券的前景, 即估计所有被研究证券的期望收益率, 标准差和证券间的协方差。第3阶段, 确定可行集和有效边界。事实上就是解两个数学规划问题<sup>[2]</sup>: 证券组合预期收益一定的情况下, 使得投资风险(即证券组合方差)达到最小, 或等价地证券组合方差一定的情况下使预期收益达到最大。第4阶段, 确定投资者的最优证券组合, 即投资者的无差异曲线和有效边界相切的切点所对应的证券组合。此时, 投资者最大化自己的预期效用<sup>[3,4]</sup>。

马可维茨的证券组合投资模型奠定了现代证券理论的基石, 但其应用有很大局限性。风险证券组合的评价指标仅是预期收益率  $E(R_p)$  与收益率方差  $\sigma_p^2$ , 且需知道投资者的无差异曲线, 这些并非对所有投资者均适用。如一些投资者很难准确测定其无差异曲线, 而且也许会更强调安全性, 把安全性放在首位来决定最优证券组合。因此, 我们来考察基于安全第一的证券组合问题。

## 1 基于安全第一的证券组合优化模型

按照预期效用理论, 投资者的问题是选择证券组合, 使得其预期效用  $E(u) = V(\mu, \sigma_p)$  最大化, 其中  $\mu, \sigma_p$  分别是证券组合回报  $R_p$  的平均值和标准差。V的

函数形式往往难以得到, 因此, 为避开去求 V 的具体形式, 我们可采用安全第一准则, 从这一准则出发, 去寻求最优证券组合。

我们假定投资者进行证券投资必须考虑这样一种安全性, 即投资回报一般不能低于一个灾难性水平, 记为 Z, 或使这种情况发生的可能性尽可能小, 不妨设  $\alpha$  是灾难性水平发生的概率。这样, 投资者考虑的不是  $\mu$  与  $\sigma_p$  的问题, 而在  $\mu$  与 Z 之间进行权衡, 当然不同的投资者可能取不同的 Z 值和  $\alpha$  值。一方面要使  $\mu$  值尽可能大, 另一方面又要使收益率低于 Z 的概率被控制, 因此投资者考虑的问题应是如下规划问题:

问题 1:

$$\max \mu = E(R_p) = \sum_{i=1}^n W_i r_i \quad (1)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} P \{ R_p \leq Z \} \leq \alpha & (2) \\ \sum_{i=1}^n W_i = 1 & (3) \end{cases}$$

这时投资者需决定两个参数 Z 与  $\alpha$ , 由于(2)式是一概率约束, 数学规划难以处理, 因此, 必须对(2)式进行变形。下面我们用两种方法对(2)式进行变形。

我们发现, 对概率约束的处理一般有两种方法, 一种方法是利用分布函数, 另一种方法是利用切比雪夫不等式, 我们给出这两种方法变形的思路。

收稿日期: 1999-08-10

作者简介: 曹国华(1967-), 男, 安徽宣州人, 重庆大学博士, 从事证券投资方面研究。

变形 1 我们假定  $R_p$  的分布由两数字特征  $\mu, \sigma_p$  充分描述,使得它能转换成标准化随机变量  $\frac{R_p - \mu}{\sigma_p}$ , 设其分布函数为  $F$ ,则有:

$$P(R_p \leq Z) = P\left(\frac{R_p - \mu}{\sigma_p} \leq \frac{Z - \mu}{\sigma_p}\right) = F\left(\frac{Z - \mu}{\sigma_p}\right)$$

$$P(R_p \leq Z) \leq \alpha \Leftrightarrow F\left(\frac{Z - \mu}{\sigma_p}\right) \leq \alpha$$

因为分布函数是单调不减的,分布函数  $F$  有逆函数  $F^{-1}$ ,因而有

$$F\left(\frac{Z - \mu}{\sigma_p}\right) \leq \alpha \Leftrightarrow Z \leq \mu + F^{-1}(\alpha)\sigma_p$$

其中  $F^{-1}(\alpha)$  是依赖于  $\alpha$  的常数,因此,问题 1 等价于如下模型:

问题 2:

$$\max \mu = \sum_{i=1}^n W_i r_i \quad (4)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \mu + F^{-1}(\alpha)\sigma_p \geq Z \\ \sum_{i=1}^n W_i = 1 \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$\sigma_p = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \sigma_{ij}\right)^{1/2}$$

显然问题 2 与问题 1 等价,但问题 2 比问题 1 更易处理。

变形 2 我们可以用切比雪夫不等式对概率约束 (2) 式进行放大,只要取得  $\alpha$  足够小,  $\mu - Z$  就会大于 0,由切比雪夫不等式有

$$P(|R_p - \mu| \geq \mu - Z) \leq \frac{\sigma_p^2}{(\mu - Z)^2}$$

又由

$$\begin{aligned} P(|R_p - \mu| \geq \mu - Z) &= \\ P(R_p - \mu \geq \mu - Z) + P(\mu - R_p \geq \mu - Z) \end{aligned}$$

可知

$$P(R_p \leq Z) \leq \frac{\sigma_p^2}{(\mu - Z)^2}$$

显然,只要  $\frac{\sigma_p^2}{(\mu - Z)^2} \leq \alpha$ , 即  $\sigma_p^2 \leq \alpha(\mu - Z)^2$ , 则 2 式成立,因此问题 1 可改为问题 3。

问题 3:

$$\max \mu = \sum_{i=1}^n W_i r_i \quad (7)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \sigma_{ij} \leq \alpha(\mu - Z)^2 \end{cases} \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1 \quad (9)$$

问题 3 与问题 1 并不等价,但 (2) 式放大为 (8) 式,可以更好地控制风险,也便于求解。

## 2 安全第一准则下最优证券组合的确定

我们可以通过观察有效边界的变化来说明安全第一准则的作用。为简单起见,我们仅考虑问题 2,如图 1,设曲线  $AB$  为马可维茨方法求出的有效边界,而在问题 2 中,投资者的证券组合满足约束条件 (5) 式,由  $Z$  点出发的直线  $ZRT$  代表  $\mu + F^{-1}(\alpha)\sigma_p = Z$  (此时  $F^{-1}(\alpha) < 0$ ),  $\mu + F^{-1}(\alpha)\sigma_p \geq Z$  表示直线的上方,因而满足约束条件 (5) 的投资者的证券组合只能从曲线  $RT$  段选取,因而有效边界变得更窄。特别,可看出  $T$  点的预期收益率最大,因而  $T$  点对应于投资者的最优证券组合。

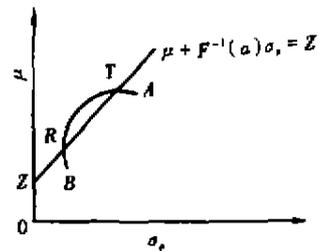


图 1 基于安全第一的最优证券组合

通过上面的分析,我们可看出,在安全第一准则下,有效边界会变得更短,这是为适应投资者投资安全的需要。借助于问题 2 的有效集,我们也可以找到  $T$  点对应的最优证券组合。显然可知,当  $\alpha$  变大时,直线斜率越小,  $T$  点将沿  $RT$  曲线段向  $A$  点移动,此时最优证券组合对应的预期收益率变大。

## 3 基于安全第一证券组合的绩效评价

我们总是希望,熟练的管理者能使他们的证券组合产生相当高的收益率。但高的收益率不一定来自管理者的高超技能,还可能是来自运气,后者是因为冒着高风险而获得的高收益。因此,为准确评价证券组合的绩效,必须运用风险调整的绩效测定方法。

常见的风险调整的绩效测定方法分别对应于马可

维茨的证券组合模型与资本资产定价模型,分别称为夏普指数与特雷诺指数<sup>[5]</sup>。夏普指数是以证券组合的风险溢价除以标准差来计算,即:

$$S_p = \frac{E(R_p) - r_f}{\sigma_p}$$

而特雷诺指数是以 $\beta$ 系数反映证券组合的风险,它也说明单位风险的溢价,即:

$$T_p = \frac{E(R_p) - r_f}{\beta_p}$$

基于安全第一的证券组合,我们也可给出其绩效评价的安全第一指数(记作 $SF_p$ ),即:

$$SF_p = \frac{E(R_p) - Z}{\sigma_p}$$

显然, $SF_p$ 与 $S_p$ 、 $T_p$ 一样,取值越高,说明证券组合的绩效越好, $Z$ 作为投资者的灾难性水平, $SF_p$ 反映的风险溢价是相对于灾难性水平,而非无风险收益率 $r_f$ ,这充分考虑了投资者对风险的控制。

#### 4 结束语

投资证券的目的在于获取更高收益,但风险也不

能太大,安全第一准则正是基于这一点,将投资者的风险限制在某一灾难性水平。因此,安全第一准则下的高收益是风险更有限的高收益,可以控制灾难性水平发生的可能性,因而较一般证券组合选择更有意义。对于风险更厌恶的投资者来说,更有实用价值。

#### 参 考 文 献

- [1] SHARPE W F. 证券投资原理[M]. 杨秀苔,刘星译. 重庆:重庆大学出版社,1998.
- [2] GOPELAND T E, WESTON J F. Financial Theory and Corporate Policy[M]. Third Edition. New York: Addison - Wesley Publishing Company, 1988.
- [3] MARKOWITZ H. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments [M]. New York: John Wiley, Sons, 1959.
- [4] KROLL J. Mean - Variance Versus Direct Utility Maximization [J]. J Finance, 1984, 39: 47 ~ 62.
- [5] 陈耀光. 证券投资分析[M]. 上海:上海财经大学出版社,1999.

## Optimal Model of Portfolio under Safety-First Criteria and Portfolio Performance Management

CAO Guo-hua<sup>1</sup>, HUANG Wei<sup>2</sup>

(1. College of Business Management, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

2. College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**ABSTRACT:** We point out the shortage of optimal portfolio model which was suggested by Markowitz in 1952, this theory has been less useful in practice because one must know indifference curves of investors. We propose safety-first criteria and get optimal portfolio model under this criteria. Two methods are given to do with probability condition, and we obtain optimal portfolio. At last, we give safety-first index to portfolio performance management.

**KEYWORDS:** safety-first; portfolio; efficient frontier; portfolio performance management

(责任编辑 刘道芬)