

文章编号:1000-582x(2001)02-0001-04

包络环面蜗杆传动的承载接触研究

秦东兴, 秦大同, 杨洪成

(重庆大学机械传动国家实验室, 重庆 400044)

摘要: 用罚函数接触有限元法分析了包络环面蜗杆传动的轮齿应力、接触齿面上接触力分布、接触区的形状以及接触中心的偏移状况, 研究了不同载荷作用下瞬时啮合齿对间的载荷分配和接触区域的变化规律; 并用三维光弹实验验证了在载荷作用下包络环面蜗杆传动轮齿间的接触应力分布和载荷分配情况, 其实验测试结果与用接触有限元分析所得数据具有一致性。

关键词: 包络环面蜗杆; 接触力; 载荷分配; 光弹实验

中图分类号: TH 123.41

文献标识码: A

目前对齿轮承载接触的研究主要集中于渐开线齿轮^[1]、准双曲面齿轮^[2,3]和圆弧齿轮。包络环面蜗杆传动的承载接触属于瞬时多齿啮合, 全齿高双线接触, 且啮合齿面的相对法曲率半径很大。在载荷的作用下, 轮齿的变形使接触区移动, 接触状况发生变化, 因此传动性能和不考虑载荷的几何分析的结果不同。这方面近几年先后有一些研究成果^[4,5], 但对接触区的形状和接触力在瞬时啮合齿对间的分布等问题目前尚没有较为一致的认识。因此从理论和实验的角度考察载荷对轮齿接触的影响规律, 可以深化对实际运行中的包络环面蜗杆传动的动力接触传递的认识。

1 接触算法

考虑物体 Ω_1 和 Ω_2 的接触运动, 设 P 是 Ω_1 的表面 A 上的一点, n 是曲面 A 位于点 P 的单位法向矢量。由于相互接触物体的几何形状所确定的初始间隙记为 p_0 , 以 u_a, u_b 表示物体 Ω_1 和 Ω_2 在点 P 处的位移, 则两物体表面间隙满足:

$$p = p_0 + (u_a - u_b) \cdot n \geq 0 \quad (1)$$

对单个有限元节点的任一自由度, 该点处的两接触面的间隙为:

$$p = p_0 + \left[\sum_{i=1}^n N_a^i u_a^i - \sum_{j=1}^m N_b^j u_b^j \right] \cdot n = p_0 + [q_n] \{u\} \quad (2)$$

其中 N_a^i 和 N_b^j 表示位移插值函数, $[q_n]$ 是位移插值函数和曲面单位法矢的点积矩阵, $\{u\}$ 表示相应的节点的位移矢量矩阵。对所有接触单元, 以 P_0 表示接触点对间隙矩阵, Q_n 表示位移插值函数和表面单位法矢的点积矩阵, U 表示节点位移矩阵, 方程(2)表示为:

$$P = Q_n U + P_0 \quad (3)$$

根据罚函数方法, 可以得到方程(3)的 Lagrangian 势函数。设 T_n 和 ϵ_n 分别表示 Lagrangian 乘子矩阵和法向罚因子矩阵, 对 Lagrangian 势能函数求位移的偏导并使其为零得到罚函数有限元的接触控制方程:

$$(K + Q_n^T \epsilon_n Q_n) U = F - Q_n^T (T_n + \epsilon_n P_0) \quad (4)$$

2 接触有限元分析

考虑平面包络环面蜗杆与斜平面齿轮共轭啮合, 指定蜗杆螺旋面上的接触线上一点为接触单元的一个节点, 则该点处蜗杆齿面的法线和相应的齿轮齿面的交点被定义为接触单元的第二个节点。对不在接触线上的点, 将该点预置为接触单元的一个节点, 该点处蜗杆齿面的法线和齿轮齿面的交点预置为接触单元的另一个节点, 以在接触线附近可能进入接触的区域形成接触单元。这样, 接触线上及其临域内所有的节点都被定义为接触单元的节点, 这个区域必须能够覆盖实际接触的区域, 使得实际参加接触的所有节点都被定义为接触单元的节点。每个接触单元联结着蜗杆齿面

• 收稿日期: 2000-11-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59775011)及教育部跨世纪人才培养计划基金资助

作者简介: 秦东兴(1970-), 男, 河南林州人, 工学博士。主要从事 CAD、CAM 的开发研究。

和平面齿轮齿面上的一个节点,并将约束关系(1)施加于有关的节点的相应的位移分量。

对模型边界作如下处理:首先将平面齿轮内径旋转面上所有的节点固定为零位移,约束蜗杆使之仅限于绕其轴线转动。另外蜗杆轴线的两个端点也被固定为零位移以保证组集后的刚度矩阵非奇异,由于该约束远离接触区域并且不产生反力矩,根据 Saint Venant 原理,它对接触状态的影响非常小。通过在蜗杆的两个轴切面的所有节点上施加垂直于切面的节点力,形成作用在蜗杆上的扭矩载荷。设蜗杆的轴切面上的节点 i 与蜗杆转轴的距离为 r_i ,各节点上施加的外力为:

$$f_i = A_0 r_i n \tag{5}$$

其中 n 是蜗杆的轴切面的单位法矢, A_0 是节点力的幅值系数。作用在蜗杆的另一轴切面上的节点力的形式和前者相同,但方向和该纵切面的法矢相反。方程(5)表明节点外力的大小和该节点到蜗杆轴线的距离成正比,这对产生有效的扭矩来说是必需的。

求解要经过双层迭代过程,内层迭代求解方程(4)更新接触区域,使所有接触的点对的相互嵌入条件为零。当内层迭代收敛后所有接触点对的接触状态可以在外层迭代中确定。随着接触区域承载扩张,接触点对相互分离的接触单元将被从整体方程中剔除,如果接触点对相互嵌入,该接触单元正处于接触状态,将被设置为活动的单元而包含到整体方程中。

用于接触有限元分析的包络环面蜗杆传动的设计参数如下:

中心距:220 mm 蜗杆头数:2

平面齿轮齿数:40 包容齿数:4
模数:8.21 mm 工具母面倾角:6°
形成圆直径:63 mm 旋向:右

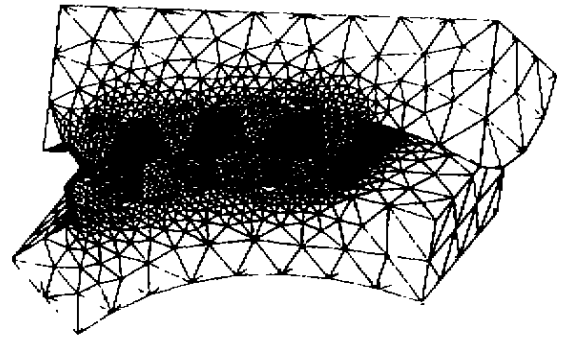


图 1 包络环面蜗杆传动的有限元网格

模型单元网格如图 1,其中包含 3 个瞬时接触齿对,在 3 个齿对的接触部位处网格被局部细分,在蜗杆上施加不同的有效扭矩考察载荷对接触的影响,所有的扭矩均被分成多个载荷步。接触轮齿的弹性变形使得接触从初始位置向外扩展,卸载之前接触为共轭线接触,卸载后变成贯穿齿高方向的细长的带状区域,其高度几乎覆盖全部平面齿轮的齿高。从接触区域的两侧到接触区域的中心线,接触压力迅速增加,接触压力沿平面齿轮齿宽方向的分布象倒置的大写字母‘U’,而沿齿高方向,接触力几乎均匀分布。并且随着载荷的增加接触区域逐渐扩大,但是其分布并没有明显的变化。当载荷为 12 kg·m,平面齿轮的位置角为 16.5° 时,齿轮齿面接触区和接触压力分布如图 2。

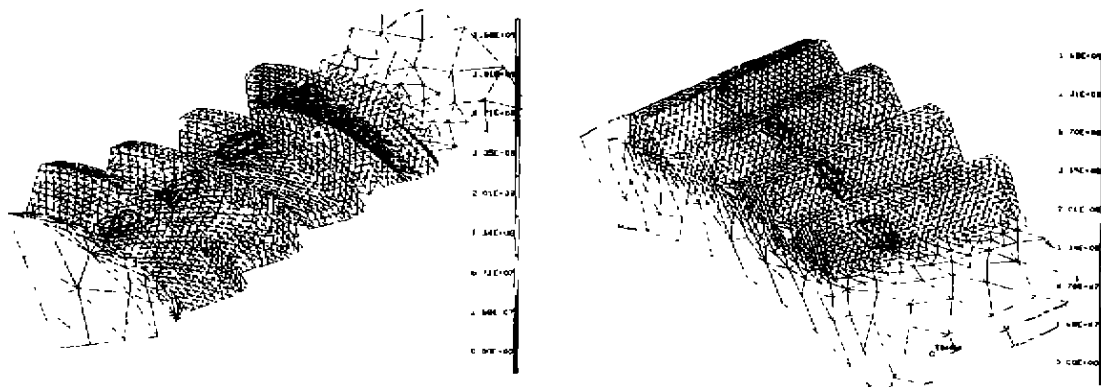


图 2 接触区域和接触压力分布图

由于两接触齿面的相对主曲率从平面齿轮的齿根到齿顶逐渐增加,第一个齿对上的接触区从平面齿轮的齿顶到齿根逐渐变宽。但在第 4 个接触齿对上,载荷作用下轮齿变形使两轮齿发生干涉,形成对载荷

传递不利的齿顶边缘接触,故接触区域的变化趋势和第一齿对恰好相反。在第 2 和第 3 齿对上,接触区域沿中心线方向几乎是处处等宽。实际接触区的中心线并不位于没有载荷时的齿面理论接触线的位置,两者

之间有一微小的偏移,该偏移使蜗杆相对于平面齿轮有一个很小的超前角。这和目前普遍认为接触区的中心线和理论接触线的位置重合的观点不同。

瞬时接触区的平均宽度和面积是齿轮接触性能的重要指标,由于两接触齿面的相对主曲率从蜗杆螺旋齿面的入口到出口逐渐增加,接触区域受载扩展时,从第一个齿对到最后一个齿对,接触区逐渐变窄,不同的载荷工况下的计算都反映了这个规律。对于相同的接触齿对,接触区域的平均宽度随载荷的增加而增加,接触压力在其上的分布和扭矩、齿轮的位置角,相啮齿面的相对法曲率条件及误差因素等因素有关。

实际接触区的中心线并不位于没有载荷时的齿面理论接触线的位置,两者之间有一微小的偏移,该偏移使蜗杆相对于平面齿轮有一个很小的超前角。这和目前普遍认为接触区的中心线和理论接触线的位置重合的观点不同。当平面齿轮固定在任一位置角时,由于接触变形和齿面法向方向相反,接触线扩展为带状接触区,蜗杆受扭矩驱动将转过一个角度以保持和平面齿轮齿面接触,随着接触区域的扩展,这个角度也逐渐增大,直到接触区域扩展到足以驱动平面齿轮转动为止。因此蜗杆将领先于平面齿轮一个转角,这个弹性变形补偿角就是接触区域的中心线偏离理论接触线的原因。接触区的偏移模式有以下两种:

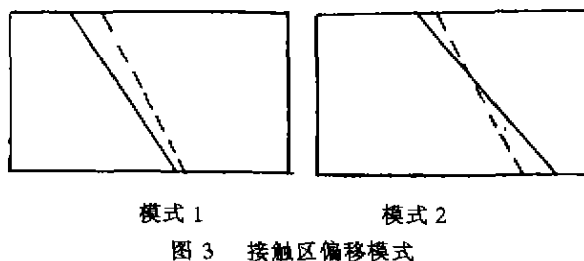


图3 接触区偏移模式

其中虚线表示理论接触线,实线表示承载接触区的中心线。一般而言,接触区在载荷较小时以模式1偏移,并且不易发生齿顶边缘接触;以模式2偏移时,平面齿轮齿根的接触较宽。承受一定载荷时,这两种接触模式可能同时存在,表明蜗杆和蜗轮之间不仅具有相对整体转动,而且发生了相对整体扭曲。

由于平面齿轮的齿面法矢为常量,每个接触区内所有参与接触的节点上的接触压力可以叠加起来得到相应的瞬时接触齿对传递的载荷,4个接触齿对的载荷分配如表1所示(因为篇幅所限,仅列四种载荷工况)。

表1 瞬时接触齿对的载荷分配

扭矩 (kg·m)	第1 齿对(%)	第2 齿对(%)	第3 齿对(%)	第4 齿对(%)
63	33.5	31.2	14.4	20.9
94	32.4	27.9	21.2	18.5
125	32.1	28.2	21.5	18.2
250	32.1	29.4	20.6	17.9

从结果可以看出载荷从进入接触的齿对到退出接触的齿对逐渐减小,这是因为从蜗杆螺旋齿面的入口到出口,两接触齿面的相对主曲率逐渐增加所致。当载荷较大时,由接触压力和接触齿面的相对主曲率决定的应力分布也由于接触变形和轮齿弯曲变形进一步自适应扩展,这种减小趋势将更加明显。虽然第一齿对承受的载荷百分比最大,但由于接触区域较大,故和其它齿对相比,应力并没有显著的增加。

3 光弹实验研究

三维光弹实验最常见的方法是应力冻结切片法。将受力的树脂齿轮模型升温到冻结温度,恒温到一定时间后加载,再缓慢降至室温,卸载后树脂模型受载变形所产生的各向异性就永久地保存。将树脂模型切片,各向异性所产生的双折射效应可以在光弹仪上检测到。将斜平面齿轮(齿面经过磨削以保证树脂齿轮模型的精度和易于脱模)放入有机玻璃盒中,在长宽高三个方向上保留一定的空间,使硅橡胶模型具有足够的刚度以易于脱模。在硅橡胶胶体溶液中加入2%的交联剂正硅酸乙脂,搅拌均匀后用真空泵抽出溶液中的气泡,沿着玻璃框的一角缓慢地倒入至液体表面与斜平面齿轮的上端面持平,使硅模在空气中自然冷却48小时,取出斜平面齿轮即可得到硅橡胶凹模。将环氧树脂粉末与30%的固化剂顺丁烯二酸酐倒入烧杯加热到60°溶化,搅拌均匀后将其倒入硅橡胶凹模中,抽出液体中的气泡,放入远红外烘箱内沿着图4的温度曲线固化72小时,取出模型,车树脂齿轮的轴孔和端面,便得到了环氧树脂齿轮试件。将该试件固定在加载装置上,调整中心距等参数,施加扭矩载荷,与标定的圆盘一起放入远红外烘箱,按图5的冻结曲线加载冻结24小时后缓降到室温,卸载后切片,放到光弹仪中照相。

用标定圆盘的等差条纹图标定树脂材料的条纹值 $f=0.188\text{ N/mm}$,在环氧树脂齿轮试件上施加的扭矩为 $9.6\text{ N}\cdot\text{m}$,切片的等差条纹如图6和图7所示(这里仅给出两个切片的等差条纹图)。

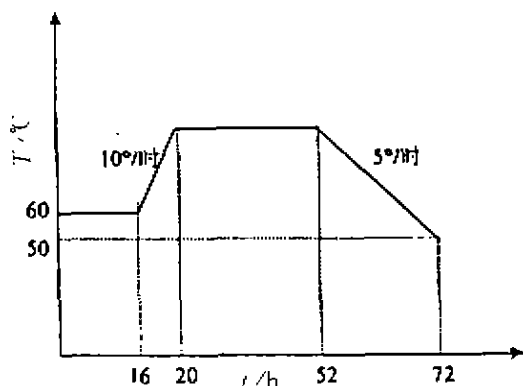


图4 材料固化温度曲线

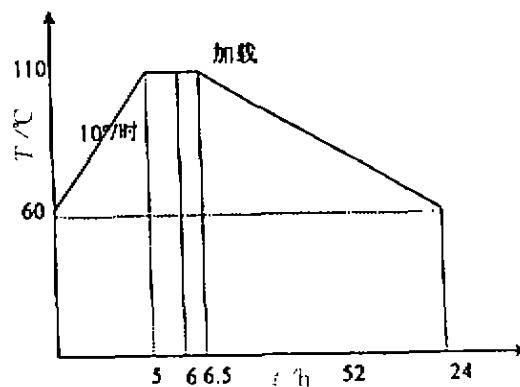


图5 应力冻结温度曲线



图6 切片1的等差条纹



图7 切片2的等差条纹

分析各切片的厚度和条纹级数得到各接触齿对的应力分布如表2:

表2 各齿对接触力分布

扭矩 (kg·m)	第1 齿对(%)	第2 齿对(%)	第3 齿对(%)	第4 齿对(%)
12	40	35	20	5
18	41	36	17	6
25	43	35	16	6

应力条纹表明,各个接触齿对的载荷分布是不均匀的,载荷从进入接触的齿对到退出接触的齿对逐渐减小,这与接触有限元分析的结果是一致的。

4 结论

有限元计算和光弹实验表明,受载后平面包络环面蜗杆传动的齿面接触区变成贯穿齿高方向的细长的带状区域,高度几乎覆盖全部平面齿轮的齿高,其中心线和没有载荷时的齿面理论接触线的位置之间有一微小的偏移,这种偏移导致了三种不同的承载接触模式,载荷从进入接触的齿对到退出接触的齿对逐渐减小。

参考文献:

- [1] LI JIANFENG, WANG JUNXIAO, ZHANG GE, et al. Finite element analysis of straight and helical bevel gears[A]. Conference of international mechanical transmission, Tianjin China[C]. 1997:768-775.
- [2] GUO XIAODONG, LI RUNFANG, HUANG CHANGHUA, et al. CAE system for spiral bevel and hypoid gearing[A]. 日本机械学会二次包络环面蜗杆传动承载能力的研究讲演论文集[C] 1994:361-364.
- [3] BIBLE G D, KUMAR A, REDDY S, et al. Contact stress analysis of spiral bevel gears using finite element analysis[J]. Journal of Mechanical Design, ASME, 1995, 117(5):235-240.
- [4] 吴鸿业, 华崇志. 用有限元法研究蜗杆副轮齿承载状况[J]. 机械工程学报, 1991, 27(4):30-36.
- [5] SIMON V. Stress analysis in double enveloping worm gears by finite element method[J]. Journal of Mechanical Design, ASME, 1993, 115(3):139-143.

(下转 11 页)

- tomation Magazine, 1996, 3(3): 44-56.
- [2] 吴江红, 韦云隆, 张光辉, 等. 肠道微机器人无损驱动原理仿真模型研究[J]. 重庆通信学院学报, 1999, 18(4): 35-39.
- [3] 吴江红, 朱永清, 程西云, 等. 狗小肠黏液的流变性能研究[J]. 重庆大学学报, 2000, 23(2): 10-12.
- [4] 冯元桢. 活组织的力学特性[M]. 长沙: 湖南科技出版社, 1983.
- [5] DTORKHLOM J H, VILLADSEN MD G E, JENSEN MD S L, et al. Passive Elastic Wall Properties in Isolated Guinea Pig Small Intestine Digestive Diseases and Science[J]. 1995, 40(5): 976-982.
- [6] GREGERSEN H, EMERY J L, MCCULLOCH A D. Annals of Biomechanical Engineering, History-dependent Mechanical Behavior of Guinea-pig Small Intestine[J]. 1998, 26: 1-9.
- [7] GREGERSEN H, KASSAL G, PALLENCAOA E, et al. Morphometry and Strain Distribution in Guinea-pig Duodenum with Reference to the Zero-stress State[J]. Am J Physiol, 1997, 273: 865-874.

Biomechanics Behavior of Pig's Small Intestines

WU Jiang-hong¹, Cheng Xi-yun¹, WEI Yun-long¹,
ZHU Yong-qing¹, ZHOU Yin-sheng², XU Shi-rong³

(1. The State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 2. Zhenjiang University, Hangzhou 310027, China; 3. College of Bioengineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: The biomechanics behavior of pig such as duodenum and jejunum are studied and a formulation of the stress-strain relation is presented. The results indicate that the exponential coefficient a of each is almost the same and the incremental elastic modulus of duodenum is larger than those of jejunum. That is to say, the jejunum can be more easily deformed and the biomechanics behavior of the duodenum and the jejunum is almost the same. The results are necessary for study on the Noninvasive method to drive a Medical Microrobot.

Key words: biomechanics; small-intestines; medical robot

(责任编辑 戚孝义)

* * * * *

(上接4页)

Study on Contact of Loaded Hourglass Worm Gearing

QIN Dong-xing, QIN Da-tong, YANG Hong-cheng

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: With the Contact Finite Element Method, the distribution and contact zone of the hourglass worm gearing are calculated. Under the different loads, load among the teeth pairs and variation of contact zone are investigated. The photo-elastic experiment has been proceeded for verifying the pressure distribution and load sharing. The result by photo-elastic experiment is corresponding to the calculating result with contact FEM.

Key words: hourglass worm; contact force; load sharing; photo-elastic experiment

(责任编辑 戚孝义)