

文章编号: 1000-582x(2001)02-0072-04

# 三相六开关 Boost 整流器的简化大信号模型

于相旭, 侯振程, 叶一麟

(重庆大学 电气工程学院, 重庆 400044)

**摘要:** 三相 Boost 功率因数校正(Power Factor Correction, PFC)电路的分析和设计远比 DC/DC 变换器复杂, 因为平均模型状态方程的系数矩阵是时变的。采用  $d-q$  变换后, 稳态系数阵为常数, 但由于  $d, q$  通道相互耦合, 设计难度大。文中结合等效拓扑变换和功率平衡法, 把主电路简化成 DC/DC 变换器, 使主电路的阶次降为二。简化电路与原始电路的参数对应关系非常简单, 可用于主电路参数设计, 模型经小信号线性化之后, 还可在复频域设计输出电压调节器。小信号模型使该类电路的设计大为简化。对比性的仿真结果说明简化模型能反映原电路的主要动态特性。

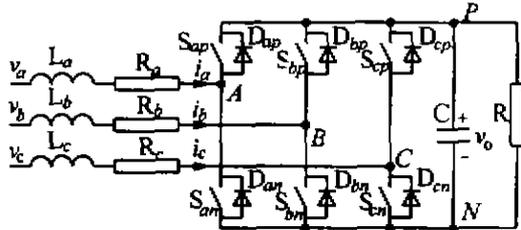
**关键词:** 功率因数校正; 建模; 三相变换器

**中图分类号:** TM 714

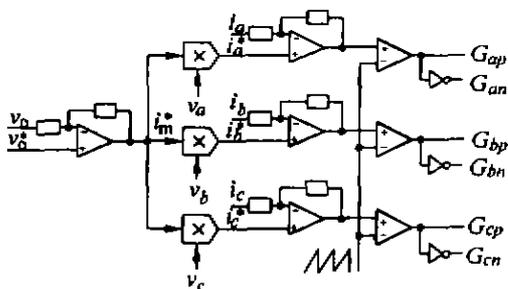
**文献标识码:** A

三相 PFC 一般完成两个功能: 一是输入电流跟踪三相输入电压; 二是输出直流电压预调整。因此, PFC 常采用双闭环控制, 内环实现电流跟踪, 外环稳定输出直流电压。图 1(b)是典型模拟电路控制方案。

可用“双环分离法”简化三相 PFC 控制电路的设计: 设计电流内环时, 假定输出电源稳定; 而设计外环时, 又假设内环已跟踪上, 从而可以分开设计内、外环。分离的前提是电流环的带宽比电压环宽得多。一般电压环带宽取工频的几分之一, 这种假设是合理的。对内环而言, 3 个内环结构完全相同, 其单相结构为一阶, 设计相对容易; 对外环而言, 主电路是三相, 其平均模型为三阶, 电压环的设计仍比较复杂。PFC 电路在  $a-b-c$  框架下的平均模型早就有了, 这种模型可用于内环设计, 然而却不适合于外环设计, 原因是模型含时变参数, 一般要经过  $d-q$  变换后才便于分析。在  $d-q$  框架下,  $d, q$  通道相互耦合, 即使采用解耦<sup>[1]</sup>技术, 简化也不多。于是如何简化主电路模型成为电压外环设计的关键。文献[1~5]在这方面作了尝试, 取得了一些进展: 文献[1~3]把主电路简单地近似成一阶惯性环节; 文献[4]则利用特勒根第一定律, 很简便地导出考虑了输入电阻、电感的模型, 并明确指出模型还含有一个左半平面零点, 不是最小相位系统, 可惜该文未从等效电路角度来考虑问题; 文献[5]则直接利用电路拓扑等效变换和 RMS 等效法, 把三相电路等效成一个 DC/DC Boost 变换器, 因此也有左半平面零点, 该法最直观, 但不能给出 DC/DC 变换器与原始模型之间参数的准确对应关系, 文中将克服文献[1~5]的不足, 结



(a) 主电路拓扑



(b) 典型控制电路

图 1 三相六开关 Boost 整流器

• 收稿日期: 2000-06-19

作者简介: 于相旭(1971-), 男, 河南内乡人, 重庆大学博士生。从事电力电子方面的研究。

合功率平衡法和等效电路变换法,建立起三相整流器的简化大信号模型,该模型的建立过程非常简单,却考虑了输入电阻上的损耗及输入电感上的能量变化,非常易于理解和应用,使 PFC 外环的设计有了可靠依据。

### 1 等效拓扑变换

图 1 中  $L_a = L_b = L_c = L, R_a = R_b = R_c = r$ , 内阻  $r$  包括电源的等效内阻和开关管的导通电阻,它总是与电感串联,在下文拓扑图中省去,实际的定量分析考虑了  $r$  的影响。由于三相 PFC 电路有多个开关,一般用开关函数

$$S_x = \begin{cases} 1 & S_{xp} \text{ 或 } D_{xp} \text{ 导通} \\ 0 & S_{xm} \text{ 或 } D_{xm} \text{ 导通} \end{cases} \quad x = a, b, c \quad (1)$$

反映开关状态,用开关组态  $S_a S_b S_c$  表示整个电路的状态。容易看出,组态 000 和 111 对应于同样的拓扑,所以主电路有 8 种组态,7 种拓扑,分析起来不方便,如果采用“ $p-q-r$ ”标记( $p, q, r \in \{a, b, c\}$ ,且满足: $S_p \neq S_q = S_r$ ),这样,电路拓扑只有 3 个, $S_p S_q S_r$  分别为 100,011 和 000(或 111)。这 3 种拓扑又可以统一成图 2,图中,  $v_p = S v_p, v_Q = S v_q, v_R = S v_r, i_p = S i_p, i_Q = S i_q, i_R = S i_r, S$  是符号函数,定义为:

$$S = \begin{cases} +1 & \text{当 } S_p = 1 \\ -1 & \text{当 } S_p = 0 \end{cases} \quad (2)$$

S1 的占空比为  $d'_{eq}$ , S2 的占空比为  $d_{eq}$ , S1 和 S2 互补导通:

$$d'_{eq} = 1 - d_{eq} = \begin{cases} 0 & \text{当 } S_a = S_b = S_c \\ 1 & \text{其它} \end{cases} \quad (3)$$

相应的微分方程组为:

$$Ls(Si_p) = S v_p - d'_{eq} 2 v_o / 3 - S r i_p \quad (4a)$$

$$Ls(Si_q) = S v_q + d'_{eq} 2 v_o / 3 - S r i_q \quad (4b)$$

$$Ls(Si_r) = S v_r + d'_{eq} 2 v_o / 3 - S r i_r \quad (4c)$$

$$Cs v_o = d'_{eq} S i_p - v_o / R \quad (4d)$$

其中,  $s$  是微分算子。只有  $i_p$  对  $v_o$  有影响,重写与输出有关的(4a)和(4d)为

$$L_{eq} \cdot s i_{eq} = v_{eq} - d'_{eq} \cdot v_o - 1.5 r \cdot i_{eq} \quad (5a)$$

$$C \cdot s v_o = d'_{eq} S \cdot i_p - v_o / R \quad (5b)$$

其中

$$L_{eq} = 1.5 L, i_{eq} = S \cdot i_p, v_{eq} = 1.5 S \cdot v_p \quad (6)$$

此外,用受控源代替图 2 中的开关,并对电源和电感做等效拓扑变换,得图 3 所示简化统一拓扑,它在形式上与 DC/DC Boost 变换器完全一样。它的动态方程与(5)一样。说明:对输出电压而言,主电路可等效为 Boost 变换器。本文中的等效模型不依赖于控制方案,而文献[5]的等效电路是从六步 PWM 方案推出的。(6)式给出了简化拓扑与原来拓扑参数之间的关系,但后两个含符号函数,不便于使用。下文将解决此问题。

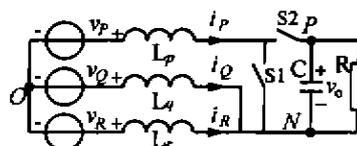


图 2 主电路统一拓扑

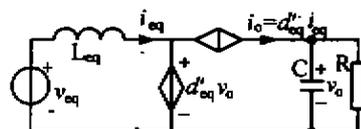


图 3 简化统一电路

### 2 等效模型的参数

设相电流完全跟踪对称的三相正弦相电压,  $v_a = v_m \cos \omega t, v_b$  和  $v_c$  依次滞后  $120^\circ, i_a = i_m \cos \omega t, i_b$  和  $i_c$  依次滞后  $120^\circ$ , 易得

$$i_a^2 + i_b^2 + i_c^2 = 1.5 i_m^2 \quad (7)$$

整流器的输入功率:

$$p_i = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = 1.5 v_m i_m \quad (8)$$

三个电阻  $R_a, R_b$  和  $R_c$  上的瞬时功率

$$p_R = R_a i_a^2 + R_b i_b^2 + R_c i_c^2 = 1.5 \cdot r \cdot i_m^2 \quad (9)$$

输出回路  $R$  和  $C$  的瞬时功率为:

$$p_o = v_o i_o \quad (10)$$

电感  $L_a$  的瞬时功率为:

$$p_{La} = i_a \cdot L \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{2} L \frac{di_a^2}{dt} \quad (11)$$

电感  $L_a, L_b$  和  $L_c$  的瞬时功率和为:

$$p_L = p_{La} + p_{Lb} + p_{Lc} = \frac{1}{2} L (i_a^2 + i_b^2 + i_c^2) = \frac{3}{2} i_m L \frac{di_m}{dt} \quad (12)$$

根据特勒根定理,即瞬时功率平衡原理,有

$$p_o = p_i - p_L - p_R$$

代人(8)~(10)和(12),整理得:

$$L \frac{di_m}{dt} = v_m - r i_m - \frac{2}{3} \frac{i_o}{i_m} v_o \quad (13a)$$

输出方程为

$$C \frac{dv_o}{dt} = i_o - i_L \quad (13b)$$

$i_L$  是负载电流。(13a)式两边同乘以  $(K_Z/K_I)$ ,得

$$K_I L \cdot \frac{d}{dt} \frac{i_m}{K_I} = \frac{K_Z}{K_I} V_m - K_Z r \cdot \frac{i_m}{K_I} - \frac{2}{3} \frac{K_Z}{K_I^2} \frac{K_I i_o}{i_m} v_o \quad (14)$$

只需令  $1.5K_Z/K_I^2 = 1$ , 即  $K_I = \sqrt{K_Z/1.5}$ , 即可以得到一簇等效参数:

$$\begin{aligned} r_{eq} &= K_Z r, I_{eq} = i_m/K_I \\ V_{eq} &= K_Z V_m/K_I, d'_{eq} = i_o/i_{eq} \end{aligned} \quad (15)$$

这样可使(5)与(14)在形式上完全一致。此时,  $i_o = d'_{eq} i_{eq}$  为开关阵列部分的输出电流,(14)说明  $K_Z$  在原则上可任意取。从等效变换推导出  $K_Z = 1.5$ , 取此值最容易理解,于是得

$$\begin{aligned} L_{eq} &= 1.5L, r_{eq} = 1.5r, i_{eq} = i_m, \\ v_{eq} &= 1.5v_m, d'_{eq} = i_o/i_{eq} \end{aligned} \quad (16)$$

至此,等效拓扑的参数均确定。易证,当输入相电压和相电流都没有零序分量时,采用正交  $d-q$  变换阵有

$$i_a^2 + i_b^2 + i_c^2 = i_d^2 + i_q^2 \quad (17)$$

$$v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = v_d i_d + v_q i_q \xrightarrow{v_q=0} v_d i_d \quad (18)$$

当  $i_q = 0$  时,把  $i_d = \sqrt{1.5} i_m, v_d = \sqrt{1.5} v_m$ , 代入上两式,也可得(7)和(8)。说明当忽略  $q$  通道电流时,简化模型和已经广为接受的  $d-q$  模型是一致的。利用这种关系,进一步得

$$d_{eq} = \sqrt{1.5} d_d \quad \text{当 } K_Z = 1.5 \text{ 时} \quad (19a)$$

$$d_{eq} = d_d \quad \text{当 } K_Z = 1 \text{ 时} \quad (19b)$$

由此看出,与(6)和(3)相比,(16)和(19)进行了开关周期平均。文献[5]采用RMS等效,得  $L_{eq} = 1.5L$ ,  $v_{eq} = 1.46v_m$ , 和(16)式或  $d-q$  模型相比,大约有3%的误差,这是因为RMS仅仅和功率传输有关,用RMS等效会带来一定的误差,而文中直接从功率传输得出“精确”参数。

### 3 小信号模型

利用(16)式中的  $d'_{eq} = i_o/i_{eq}$ , 改写(5)为:

$$\begin{cases} i_o = \frac{i_{eq}}{v_o} (v_{eq} - L_{eq} \cdot s i_{eq} - i_{eq} r) \\ C \cdot s v_o = i_o - v_o/R \end{cases} \quad (20)$$

令:  $i_{eq} = I_{eq} + \hat{i}_{eq}, v_{eq} = V_{eq} + \hat{v}_{eq}, i_o = I_o + \hat{i}_o, v_o = V_o + \hat{v}_o$ . 对(20)进行小信号线性化处理得:

$$\hat{i}_o = \frac{I_{eq}}{V_o} [(R_i - 2r - sL) \hat{i}_{eq} + \hat{v}_{eq}] - G_o \hat{v}_o \quad (21a)$$

$$Cs \hat{v}_o = \hat{i}_o - \hat{v}_o/R \quad (21b)$$

由于进行了拉氏变换,  $s$  为拉氏算子, 其中,

$$R_i \triangleq \frac{V_m}{I_m} \quad G_o \triangleq \frac{I_o}{V_o} = \frac{1}{R} \quad (22)$$

由(21)易得输入电流到输出电压的传递函数为:

$$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{i}_{eq}(s)} = K \cdot \frac{1 - sT_z}{1 + sT_p} \quad (23)$$

其中:

$$K = \left( \frac{V_{eq}}{I_o} - \frac{I_{eq}}{I_o} 2r \right), T_z = \frac{L}{R_i - 2r}, T_p = RC \quad (24)$$

由(23)式可看出,系统在右半复平面有零点,不是最小相位系统。

### 4 电路设计、仿真

若给定电路参数为:输入相电压幅值 156 V,  $L = 5$  mH, 单相输入回路内阻为  $0.5 \Omega$ , 输出电容  $C = 100 \mu\text{F}$ , 负载电阻为  $R_o = 100 \Omega$ , 输出电压为 400 V。内环电流调节器为  $G_c(s) = -16/(1 + 8 \times 10^{-6} s)$ , 用根轨迹法设计的外环电压调节器为:

$$G_v(s) = \frac{31}{s} \cdot \frac{1 + s/200}{1 + s/4460} \quad (25)$$

考虑负载大范围变动:  $R_L = R_o/\lambda$ , 其中  $\lambda = 0.1, 0.2, \dots, 1.0$ 。这种情况下,由系统的闭环根轨迹知,系统仍然稳定。为了检验设计,进行了仿真。负载在  $t = 30$  ms 时减小为十倍,即电阻变为  $1 \text{ k}\Omega$ 。

用开关模型仿真得到的电流波形见图 4(a), 可看出,输入相电流能迅速跟踪输入电压。输出电压波形见图 4(b), 虚线是用平均模型得到的电压波形,除启动过程外,二者的差异不大。 $t = 50$  ms 时负载恢复为  $100 \Omega$ ,  $t = 70$  ms 时输入电压增加 20%, 从图中可看出,启动过程的差异较大,其余时刻,两条曲线几乎重合。由图 4 可知,系统在大负载扰动时仍然稳定,输入相电流能迅速跟踪输入电压,输出电压稳定于 400 V。在刚启动时,三相电流未跟踪输入电压,  $i_q$  不为零,简化模型

有较大误差,随后电流跟踪电压,  $i_q$  接近零,简化模型非常有效。

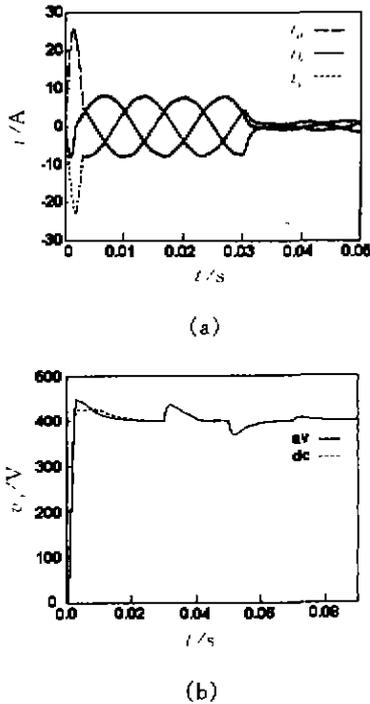


图4 仿真波形

## 5 结论

三相 Boost 型功率因数校正电路可以简化成 DC/

DC 变换器,简化模型与原始电路参数有非常简单的对应关系。简化电路是一种低频等效模型,可以模拟原始电路输入电压变动和负载大幅波动的动态响应,有较高的精度。因此简化模型对分析和设计均有很大帮助。由于原始电路在启动初始阶段的输出电压小于线电压峰值,处于不可控整流态,所以用简化模型仿真启动过程可能有较大的误差。

## 参考文献:

- [1] VERDECHO P, MARQUES G D. DC Voltage Control and Stability Analysis of PWM-Voltage-type Reversible Rectifiers[J]. IEEE Trans on IE, 1998, 45(2): 263-273.
- [2] 董小鹏,裴云庆,王兆安. 一种电压型 PWM 整流器控制方法的研究[J]. 电工技术学报,1998, 13(5): 31-36.
- [3] TSAI M, TSAI W I. Analysis and Design of three-phase AC-to-DC Converters with High Power Factor and Near-Optimum Feed Forward[J]. IEEE Trans on IE, 1999, 46(3): 535-543.
- [4] 杨德刚,赵良炳. 三相高功率因数整流器的建模及闭环控制[J]. 电力电子技术, 1999, 33(5): 49-52.
- [5] MAO H C, BOROJEVICH D, LEE F C. Novel Reduced-Order Small-Signal Model of a Three-Phase PWM Rectifier and Its Application in Control Design and System Analysis [J]. IEEE Trans on PE, 1998, 13(3): 511-521

# Simplified Big-Signal Model of Three-Phase Boost Six-Switch Rectifiers

YU Xiang-xu, HOU Zhen-cheng, YE Yi-lin

(College of Electrical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** A reduced-order big-signal model of three-phase pulse-width-modulation (PWM) rectifiers is proposed. The analysis and design of the three-phase boost Power Factor Correction (PFC) circuit is far more complex than the dc-to-dc converter, in that the coefficient of the state equation are time-variant. Although they become constants when in steady state in d-q frame, it is difficult to design due to the couple of the d- and q-channel. By combination of the topology transformation and Tellegen's theorem, the mains can be simplified to a boost dc-to-dc converter, thus reduce the mains' order to two, and the parameter of the simplified circuit is deduced. The proposed model can also be linearized to obtain the small-signal model. The small-signal model greatly simplifies the system design, therefore the traditional trial-and-error procedure is deserted. The contrast simulation results indicate that the simplified model can represent the low-frequency big-signal dynamic behavior of the six-switch three-phase PFC circuit.

**Key words:** power factor correction; modeling; three-phase converters

(责任编辑 李胜春)