

文章编号: 1000-582x(2000)05-0001-03

# 基于坐标测量的准双曲面齿轮齿形精度控制

杨洪成, 秦大同, 刘恒学

(重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

TH132.42/  
TG61

**摘要:** 建立了表达准双曲面齿轮齿形精度的几何模型, 计算分析了各加工误差独立存在时对准双曲面齿轮齿形精度影响的主次及相关性, 利用齿面坐标测量值诊断齿轮加工参数误差, 并确定误差补偿参数及其修正量。齿轮的补偿加工表明本方法可提高齿形加工精度。

**关键词:** 准双曲面齿轮; 误差; 测量; 修正

**中图分类号:** TH132.421

**文献标识码:** A

坐标测量  
齿形精度控制

弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮的齿形加工质量在很大程度上影响到传动时的振动、噪音及其使用寿命。由于其齿形结构、加工方法和工作安装上的复杂性, 其加工质量主要靠传动时齿面上的接触区位置和运行的平稳性来衡量。用轮齿接触分析方法得到的机床调整参数加工的齿轮, 理论上能得到满意的接触区位置和形状<sup>[1]</sup>。但实际生产中不可避免地存在加工参数调整误差, 如果在大小轮加工时分别控制其齿形, 提高其与设计齿形的一致性, 实际得到的齿轮副的接触区位置和形状将与设计相同。运用加工参数误差诊断和补偿原理, 可以比较经济地提高齿形加工精度, 不少外国学者对此进行了研究<sup>[2-4]</sup>, 其误差诊断的方法各有特点, 补偿方法也不尽相同, 还有待于完善和发展。笔者针对准双曲面齿轮加工时齿形精度的控制问题进行了理论和实验研究。

## 1 准双曲面齿轮的齿面加工及齿廓偏差

齿轮加工刀具如图1所示, 内外切削刃旋转形成两个锥面, 内外刃分别切出凸齿面和凹齿面, 其参数有刃顶半径  $r$  和齿形角  $\alpha$ 。根据准双曲面齿轮的滚切加工原理, 可建立如图2所示的加工坐标系。图中标架  $o - x_R y_R z_R$  为空间固定标架, 标架  $o_1 - x_1 y_1 z_1, o_2 - x_2 y_2 z_2$  分别与机床摇台和轮坯固连,  $\varphi_2$  为齿轮转角,  $\varphi_1$  为零时  $Q$  对应的初始摇台角为  $Q_0, E, X_B, X_P, \theta$  分别为垂直轮位、床位、水平轮位和安装角。

$S_d$  为刀位, 它对应的机床偏心鼓轮转角为  $\beta$ 。设加工时滚比挂轮比和分度挂轮比分别为  $i_1, i_2$ , 可根据齿轮啮合理论推导出齿轮的齿面方程。简单表示为

$$\begin{cases} x_2 = x_2(X, u, v) \\ y_2 = y_2(X, u, v) \\ z_2 = z_2(X, u, v) \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $X = [r_c, \alpha_c, \beta, Q_0, E, X_B, X_P, \theta, i_1, i_2]$  为加工参数,  $u, v$  为齿面几何参数。

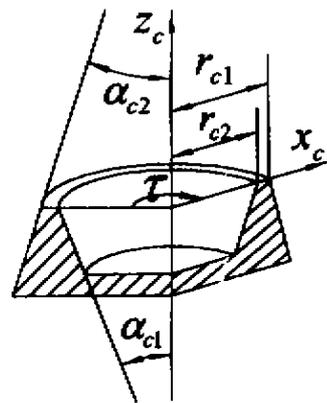


图1 刀具示意图

由于齿轮是旋转件, 就单一齿面对齿轮啮合性能的影响, 一则视其齿形, 再则视其安装位置。按设计安装位置进行分析时, 则只需考虑齿形误差的影响。如图3(a)所示, 齿轮的设计齿面  $A$  和含加工参数误差的理论齿面  $B$  分别位于静标架  $o_2 - x_2 y_2 z_2$  和动标架  $o_1 -$

收稿日期: 1999-12-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59675006)

作者简介: 杨洪成(1970-), 男, 重庆江津人, 重庆大学博士生, 主要从事齿轮啮合理论及工程应用的研究。

$x_1, y_1, z_1$  中, 点  $P$  为  $A$  上的设计计算基准点, 两标架各对应轴重合。  $B$  随标架转动角度  $\Phi$  至一点与  $P$  重合的位置  $B'$ , 则此时  $A$  上任意一点  $M$  沿其法向  $n$  到  $B'$  的有向距离称为  $B$  相对于  $A$  在  $M$  点处的齿廓偏差, 如图 3(b)。

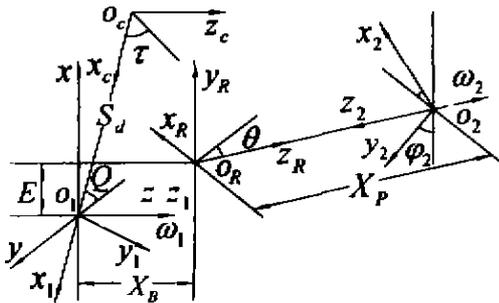
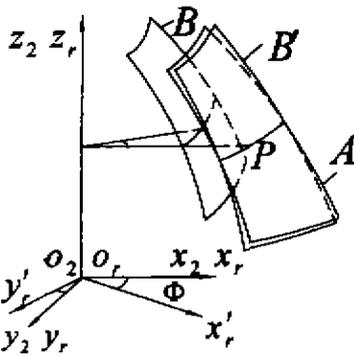
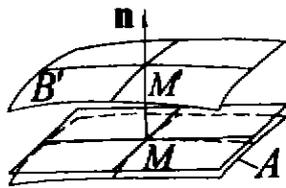


图 2 加工坐标系



(a)



(b)

图 3 齿廓偏差示意图

## 2 加工参数误差对齿廓偏差的影响

假设齿轮的加工参数为  $X'$ ,  $A$  上点  $P$  的坐标为  $[x_p, y_p, z_p]$ , 加工参数误差为  $\Delta X$ , 则实际加工参数为  $X = X' + \Delta X$ , 对于点  $P$  有

$$\begin{cases} x_p^2 + y_p^2 = [x_2(X, u, v)]^2 + [y_2(X, u, v)]^2 \\ z_p = z_2(X, u, v) \end{cases} \quad (2)$$

方程组只含  $u, v$  两个未知量, 可解出图 3(a) 中的  $B$  转角

$$\tan \Phi = \frac{x_2(X, u, v)y_p - y_2(X, u, v)x_p}{x_2(X, u, v)x_p + y_2(X, u, v)y_p} \quad (3)$$

对于  $A$  上的任意点  $M$ , 已知其坐标为  $[x_k, y_k, z_k]$ , 单位法矢  $n = [n_x, n_y, n_z]$ , 求  $B$  相对于  $A$  在该点处的齿廓偏差  $\lambda$ , 由图 3 有

$$\begin{cases} x_k + \lambda n_x = x_2(X, u, v)\cos\Phi - y_2(X, u, v)\sin\Phi \\ y_k + \lambda n_y = x_2(X, u, v)\sin\Phi + y_2(X, u, v)\cos\Phi \\ z_k + \lambda n_z = z_2(X, u, v) \end{cases} \quad (4)$$

方程组中仅有  $\lambda, u, v$  三个未知量, 同样可解。通过对各加工参数误差独立存在时误差齿面对设计理论齿面的齿廓偏差的计算发现: 齿廓偏差对偏心鼓轮转角误差最为敏感, 而摇台角误差引起的齿廓偏差为零; 刀盘刃顶半径误差和床位误差引起的齿廓偏差线性相关; 同时, 偏心鼓轮转角误差和垂直轮位误差对齿廓偏差的作用具有一定的相似性, 两者与床位误差对齿廓偏差的作用在一定程度上互补, 但不与线性相关; 安装角误差引起齿廓偏差的规律是从齿根到齿顶由负到正逐渐增大, 其影响程度自齿轮小端向大端逐渐增强; 水平轮位误差引起的齿廓偏差呈两端大, 中间小的趋势。

## 3 齿轮加工参数误差的诊断及补偿

齿轮加工参数误差是根据实际齿面的坐标测量值求解出齿面的实际加工参数与设计加工参数比较出来的。

准双曲面齿轮齿面坐标测量通常在三坐标机或类似的测量仪器上进行。测头为一定半径的球体如图 4。量仪提供测点对应的测头中心的机器坐标值, 图 5 为量仪坐标系与齿轮坐标系间的关系示意图, 图中标架  $o_m - x_m y_m z_m$  是量仪的系统标架,  $o_2 - x_2 y_2 z_2$  为加工时的齿轮标架,  $t$  为齿轮轴向加工基准到测量基准的距离, 通常二基准应一致而取值为 0, 则实测时可将测量结果转换到与齿轮固连的某标架  $o'_2 - x'_2 y'_2 z'_2$  上, 作者考虑到测头半径的影响及测量效率等因素, 采用任意采点法测量, 图中  $x_2$  轴与  $x'_2$  轴间的夹角  $\delta$  可在误差求解时确定。

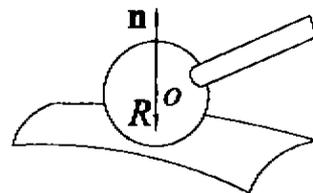


图 4 测头示意图

假设测头半径为  $R$ , 测得  $k$  个点中第  $i$  点的坐标值为  $[x'_2, y'_2, z'_2]$ , 则可建立下式

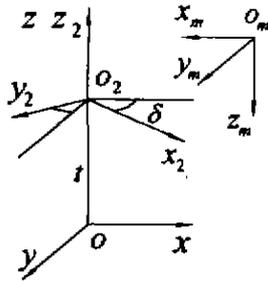


图 5 测量坐标系

$$\min f = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \lambda_i^2}$$

$$s.t. \begin{cases} x_2(X, u, v) + n_{21}(X, u, v)(R + \lambda_1) = \\ \quad x'_2 \cos \delta - y'_2 \sin \delta \\ y_2(X, u, v) + n_{22}(X, u, v)(R + \lambda_1) = \\ \quad x'_2 \sin \delta - y'_2 \cos \delta \\ z_2(X, u, v) + n_{23}(X, u, v)(R + \lambda_1) = z'_2, \\ \quad i = 1, k \end{cases} \quad (5)$$

作为求解被测齿面的实际加工参数的数学模型,以设计加工参数  $X'$  作为初始点,采用  $\delta$  与  $X$  轮换搜索的方法即可同时求得实际加工参数  $X$  和  $x_2$  轴与  $x'_2$  轴间的夹角  $\delta$ 。求解出的齿面实际加工参数  $X$  与设计加工参数  $X'$  之差即为加工参数误差。

齿面加工参数误差的补偿,将每个参数都调整到设计值是不现实的,只能根据各参数的机床实际精度予以调整。此外,还应根据实际要求和调整的方便与否,利用加工参数误差间的相关性与补偿性,尽量减少要调整的参数。为此,在设计理论齿面上比较均匀地选取  $n$  个控制点,计算出各控制点的坐标  $[x_{2i}, y_{2i}, z_{2i}]$  和单位法矢  $[n_{21}, n_{22}, n_{23}] (i = 1, \dots, n)$  及设计计算基准点坐标  $[x_p, y_p, z_p]$ 。利用式(2)、(3)和(4)可求出按某加工参数  $X'$  加工的齿面在各控制点对设计理论齿面的齿廓偏差  $\lambda'_i$ , 建立函数

$$f' = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda_i'^2}$$

作为确定加工参数误差补偿参数修正量的数学模型。以齿面坐标测量值计算出的实际加工参数  $X$  为初始点,并使加工参数调整量按机床最小刻度的整数倍变化,用离散优化的方法求出  $f'$  的最小点  $X_d$  即为修整后的加工参数,其确定的理论齿面比原实际齿面更接近于设计理论齿面,从而提高齿轮的齿形精度。 $X_d$  与  $X$  之差即为误差补偿参数的修正量。

对一弧齿锥齿轮副的小轮的凸齿面进行实验。齿

面坐标测量时,先确定试件轴向加工基准及转轴在量仪上的位置,然后自上而下比较均匀地选取 10 个测量面,分别在每个测量面上从齿根向齿顶测 5 个点的坐标。根据测量结果计算出的实际加工参数表明刀具齿形角等 6 个参数都不同程度存在误差,而误差修正参数仅垂直轮位、偏心鼓轮转角和水平轮位 3 个。修正调整加工后重新进行了齿面坐标测量。修正加工前后的坐标测量结果计算出的对齿轮设计理论齿面的齿廓偏差对比如表 1。结果表明加工参数误差补偿后的齿形精度明显提高。

表 1 修正前后测点齿廓偏差 (单位:0.01 mm)

	测点平均	最大齿廓	最大齿廓
	齿廓偏差	正偏差	负偏差
修正前	14.26	24.46	-21.97
修正后	2.21	5.74	-3.64

#### 4 结论

笔者在建立齿廓偏差模型的基础上,计算分析了准双曲面齿轮各加工参数误差独立存在时引起齿廓偏差的规律。研究表明:摇台角误差对齿廓形状没有影响,齿廓偏差对偏心鼓轮转角误差最为敏感,刀盘刃顶半径误差与床位误差线性相关,偏心鼓轮转角误差和垂直轮位误差对齿廓偏差的作用具有一定的相似性,两者与床位误差对齿廓偏差的作用在一定程度上互补,但不线性相关。建立了基于齿面坐标测量的齿轮加工参数误差的求解模型,并利用加工参数误差对齿廓偏差影响的主次及互补性建立了误差补偿参数修正量的求解模型。齿面测量和修正加工实验表明,补偿加工后的齿形精度明显提高。

#### 参考文献:

- [1] 郑昌启. 弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮[M]. 北京: 机械工业出版社, 1988.
- [2] LITVIN F L, ZHANG YI, KIEFFER J, et al. Identification and Minimization of Deviations of Gear Real Tooth Surfaces [J]. Journal of Mechanical Design, 1991, 113(1), 55-62.
- [3] KAWASAKI K, TAMURA H, NAKANO Y. A Method for Inspection of spiral Bevel Gears in Klingelnberg Cyclo-pal-lokd System [C]. Proc. of International Gearing Conference, Newcastle upon Tyne, 1994, 9, 305-310.
- [4] LITVIN F L, KUAN C, WANG J C, et al. Minimization of Deviation of Gear Real Tooth Surfaces Determined by Coordinate Measurements [J]. Journal of Mechanical Design, 1993, 115(4), 995-1001.

(下转 16 页)

- [2] 熊振翔,李心灿. 曲线、曲面、光顺[M]. 北京:国防工业出版社,1981.1-180.
- [3] 金文标. 若干特殊曲面的造型和应用[D]. 杭州:浙江大学,1999.
- [4] 张锡安. 计算机辅助设计基础教程[M]. 北京:兵器工业出版社,1991.150-184.

## Research & Operation on Mathematical Methods used in NC System of Profile-followed Grinding Robot

CHEN Guo-Cong, YANG Zheng-Shu

(The Institute of mechanical Engineering of Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** Several mathematic methods used in the numerical control system of profile-followed grinding robot are described. Cubic parametric Spline surface function is employed to fit the geometric model of the surface grinded with high precision. Improvement of the physics performance of blade is obtained by reconstructing the large-size surface of turbine blade based on calculation geometry. Graphic linear transfer technique is provided to users with unique format of programming. Graphic non-linear transfer technique is used to solve some more difficult problems successfully including transformation of the coordinates of controlled points in multicoordinates system, adjustment of the attitude of grinding head as well as realization of constant-pressure grinding. All these mathematics methods are demonstrated feasible and efficient in actual practice and are valuable in developing large-size surface grinding robots.

**Key words:** Industrial robot surface fitting surface modeling Graphic transform

(责任编辑 成孝义)

\* \* \* \* \*

(上接3页)

## Profile Precision of Hypoid Gears Controlled by Coordinate Measurements

YANG Hong-cheng, QIN Da-tong, LIU Heng-xue

(The State Key Lab of Mechanical Transmission of Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** The geometrical model of profile-error is put forward to describe the tooth surface precision of hypoid gears. The influence of each machine-tool setting error on profile-error is investigated respectively, and the research of the associativity and compensativity among the machine-tool errors are made. The setting errors of machine-tool, the optimal modifying parameters and their value are got from the measurement coordinates of hypoid gear real tooth surface, and the adjusted manufacturing shows the geometrical precision of the tooth surface is improved effectively.

**Key words:** hypoid gear; deviation; measurement; modification

(责任编辑 成孝义)