文章编号:1000-582x(2001)04-0012-05

泡沫硅橡胶的多孔超弹性模型

刘占芳',励凌峰1,胡文军2,蒋荣峰2

(1. 重庆大学 工程力学系,重庆 400044;2. 中国工程物理研究院 结构力学研究所,绵阳 621900)

摘 要:泡沫硅橡胶是一种典型的多孔材料,同时它的本构行为也呈现超弹性力学性质。本文建 立了泡沫硅橡胶的多孔介质力学模型、针对泡沫硅橡胶的超弹性本构行为以及由于多孔隙的结构特征 所导致的材料可压缩性,考察了孔隙度对变形性能的影响,构造了应变能函数的等容部分和体积变形部 分,单轴压缩实验表明,所获得的本构方程较好地描述了泡沫硅橡胶的大变形力学性质。

关键词:泡沫硅橡胶;多孔介质;超弹性

中图分类号: TO 330.7*5

文献标识码:A

橡胶类材料是具有优异力学性能的高分子材料, 因其迅速发展和广泛应用,已成为现代社会诸多领域 不可或缺少的重要材料。泡沫硅橡胶(硅泡沫)作为一 种新型的高分子材料,它是根据特殊的发泡工艺制作 而成。由于它具有成孔容易、相对密度低、比模量和比 强度优良等许多独特的力学特性,能够缓和冲击、耐 摩、减振等,并且具有优良的耐高温性能和耐溶剂及抗 氧化等物化性能、因此广泛用于重要设备的防护及结 构内部的填充等方面。近年来已被国防建设和其它工 业领域所采用,具有广阔的应用前景。

泡沫硅橡胶除了具有橡胶类材料的柔软性、高延 展性、高弹性等特质以外,还具有高孔隙度的多孔结构 特性,其力学性能表现为超弹性、有限变形,并且材料 的多孔隙结构极大地影响材料的压缩性质。在泡沫硅 橡胶的结构分析和设计中,需要建立和发展适合的材 料模型、本构关系以及考虑有限变形下的非线性弹性 的有效数值方法。本文首先针对材料的多孔隙结构特 征,采用多孔介质理论建立泡沫硅橡胶的多孔介质力 学模型。结合材料的超弹性本构行为以及由于多孔隙 的结构特征所导致的材料可压缩性,考虑了孔隙度对 变形性能的影响,利用主伸长比的乘法分解,将超弹性 的应变能函数解耦为等容部分的应变能和体积变形的 应变能,给出了本构关系的具体形式。利用泡沫硅橡 胶的单轴压缩实验,检验了本构关系的适用性,结果表 明,数值分析结果与实验数据吻合较好。

1 泡沫硅橡胶的多孔介质力学模型

泡沫硅橡胶作为一种高分子橡胶材料、它是由硅 橡胶、气相法白碳黑和硫化剂经特殊发泡工艺制成的。 在发泡过程中,聚合物材料分布在泡孔之间,当泡孔长 大时,材料被排开,最后集中到密排球的间隙处或多面 体的棱边处,固化后即可得泡沫硅橡胶。根据相邻泡 孔是否连通,而将泡沫橡胶称为开孔型和闭孔型泡沫 橡胶。不同密度的泡沫橡胶具有不同的胞体结构特 性,而不同胞体结构的泡沫橡胶具有不同的胞体结构特 性,而不同胞体结构的泡沫橡胶具有不同的物理力学 性能。通常开孔泡沫橡胶具有较高的强度,而闭孔泡 沫橡胶则具有较好的绝热性能。

基于扫描电镜分析和其他的显微镜观察,一般认 为,真实低密度泡沫橡胶的胞体结构多数是五边十二 面体结构形态。Patel和Finnie⁽¹⁾对胞体的结构形态作 出了较为详细的评述,认为单个胞体的形状依赖于膨 胀前气泡的密排。然而,比胞体形状更为重要的是固 体材料在边和胞体壁之间的分布。开孔橡胶泡沫,其 结构由空间的支柱框架组成,而闭孔橡胶泡沫胞体上 有膜覆盖。通常胞体的膜比支柱要薄,且厚度均匀;支 柱沿长度具有均匀截面,只在连点处变厚。Dawson^[1] 等在较大密度范围内研究了泡沫橡胶的微观结构,得 到低、中、高密度橡胶泡沫的胞体结构形态分别是伸长 五边十二面体、园形多面体结构和孤立的球形结构。 卢子兴^[2]等对注射成型的泡沫橡胶进行了扫描电镜分

收稿日期:2000-09-17
 基金项目:中国工程物理研究院科学技术基金资助项目(99030416)
 作者简介:刘占芳(1963-),男,哈尔滨市人,教授。主要研究方向:多孔介质力学。

析,得到与 Dawson 等人基本一致的结构,但发现当密 度为 0.5 g/cm³ 左右时,泡沫橡胶胞体之间仍存在相互 连通的现象。

上面的考察表明泡沫硅橡胶可作为典型的多孔介 质来处理,即材料由多孔隙的固体材料骨架和相互连 通的由气体饱和的空隙共同构成,二者在空间的共存 必然导致相互作用即耦合现象,因此,所建立的多孔介 质力学模型理论上要求能够同时考虑多孔固体的变形 和孔聪气体的流动行为。同时,反映泡沫硅橡胶结构 特征的参数即孔隙度会显著地影响材料的变形行为, 描述泡沫硅橡胶的适合的多孔介质模型应包括孔隙度 的影响。对于泡沫硅橡胶而言,孔隙度作为唯一的微 观结构参数描述了材料的结构特征 能够反映材料最 重要的物理特性。此外,注意到尽管泡沫硅橡胶在宏 观上是体积可压的,但是作为材料本身也即实体的硅 橡胶是不可压的。必须指出,实验证明,在几百个大气 压力下,橡胶不发生体积变形,传统的关于橡胶材料的 研究中,橡胶均作为不可压材料来处理。因此,泡沫硅 橡胶的多孔介质模型还需考虑到材料本身不可压这---事实。

现代的多孔介质理论是引进了体积分数概念的混 合物理论的拓展和延伸,它采用了连续介质力学的表 达和方法。对于泡沫硅橡胶材料.可看作由多孔固体 相和孔隙间气体相组成的固气两相混合物,两相在统 计意义上分散在全部材料空间。这种处理使得两种组 分连续介质化.便于进行连续介质力学分析。然而,这 种处理虽然导致两种组分在同一个空间点上质点共 存,但是两相仍保持各自独立的运动学。如果考察的 范围与泡沫硅橡胶材料的胞体结构特征尺寸足够大, 这种模型所带来的数学上的误差可以忽略不计。

固气两相多孔介质作为不相混溶的两种组分组成 的混合物,由于多孔固体作为组分之一区别于完全混 溶的混合物。一方面必须以连续介质的方式通过变形 张量而不仅仅是通过密度的改变来描述固体的变形, 另一方面应通过适合的宏观场变量来反映材料的几何 结构特性,对于各向同性的情况是由孔隙度表达的标 量场。这表明多孔固体在整个材料行为具有特殊地 位,它对气体的运动构成了一个变形约束。对有限变 形的情况,可以方便地选择多孔固体的 Lagrange 运动 学描述,而气体相的运动可利用简单的变换转换成物 质描述,这也将为以后的数值分析带来极大的方便。

选择初始时刻的多孔固体的构形作为 Lagrange 描述的参考构形,则固体的运动表述为下面的函数形式;

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}^{S}(\boldsymbol{X}, t) \tag{1}$$

式中点 x 是多孔固体的质点 X 在当前时刻 t 的空间位置。多孔固体的速度场和变形梯度为:

$$\mathbf{x}^{s} = \frac{\partial \mathbf{x}^{s}}{\partial t}(\mathbf{X}, t)$$
(2)

$$F^{s} = \operatorname{Grad} x^{s}(X, t)$$

在气体组分的 Euler 描述中,其运动学由定义在当前构 形中的速度场来确定,即:

$$\boldsymbol{v}^F = \boldsymbol{v}^F(\boldsymbol{x}, t) \tag{3}$$

利用式(1)上式可转换成固体的物质描述:

 $x^{'s} = y^{f}(x^{s}(X,t),t) = x^{'r}(X,t)$ (4) 而气体质点在多孔固体的参考构形上的映象具有下面

而气体质点在多扎固体的参考构形上的映象具有下面 的速度场:

 $x'^{F}(X,t) = F^{S-1}(x'^{F} - x'^{S})$ (5) 这个速度也称气体的 Lagrange 速度,它描述了气体对 多孔固体的相对速度。

多孔固体的平衡方程具有与固体的物质描述的类 似形式,同时气体组分应透过 Lagrange 速度场所决定 的运动学映象来建立平衡方程。考虑等温过程,忽略温 度的影响。因此,有质量平衡方程:

$$\frac{\partial \rho^{s}}{\partial t} = \hat{\rho}^{s}, \hat{\rho}^{s} = \hat{\rho}^{s}(X, t), \rho^{s} = \rho^{s}(X, t)$$

$$\frac{\partial \rho^{F}}{\partial t} + \operatorname{Div}(\rho^{F}X^{F}) = \hat{\rho}^{F}, \rho^{F} = \rho^{F}(X, t)$$

$$\hat{\rho}^{F} = \hat{\rho}^{F}(X, t), \hat{\rho}^{s} + \hat{\rho}^{F} = 0$$

$$\frac{\mathrm{Hi}}{\mathrm{L}(s)}$$

式中 ρ^s 为参考构形中多孔固体每单位体积的质量 $; \hat{\rho}^s$ 是该构形中多孔固体的质量源的集度, ρ^s 为每单位多孔固体参考体积下的气体的质量, $\hat{\rho}^s$ 则为相应的质量源。

动量平衡方程有下面的形式:

$$\frac{\partial \rho^{s} \mathbf{x}'^{s}}{\partial t} = \operatorname{Div} \mathbf{P}^{s} + \rho^{s} \mathbf{b}^{s} + \hat{\mathbf{p}}^{s}$$

$$\rho^{r} \left(\frac{\partial \mathbf{x}'^{r}}{\partial t} + \operatorname{Grad} \mathbf{x}'^{r} \mathbf{X}'^{r} \right) = \operatorname{Div} \mathbf{P}^{r} + \rho^{r} \mathbf{b}^{r} + \hat{\mathbf{P}}^{r}$$

$$\hat{\mathbf{p}}^{s} + \hat{\mathbf{p}}^{r} = 0$$
(7)

上式中 P^s 和 P^r 分别表示多孔固体和孔隙气体的第二 类 Piola-Kirchhoff 应力张量, b^s 和 b^r 分别是固体相和 气体相的质量加速度, \hat{p}^s 和 \hat{p}^r 分别为相对于参考构形 中多孔固体和气体的动量源的集度(扩散力或相互作 用力)。

固体相的体积分数 n⁵ 是指多孔固体占全部材料 的体积比,而气体相的体积分数 n[/] 是指孔隙气体占全 部材料的体积比即多孔材料的孔隙度,借助体积分数 的概念,下面引进两种组分的真实质量密度 o^{ss} 和oⁿ: $\rho^{st} = \rho^{s}/n^{s}, \rho^{R} = \rho^{F}/n^{t}$ (8) 对于泡沫硅橡胶材料而言,实体的橡胶材料是不可压的,也即真实质量密度 ρ^{st} 是常量,并且两种组分的体积分数满足饱和条件的约束,因此,独立的变量只有多孔材料的孔隙度 n^{t} 。

作为反映多孔固体材料微结构的一种内变量,对 多孔介质模型而言构成了一个附加场,因此模型需要 附加的场方程,既解决模型的封闭问题。文献中已经建 议了一些方法,例如引入附加的某种本构关系,构造适 合的关于孔隙度的演化方程或平衡方程。Wilmanski 基 于对孔隙结构的半微观分析,给出了一个孔隙度的平 衡方程,即:

$$\frac{\partial n^{t}}{\partial t} + \text{Div}J = v \tag{9}$$

上式中 J 称为孔隙度流而称为孔隙度源,它们的物理 意义参见 Wilmanski^[3]。

方程(6),(7)和(9)连同关于两种组分的应力张 量和扩散力的本构关系,构成了全部未知场变量的封 闭方程组,构建适合的初边值条件可得到初边值问题 的偏微分方程组的解。

2 泡沫硅橡胶的超弹性本构关系

前面建立了泡沫硅橡胶的两相多孔介质模型,下 面进一步分析泡沫硅橡胶的超弹性本构关系。为简明 起见,考察泡沫硅橡胶的静力或拟静力问题。对静力问 题,孔隙中气体流动的影响以及气体内的压力梯度可 以忽略不计,从而这里可不考虑孔隙气体内应力(压 力)P^f 以及扩散力p⁵ 和p^f 的本构关系,同时合理地假 定固气两种组分不发生化学反应,因此不发生质量交 换,即 p⁵ 和p^f 均为零。这样的处理可以极大地简化前 面建立的多孔介质模型,同时满足绝大部分实际应用 的需要,此时的多孔介质成为空的多孔固体。事实上, 简化处理只须对多孔固体的第二类 Piola-Kirchhoff 应 力张量 P⁶ 建立适合的本构关系。

橡胶类材料是典型的超弹性体,建立橡胶类材料 本构关系的根本是构造适合的应变能密度函数。由于 实体的橡胶类材料是不可压材料,文献中针对不可压 的性质,提出了一系列描述不可压橡胶材料力学行为 的本构关系。典型的如 Mooney-Rivlin 型本构关系^[4], Ogden 型本构关系^[5]、Yeoh 最近提出的本构关系^[6]。 同时,为克服材料不可压在非线性数值模拟中的体积 闭锁现象以及克服材料不可压在能线性数值模拟中的体积 闭锁现象以及克服材料不可压像定所带来的本构约 束,Blatz 和 Ko^[1]提出了所谓近不可压橡胶类材料的本 构关系。然而,对于既存在材料可压又含有多孔结构 的橡胶类材料,其应变能函数的具体形式和本构关系 迄今尚未开展深人的研究。本文基于应变能密度函数 可解耦为相对独立的等容变形和体积变形两部分,提 出了可压多孔硅橡胶材料的应变能密度函数,给出了 材料的本构关系,该模型能够考虑孔隙度对材料变形 行为的影响。

在接下来的处理中,省略描述多孔固体的符号上标 S。为了研究的方便,首先引人有限变形下的几种变 形表达。对于变形梯度 F,有极分解式;

$$F = RU = VR \tag{10}$$

式中R为正交张量,代表纯转动;U和V为对称正定张量,代表纯粹的变形。在有限变形情况下,通常用右和 左 Cauchy-Green 变形张量C和B来描述物体的变形:

 $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}, \boldsymbol{B} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{B} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{C}\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \qquad (11)$

并且,张量 U 和 V的特征值 λ ,是相一致的, λ ,被称做 主方向线元的伸长比。右和左 Cauchy-Green 应变张量 C 和 B的主不变量可以定义为;

$$I_{1} = tr(C)$$

$$I_{2} = \frac{1}{2} [I_{1}^{2} - tr(C^{2})]$$
(12)

$$I_3 = J^2 = \det(C)$$

应变张量 C和B的特征值分别可表示为相应的伸长比 的平方,即 λ_{i}^{2} ,所以 C或B的不变量可由 λ_{i} 表示为;

$$I_{1} = \sum_{i=1}^{3} \lambda_{i}^{2}$$

$$I_{2} = \prod_{i=1}^{3} \lambda_{i}^{2} (\forall i \neq j)$$
(13)

 $I_3 = \prod_{i=1}^{n} \lambda_i^2$ Green 应变张量 E 定义为,

 $E = \frac{1}{2} (C - 1) \rightleftharpoons E_{RL} = \frac{1}{2} (C_{RL} - \delta_{RL}) \quad (14)$

式中 dr 代表 Kroncker 符号。

泡沫硅橡胶作为超弹性体进行处理,因此归结为 Cauchy 弹性问题。在等温条件下以及只考虑纯力学过 程,进一步将它模型化为各向同性物质,因而应变能密 度函数 W是右变形张量C(B的函数,或者表达为伸长 比的函数,因此单位体积的应变能密度函数可以表示 为:

 $W = W(I_1, I_2, J = I_3^{1/2})$ 或 $W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ 若应变能函数表示为 $W = W(I_1, I_2, J = I_3 1/2)$,多孔 固体中的应力为第二类 Piola-Kirchhoff 应力张量,则它 们与应变能函数 W 的关系表示为:

 $P = \partial W / \partial E = 2(\partial W / \partial C) =$

(23)

$$2\left\{\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial I_1}\mathbf{1} + \frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial I_2}(I_1\mathbf{1} - \boldsymbol{C}) + \frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial I_3}(I_2\mathbf{1} - I_1\boldsymbol{C} + \boldsymbol{C}^2)\right\}$$
(16)

利用 Piola-Kirchhoff 应力张量 P 与 Cauchy 应力张量 σ 的关系 $\sigma = J^{-1}(FPF^T)$ 可得 Cauchy 应力张量 σ 的分量 表达式:

$$\sigma_{\psi} = 2j \frac{\partial W}{\partial B_{kL}} x_{k} x_{l,L} =$$

$$a_0 \delta_{kl} + a_1 B_{kl} + a_2 B_{km} B_{ml} \qquad (17)$$

上式中:

$$a_{0} = 2jI_{3} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial I_{3}}$$

$$a_{1} = 2j\left(\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial I_{1}} + I_{1} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial I_{2}}\right)$$

$$a_{2} = -2j \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial I_{3}}$$
(18)

当应变能密度函数取 $W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ 时, Cauchy 应 力张量的主应力与应变能函数的关系表示为:

$$\sigma_i = \lambda_i \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \qquad i = 1, 2, 3 \tag{19}$$

因此,描述橡胶类材料的非线性弹性行为,必须提出适 合的有限应变下的应变能密度函数。

基于不可压或近不可压的各向同性假设,文献中 已提出了各种经验和半经验的应变能密度函数。Ogden 根据实验数据提出了一类针对不可压或近不可压超弹 性材料的应变能函数:

$$\overline{W} = \sum_{n=1}^{3} \frac{\alpha_n}{\beta_n} \left(\lambda_1^{\beta_n/2} + \lambda_2^{\beta_n/2} + \lambda_3^{\beta_n/2} - 3 \right) \quad (20)$$

上式中 α,,β, 是材料常数,该模型是经验式,材料参数 不具有明确的物理意义。

本文研究的对象是多孔硅橡胶材料,随着孔隙度 n的变化,体积变形将十分显著,因此应作为可压超弹 性体进行处理。由于可压超弹性材料的变形可看作是 由等容变形部分和体积变形部分的叠加,利用不可压 条件,可以得到等容变形部分的伸长比为;

$$\hat{\lambda}_1 = J^{-\frac{1}{3}}\lambda_1 \tag{21}$$

借助等容条件, $f_{\lambda_1} \hat{\lambda}_2 \hat{\lambda}_3 = 1_0$ 利用主伸长比的分解, 可压超弹性体的应变能密度函数可以分解为等容变形 \overline{W} 和体积变形 \widetilde{W} 两部分:

 $W = \overline{W}(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \hat{\lambda}_3 = \hat{\lambda}_1^{-1}, \hat{\lambda}_2^{-1}) = \widetilde{W}(J) \quad (22)$

对于弹性开孔硅橡胶材料,在载荷作用下首先孔 壁产生弯曲变形,当胞孔完全塌陷后,则承受载荷的是 基体材料,因此孔隙度的高低对于多孔硅橡胶材料的 压缩性能有重要的影响,根据单轴压缩实验和孔隙度 对应力应变关系的影响,提出下述反映体积变形与孔 隙度关系的体积应变能密度函数。

$$W(J) = D(1 + (1 - n_0^{f})^{\frac{1}{2}})^2 (1 - n_0^{f}) E_i (J - 1) \ln J,$$

$$D > 0$$

式中 n⁴ 表示变形前的初始孔隙度, E, 为橡胶基体材料 的弹性模量。D 为材料常数, 反映了可压情况下孔隙变 形导致的体积改变对应变能密度函数的贡献, 其值可 由实验数据拟和而得。由方程(23), 可以得到橡胶材料 的体积模量 K 与体积变形 J 和孔隙度的关系:

$$K = \partial_{jj}^2 W |_{j \rightarrow 1} =$$

 $D(1 + (1 - n_0')^{\frac{1}{2}})^2(1 - n_0')E_i(J^{-2} + J^{-1})|_{j-1}$ (24) 由上式可看出,体积模量随孔隙度的增大而降低、抗体 积变形能力随压缩变形的增大而增加,这与压缩实验 的测量是一致的。

对于等容变形部分,本文采用 Ogden 的不可压应 变能函数(20)和式(21),得:

 $\overline{W}(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \hat{\lambda}_3) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n (\hat{\lambda}_1^n + \hat{\lambda}_2^n + \hat{\lambda}_2^n - 3)$ (25) 式中 a_n, β_n 是由实验确定的材料参数,其中 β_n 的值控 制了变形曲线的形状。对于孔隙度大于 50% 的硅橡胶 材料,可取 $\beta_{1,2} = 2, -2, 因此,根据表达式(22),(23)$ 以及(25)可以得到多孔硅橡胶材料的应变能密度函数:

$$W = a_1(\hat{\lambda}_1^2, \hat{\lambda}_2^2, \hat{\lambda}_3^2 - 3) + a_2(\hat{\lambda}_1^{-2}, \hat{\lambda}_2^{-2}, \hat{\lambda}_3^{-2} - 3) +$$

 $D(1 + (1 - n'_0)^{\frac{1}{2}})^2(1 - n'_0)E_s(J - 1)\ln J$ (26) 显然,多孔硅橡胶的应变能函数包含三个附加的材料 参数,其中 a_1 和 a_2 用于刻画材料在等容情况下的剪 切变形的影响,而 D 则描述了依赖于孔隙改变的纯体 积变形对应变能函数的影响。

3 算例

为了进一步考察所提出的应变能函数的适用性, 考虑硅橡胶圆柱体试件的单轴压缩实验,忽略重力的 影响,并假定试件为均匀的各向同性材料。在单轴压缩 情况下,伸长比和应力满足:

 $\lambda_2 = \lambda_3$, $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$ (27) 因此 Jacob 行列式的值 $J = \lambda_1 \lambda_2^2$, 由式(19) 和式(26) 得到单轴压缩下的三个主应力:

$$\sigma_{11} = \frac{4}{3} a_1 \left(\lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} - \lambda_1^{-\frac{2}{3}} \lambda_2^{\frac{2}{3}} \right) - \frac{4}{3} a_2 \left(\lambda_1^{-\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} - \lambda_1^{\frac{2}{3}} \lambda_2^{-\frac{2}{3}} \right) + D(1 + (1 - n_0')^{\frac{1}{2}})^2 (1 - n_0') E_{\lambda_1} \lambda_2 \ln(\lambda_1 \lambda_2^2) (28)$$

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = \frac{4}{3} a_1 \left(-\lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} + \lambda_1^{-\frac{2}{3}} \lambda_2^{\frac{2}{3}} \right) + C(1 + \lambda_1^{\frac{4}{3}})^2 \left(-\lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} + \lambda_1^{-\frac{2}{3}} \lambda_2^{\frac{2}{3}} \right) + C(1 + \lambda_1^{\frac{4}{3}})^2 \left(-\lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} + \lambda_1^{-\frac{2}{3}} \lambda_2^{\frac{2}{3}} \right) + C(1 + \lambda_1^{\frac{4}{3}})^2 \left(-\lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} + \lambda_1^{-\frac{2}{3}} \lambda_2^{\frac{2}{3}} \right) + C(1 + \lambda_1^{\frac{4}{3}})^2 \left(-\lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} + \lambda_1^{-\frac{2}{3}} \lambda_2^{\frac{2}{3}} \right) + C(1 + \lambda_1^{\frac{4}{3}})^2 \left(-\lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} + \lambda_1^{-\frac{2}{3}} \lambda_2^{\frac{2}{3}} \right) + C(1 + \lambda_1^{\frac{4}{3}})^2 \left(-\lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} + \lambda_1^{-\frac{2}{3}} \lambda_2^{\frac{2}{3}} \right) + C(1 + \lambda_1^{\frac{4}{3}})^2 \left(-\lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} + \lambda_1^{-\frac{2}{3}} \lambda_2^{\frac{2}{3}} \right) + C(1 + \lambda_1^{\frac{4}{3}})^2 \left(-\lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} + \lambda_1^{-\frac{2}{3}} \lambda_2^{\frac{4}{3}} \right) + C(1 + \lambda_1^{\frac{4}{3}})^2 \left(-\lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} + \lambda_1^{-\frac{4}{3}} \lambda_2^{\frac{4}{3}} \right) + C(1 + \lambda_1^{\frac{4}{3}})^2 \left(-\lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} + \lambda_1^{-\frac{4}{3}} \lambda_2^{\frac{4}{3}} \right) + C(1 + \lambda_1^{\frac{4}{3}})^2 \left(-\lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} + \lambda_1^{-\frac{4}{3}} \lambda_2^{\frac{4}{3}} \right) + C(1 + \lambda_1^{\frac{4}{3}})^2 \left(-\lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} + \lambda_1^{-\frac{4}{3}} \lambda_2^{\frac{4}{3}} \right) + C(1 + \lambda_1^{\frac{4}{3}} \lambda_2^{-\frac{4}{3}} + \lambda_1^{-\frac{4}{3}} \lambda_2^{\frac{4}{3}} \right)$$

$$\frac{4}{3}a_{2}\left(\lambda_{1}^{-\frac{4}{3}}\lambda_{2}^{-\frac{4}{3}}-\lambda_{1}^{\frac{2}{3}}\lambda_{2}^{-\frac{4}{3}}\right)+$$

$$2D(1+(1-n_{0}^{r})^{\frac{1}{2}})^{2}(1-n_{0}^{r})E_{\lambda_{1}\lambda_{2}}\ln(\lambda_{1}\lambda_{2}^{2})=0$$
(29)

三个附加的材料参数可以利用最小二乘法,由单 轴压缩实验得到的应力应变曲线的一系列实验点进行 拟和得到。显然,该模型仅需利用简单拉压实验就可确 定模型的材料参数,从而避免了实验方法复杂、所需观 测数据过多所带来的困扰。

本文对泡沫硅橡胶(密度 0.45 x 10^{-3} kg/m³, 孔隙 度 $n'_0 = 55\%$)单轴压缩实验数据进行了数值拟和, 拟 和结果如图 1 所示。



图 1 硅橡胶单向压缩本构关系拟和曲线与实验数据比较

图 1 表明,本文提出的可压多孔硅橡胶本构关系 与实验数据吻合的较好,说明该模型能够准确地描述 可压多孔硅橡胶的非线性弹性变形。

4 结论

泡沫硅橡胶是一种具有高柔软性、高延展性、高弹 性并具有高孔隙度的多孔结构的超弹性材料。本文首 先通过考察材料的多孔隙结构特征,采用多孔介质理 论建立泡沫硅橡胶的多孔介质力学模型。结合材料的 超弹性本构行为以及由于多孔隙的结构特征所导致的 材料可压缩性,考虑了孔隙度对变形性能的影响,利用 主伸长比的乘法分解,将超弹性的应变能。所提出的对 应体积变形的应变能和体积变形的应变能。所提出的对 应体积变形的应变能函数能够描述多孔可压硅橡胶材 料的变形特征,应变能函数包括三个附加的材料参数, 其中通过引入一抗体积变形能力的参数 D 来反映孔 隙变形对变形能的影响。给出了本构关系的具体形式。 泡沫硅橡胶的单轴压缩实验表明、数值分析结果与实 验数据吻合较好。

参考文献:

- GIBSION L J, ASHBY M F. Cellular solids Structure and properties [M]. Cambridge, Cambridge University Press, 1997.
- [2] 卢子兴,李杯祥,田常津,聚氨酯泡沫塑料胞体结构特性的确定[J].高分子材料科学与工程,1995,11:86-91、
- [3] WILMANSKI K. Lagrangean model of two-phase porous material [J]. Journal of non-equilibrium thermodynamics, 1995, 20: 50-77.
- [4] RIVLIN R S. Large elastic deformations of isotropic materials I Fundamental concepts[J]. Phil Trans Soc, 1948, 240; 259-490.
- [5] OGDEN R W. Large deformation isotropic elasticity: on the correlation of theory and experiment for compressible rubberlike solids[J]. Proc R Soc London, Ser A. 1972, 328; 567-583.
- [6] YEOH O H. Some forms of the strain energy function for rubber [J]. Rubber Chemical and Technology, 1993, 66, 754-771.
- [7] TABADDOR F. Rubber elasticity models for finite element analysis[J]. Computers & Structures, 1987, 26: 33-40.

Porous Hyperelastic Model for Foam Silicone Rubber

LIU Zhan-fang¹, LI Ling-feng¹, HU Wen-jun², JIANG Rong-feng²

(1. Department of Mechanics , Chongqing University, Chongqing 400044, China;

2. Institute of Structure Mechanics, China Academic of Engineering Physics, Mianyang 621900, China)

Abstract: Foam silicone rubber is a typical porous material whose constitutive behaviors are attributed to the hyperelastic properties. A porous media model is introduced for a description of foam silicone rubber. In view of the hyperelastic constitutive features and the induced compressibility of material due to porous structural characters, the influences of porosity on deformation behaviors are investigated and the isochoric part and volumetric part of strain energy density function is built up. Uniaxial compression experiment demonstrats that the obtained constitutive relations works well to describe the mechanical properties under large deformation of foam silicone rubber.

Key words: foam silicone rubber; porous media; hyperelastic

(贵任编辑 成孝义)