文章编号:1000-582x(2001)02-0096-05

骨组织流动电势数值分析

李 德 源¹, 刘 占 芳², 张 湘 伟¹ (1. 汕头大学机电系,汕头 515063; 2. 重庆大学 工程力学系,重庆 400044)

摘 要:作者引入基于混合物理论的两相多孔介质模型来描述骨内固体骨质变形、骨液流动以及 骨内流动电位间的耦合效应。采用 Galerkin 加权残值法推导出有关流动电位分布的有限元公式并编制 了相应的计算机程序。算例表明,骨组织在外界作用下产生变形,引起骨液流动,从而使带电粒子在孔 隙间运动,引起流动电位。

关键词:多孔介质;加权残值;动电现象

中图分类号; R 318.01 文献标识码:A

骨的力电性质(electromechanical behaviour)也称 为骨内应力产生电位的现象一SGP(stress-generated potentials)。近年来 SGP 现象也引起广泛注意,并产 生了关于 Wolff 功能适应定律作用机理的假设(Wolff 定律的基本内容是骨内应力状态决定骨的重建)。进 而大家认为既然应力产生的电位促进骨重建,是否不 加应力而外加电信号也将引起细胞反应达到促进骨重 建的目的,若假设成立,在临床方面尤其在治疗骨折方 面是很有意义的^[1]。基于这种假设和应用前景,国内 外对 SGP 现象已进行了广泛的研究。SGP 不同于体 内生物电(心电、脑电和肌电等),它和体内新陈代谢无 关,只和骨的化学成分、物理结构和几何结构有关。

Salzstein^[2,3]针对浸泡在液体中的 4 点弯曲粱试 件,所加载荷为正弦激励时,微管中沿梁的厚度方向的 压力分布和流动电位理论和实验研究。而对于具有一 般几何形状和边界条件的骨骼来说,要计算其在动载 荷作用下的流动电位(streaming potential),数值计算 无疑是有效的方法。作者基于混合物理论基础上的现 代两相多孔介质模型,并引入 Grodzinsky 的动电现象 模型,采用 Galerkin 加权残值法推导出相应的有限元 计算公式。

1 两相多孔介质及动电现象模型

采用现代两相多孔介质力学模型,将考察骨骼的 骨质和骨液限定在小变形、不可压缩及等温范围内,设 固体骨质连接、各向同性、线弹性、孔间液体为无粘性 流体,忽略外部体积力,场方程可写成如下形式;

$$\nabla \cdot \left(\varphi^{i} u^{i} + \varphi^{j} \dot{u}\right) = 0 \tag{1}$$

$$\rho^{i}\ddot{u}^{i} = \nabla \cdot T^{i}_{e} - \varphi^{i}\nabla p + a_{v} \cdot (\dot{u}^{f} - \dot{u}^{i}) \quad (2)$$

$$\rho^{t} \ddot{\boldsymbol{u}}^{f} = -\varphi^{f} \nabla p - a_{y} \cdot (\dot{\boldsymbol{u}}^{f} - \dot{\boldsymbol{u}}^{t})$$
(3)

本构方程:

$$T_{e}^{s} = 2\mu^{s}E^{s} + \lambda^{s}(E^{s} \cdot I)I$$
$$E^{s} = \frac{1}{2}(\operatorname{grad} u^{s} + \operatorname{grad}^{T} u^{s})$$
(4)

上式中 $u^s \setminus u^f$ 和 $\ddot{u}^s \setminus \ddot{u}^f$ 分别描述多孔固体骨质和孔间 液体的速度和加速度, 而 u^s 和 u^f 分别表示多孔固体骨 质和孔间液体的位移。 ρ^a ($\alpha = s$ 固体相, $\alpha = f$ 液体 相) 为表现密度, φ^a 为体积分数(两相满足饱和约束条 件; $\varphi^s + \varphi^f = 1$), T, 为多孔固体骨质的有效应力, a_v 为扩散阻力系数, p 为液体压力。

采用 Grodzinsky^[4] 建立的连续型动电现象模型:

$$\varphi^{r}(u^{r} - u^{r}) + K_{11} \nabla_{\rho} + K_{12} E = 0$$
 (3)
E 为流动电场的电场强度, K_{11} 为达西渗透系数, K_{12}
为动电耦合系数。

问题的边界条件和初值条件为: 边界条件:

收稿日期:2001-01-08
 基金项目:重庆市科委院士基金资助项目[重科委 98(19)号]
 作者简介:李德源(1965-),男,四川隆昌人,博士。研究方向为生物力学。

$$u^{i} = \hat{u}^{i}$$
 on $\Gamma_{u^{i}}$ (6a)

$$\mathbf{u}^f = \dot{\mathbf{u}}^f$$
 on $\Gamma_{\dot{\mathbf{u}}^f}$ (6b)

(6c) $t^{i} = \hat{t}^{i}$ on Γ_{i}

$$t^{f} = \varphi^{f} \hat{p} n \quad \text{on} \quad \Gamma_{t}^{f}$$
 (6d)

初始条件:

$$u'(0) = u'_0, u'(0) = u'_0$$
 (7a)

$$\dot{u}^{i}(0) = \dot{u}_{0}^{i}, \dot{u}^{f}(0) = \dot{u}_{0}^{f}$$
 (7b)

$$\bar{u}^{t}(0) = \bar{u}_{0}^{t}, \bar{u}^{f}(0) = \bar{u}_{0}^{f}$$
 (7c)

场方程(1~5)和边界条件(6)及初始条件(7)即 构成了描述骨质变形、骨液流动与动电电场分布耦合 问题的一组完整的控制方程,用数值法求解这组方程, 就可获得相应的动力响应和电场分布。

2 罚有限元公式

采用 Galerkin 加权残值法推导有限元平衡方程, 为此,在连续平衡方程(1)中引入一罚参数 β,使其成 (8)当 β→∞时,方程(8)与(1)等价,将其代人(2)、(3) 式,可消去压力 p。设边界条件(6a) 和(6b) 为强制满 足在边界条件, (6c) 和(6d) 为自然边界条件, 假设 W'、Ē'、W'、Ē'分别为多孔固体骨质和孔间液体运动 方和自然边界条件的权函数,则相应的加权残值表达 式为:

$$\int_{v} \mathbf{W}^{t} \cdot [\nabla \cdot \mathbf{I}_{v}^{t} - \varphi^{t} \nabla p + \alpha_{v} \cdot (\dot{u}^{f} - \dot{u}^{t}) - \rho^{t} \tilde{u}^{t}] dv +$$

$$\int_{\Gamma_{t}} \mathbf{\bar{E}}^{t} \cdot (\hat{t}^{t} - t^{t}) d\Gamma +$$

$$\int_{v} \mathbf{W}^{t} \cdot [-\varphi^{f} \nabla p - \alpha_{v} \cdot (\dot{u}^{f} - \dot{u}^{t}) - \rho^{f} \mathbf{\bar{u}}^{f}] dv +$$

$$\int_{\Gamma_{t}} \mathbf{\bar{E}}^{f} \cdot \varphi^{f} (\hat{p} - p) n d\Gamma = 0$$
(9)

离散积分区域,对骨质及流体的位移、速度、加速度进 行插值,矩阵表达为:

 $|u^{i}\rangle = [N] |u^{i}\rangle, |u^{i}\rangle = [N] |u^{i}\rangle, |u^{i}\rangle = [N] |u^{i}\rangle$ $|u^{f}| = [N] |u_{n}^{f}|, |\dot{u}^{f}| = [N] |\dot{u}_{n}^{f}|, |\ddot{u}^{f}| = [N] |\ddot{u}_{n}^{f}|$ (10)

采用 Galerkin 法, 取 $\{W'\} = [N] \{W'_n\}, \{W'\} =$ [N] W'_{n} W'_{n} W''_{n} 为单元 n 的任意系数。单元 应变分量和体积膨胀量可表示为。

 $|\varepsilon_n^i| = [B] |u_n^i| \qquad |e_n^i| = [L] [B] |u_n^i| (11)$ 对于三维问题, $[L] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, [B] 为 应变 · 位移矩阵。注意,此处 $\{\varepsilon_i\}$ 为工程应变列向量。

路去推垦过程 基后可组

方程(12) 对积分区域中所有单元求和,得系数方 程: $[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{f\} \quad (14)$ 式中,[M]、[C]、[K]和 $\{f\}$ 为相应单元矩阵和向量 的组集。方程(14) 即为描述骨流固耦合的罚有限元公 式。

求解系统方程(14),流体压力 p 可按下列方法得 到,由(8)式:

$$p = -\beta[\nabla](\varphi^{t}[N]\{\dot{u}_{n}^{t}\} + \varphi^{f}[N]\{\dot{u}_{n}^{t}\}) = -\beta[\nabla][L][B](\varphi^{t}\{\dot{u}_{n}^{t}\} + \varphi^{f}\{\dot{u}_{n}^{t}\})$$
(15)

式中,[L]和[B]矩阵如前面所定义。

同时,由方程(5),由于骨液流动所形成的流动电 场强度可确定如下:

 $E = [\varphi^{f} \dot{u}^{f} - \dot{u}^{s}) + K_{11} \nabla p] / K_{12} = \\ |K_{11}\beta[\nabla]^{T} [\nabla] (\varphi^{s}[N] \{ \dot{u}_{n}^{s} \} + \varphi^{f}[N] \dot{u}_{n}^{f} |) \} / K_{12} - \\ [\varphi^{f} ([N] | \dot{u}_{n}^{f} | - [N] \dot{u}_{n}^{s} |) | / K_{12}$ (16)

求解(15)、(16)即可得到骨内流体压力场以及流 动电场。

3 算例

1982年, Gross 和 William^[5]; 1983年, Pienkowski 和 Pollack^[6]; 1987年, Salzstein^[3]等学者对牛胫骨在 4 点弯曲下的流动电位进行了实验研究。为了验证所引 人的计算骨流动电位模型及所导的有限元公式和编制 的程序的适用性, 用所编制的程序对上述学者所做实 验进行了二维有限元计算, 图 1 所示为有限元网格和 4 点弯曲骨试件的约束和载荷信息, 共划分了 200 个单 元, 246 个节点。材料参数为: $E^{i} = 2.0 \times 10^{9} \text{ N/m}^{2}$, v^{i} = 0.30, $\varphi^{i} = 0.90$, $\varphi^{f} = 0.10$, $\rho^{i} = 2.0 \times 10^{3} \text{ kg/m}^{3}$, $\rho^{f} = 930 \text{ kg/m}^{3}$, $a_{v} = k_{11} = 1.57 \times 10^{-8} \text{ m}^{4}/\text{N} \cdot \text{s}$, K_{12} = $-1.98 \times 10^{-4} \text{ m}^{2}/\text{V} \cdot \text{s}$.



图 2 交变载荷形式

考察交变载荷作用下,图 1 所示纯弯曲架试件中 点上、下边流动电势的响应及其随交变载荷频率的变 化。图 2 是交变载荷的形式,图 3 是各种频率交变载荷 下流动电势计算结果,交变载荷分别为 0.25 Hz、0.5 Hz、1 Hz、2 Hz时,响应幅值为 4.67 mV、8.61 mV、13. 6 mV 和 17.7 mV,可见其响应幅值随载荷频率增加而 增加,同时可明显看出,其响应相对载荷有较大的相位 差。图 4 表示了响应幅值随载荷频率变化的关系即其 动态特性,与 Salzstein^[7](1987)的实验结果是相符的, 即随载荷频率增加,流动电位响应的相位差逐渐减小。 与幅值载荷频率的变化趋势刚好相反。



4 小结

骨组织受到外界作用时,产生变形,而骨质的变形 将引起骨液有骨孔隙间流动,从而带动带电离子随骨 液流动,形成流动电位。如果变形不随时间而变,骨液 流动将停止,流动电位也将随之消失。算例数值计算 与实验的结果在变化规律和趋势上相符,说明基于混 合物理论的两相多孔介质模型和所引人的动电模型可 以解释湿骨中骨质变形、流体流动与流动电位间的耦 合效应。

参考文献:

- [1] 侯振德,高瑞亭. 骨的力电性质[J]. 力学进展, 1995, (25):85-101.
- SALZSTEIN R A. Electromechanical potentials in carticul bone - I. A continuum approach [J]. J Biomech, 1987, 106:261-270.
- [3] SALZSTEIN R A. Electromechanical potentials in cortical bone - II, experimental analysis [J]. J Biomech, 1987, 20: 261 - 280.
- [4] GRODZINSKY A J. Eelctromechanical and physiochemical properties of connective tissue [J]. CRC Crit Rev Biomed Engng, 1983, 9:133 - 199.
- [5] GROSS D, WILLIAMS W S. Streaming potential and the electromechanical response of physiologically moist bone[J].

J Biomech, 1982, 15:227 - 295.

[6] PIENKOWSKI D, POLLACK S R. The origin of stress gen-

erated poentials in fluid saturated bone[]]. J orthop Res, 1983, (1); 30-41.

Numerical Analysis of the Streaming Potential in Bone Tissue

Li De - yuan¹, LIU Zhan - fang², ZHANG Xiang - wei¹

(1. Department of Mechanical Engineering, Shantou University, Shantou 515063, China;

2. Department of Engineering Machanics, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Biphasic porous medium model, based on the mixture theory in continuum mechanics frame, is used to depict the distributing disciplinarian of sclerotin's stress field, distortion field and pore pressure when the bone tissue is subjected to various dynamic loadings. The coupling relationship among the distortion, fluid flow and the streaming potential is studied. The penalty finite element formulation for streaming potential is studied. The penalty finite element formulation for streaming potential distributing in bone tissue is obtained by using Galerkin weighted residual method for the biphasic porous medium model with corresponding initial and boundary conditions, in this modeling, the solid phase is assumed to be isotropic elastic medium, and the fluid phase is ideal fluid. The computational results show that because of the distortion of bone tissue the marrow's flow is raised, then the electriferous partical moves in the porous and the streaming potential appears.

Key words: porous medium; weighted residual method; electrokinetic effect

(贵任编辑 钟学性)

(上接 87 页)

Analysis on the Reason that Heat Rolled 60Si₂Mn Steel Is Crazed

LI Yuan-rui

(College of Material Science and Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: To find the reason why surface layer is crazed when cylinder compress coil spring coil and forming at high temperature, the composition and surface metallographic microstructure of $\varphi 38$ mm heat rooled $60Si_2Mn$ steel is analyzed. Then the spectral analysis and skiving layer analysis show that the fundamental reason of coil spring outside crazed is remarkable increased sulphur on surface after this material heat at $(1\ 050\ \pm\ 10)$ °C \times $(1.3 \sim 1.5)$ h in alkynes gas burning stove when the spring heat coil forming at high temperature.

In order to void sulphur corrosion of steel surface layer when it is heated, in addition to more requirement of material surface quality, this paper gives some measure that alkyne gas of producer is given a desulfidation process by controlling the atmosphere in the producer and that use the alkyne of low sulphur and without smoke as row material. Based on the current equipment the author resolves this problem well by using the latter.

Key words: heat roll; steel; heat coil; craze

(責任論輯 李胜春)