

文章编号: 1000-582X(2002)12-0055-03

# 火箭飞行精度鉴定基准误差传递建模与分析<sup>\*</sup>

高波<sup>1,2</sup>, 车著明<sup>2</sup>

(1. 重庆大学自动化学院, 重庆 400044; 2. 西昌卫星发射中心, 四川 西昌 615000)

**摘要:**根据单脉冲雷达及其它火箭飞行地面测控设备精度鉴定的需要, 建立激光经纬仪基准在火箭飞行精度鉴定航路上的误差传递数学模型, 从而决定: 1) 基准是否可用? 2) 在2台经纬仪都有数据的情况下, 何时用交汇基准、何时用单台基准才能使鉴定更准确? 3) 怎样才能鉴定速度? 给出了数学模型、便捷的计算方法和误差传递上机计算曲线, 并进行了分析。模型已成功地应用于单脉冲雷达的精度鉴定, 作为误差分析的一类典型应用。

**关键词:** 鉴定基准; 误差传递分析; 精度分析; 火箭; 雷达精度

**中图分类号:** TP448

**文献标识码:** A

火箭飞行精度鉴定基准误差传递分析, 就是在既定的精度鉴定数据处理方案和火箭飞行(或任务)航路下, 分析高精度的鉴定基准设备的固有测量误差, 经误差传递在被鉴定设备坐标系上, 作为鉴定基准参数误差的大小, 用以确定基准的可用性, 以及怎样合理地利用多余的鉴定基准测量信息。因此, 这是飞行鉴定的必要工作。

## 1 误差传递数学模型的建立

重点研究忽略高阶误差(如基准设备的固有测量误差对修正产生的误差)后, 2台经纬仪的测量误差经交汇和坐标转换后, 在对比前存在多大误差? 能否可作为比对标准? 能否使其更小?

### 1.1 飞行鉴定数据处理流程

经纬仪的测量数据经过检择、修正、平滑求速后, 转到单脉冲雷达坐标系上。单台或交汇结果还原成单脉冲雷达形式的测量元素  $R$ (径向距离)、 $A$ (方位角)、 $E$ (俯仰角)、 $V_R$ (径向速度值)。雷达的测量数据经过检择、修正, 然后比较基准和单脉冲雷达同一时间的跟踪测量数据后, 进行系统误差、随机误差、总误差的统计。

### 1.2 精度分析的数学模型

由于交汇计算和平滑过程都是用最小二乘法<sup>[1]</sup>得出的, 故随机误差减小, 而且统计点数较大时, 总误

差总是大于系统误差的绝对值和随机误差。所以不妨只考虑总误差的传递, 且按随机误差类型进行考虑。

#### 1.2.1 两台光学经纬仪在单脉冲雷达坐标系下的交汇算法

##### 1) 位置交汇

设两台光学经纬仪的测量估值为  $A_i, E_i, (i = 1, 2)$ , 则测量坐标系下的  $X, Y, Z$  为

$$\begin{aligned} X &= (X_1 + X_2)/2; Y = (Y_1 + Y_2)/2; \\ Z &= (Z_1 + Z_2)/2; X_i = X_{i0} + R_i \cdot l_i; \\ Y_i &= Y_{i0} + R_i \cdot m_i; Z_i = Z_{i0} + R_i \cdot n_i \\ &(i = 1, 2) \end{aligned}$$

式中:  $X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0}$  为光学测量坐标系转换到单脉冲雷达坐标系的自由项。

$$\begin{bmatrix} l_i \\ m_i \\ n_i \end{bmatrix} = M_i \begin{bmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{bmatrix}$$

其中:

$$\begin{aligned} a_i &= \cos E_i \cdot \cos A_i; b_i = \sin E_i \\ c_i &= \cos E_i \cdot \sin A_i; (i = 1, 2) \end{aligned}$$

$M_i$ : 光学测量坐标系转换到单脉冲雷达坐标系的转换矩阵, 为常量。

$R_1, R_2$  由下式求出

\* 收稿日期: 2002-09-25

作者简介: 高波(1959-), 男, 江苏溧阳人, 高级工程师, 重庆大学博士研究生, 主要从事航天测控及其数据处理和人工智能。

$$R_1 = (D_2 \cdot B_1 - B_2 \cdot G)/(G_2 - D_1 \cdot D_2)$$

$$R_2 = (B_2 + R_1 \cdot G)/D_2$$

式中:  $B_i = l_i \cdot (X_{10} - X_{20}) + m_i \cdot (Y_{10} - Y_{20}) + n_i \cdot (Z_{10} - Z_{20})$

$$G = l_1 \cdot l_2 + m_1 \cdot m_2 + n_1 \cdot n_2$$

$$D_i = l_i^2 + m_i^2 + n_i^2 \quad (i = 1, 2)$$

2) 速度交汇

$$V_x = (V_{x1} + V_{x2})/2; V_y = (V_{y1} + V_{y2})/2$$

$$V_z = (V_{z1} + V_{z2})/2; V_{xi} = R_i \cdot V_{li} + V_{Ri} \cdot l_i$$

$$V_{yi} = R_i \cdot V_{mi} + V_{Ri} \cdot m_i; V_{zi} = R_i \cdot V_{ni} + V_{Ri} \cdot n_i$$

( $i = 1, 2$ )

$$\begin{bmatrix} V_{li} \\ V_{mi} \\ V_{ni} \end{bmatrix} = M_i \begin{bmatrix} V_{ai} \\ V_{bi} \\ V_{ci} \end{bmatrix}$$

其中:

$$V_{ai} = -V_{Ei} \cdot \sin E_i \cdot \cos A_i - V_{Ai} \cdot \cos E_i \cdot \sin A_i$$

$$V_{bi} = V_{Ei} \cos E_i$$

$$V_{ci} = -V_{Ei} \cdot \sin E_i \cdot \sin A_i + V_{Ai} \cdot \cos E_i \cdot \cos A_i$$

( $i = 1, 2$ )

$V_{R1}, V_{R2}$  由下式求出

$$V_{R1} = (D_2 \cdot V_{B1} - V_{B2} \cdot G)/(G_2 - D_1 \cdot D_2)$$

$$V_{R2} = (V_{B2} + V_{R1} \cdot G)/D_2$$

其中:

$$V_{Bi} = l_i \cdot (R_1 \cdot V_{l1} - R_2 \cdot V_{l2}) + m_i \cdot (R_1 \cdot V_{m1} -$$

$$R_2 \cdot V_{m2}) + n_i \cdot (R_1 \cdot V_{n1} - R_2 \cdot V_{n2})$$

( $i = 1, 2$ )

1.2.2 平滑求速得( $V_R, V_A, V_E$ )的误差<sup>[2]</sup>

以 A 为例, 由公式

$$V_A = \frac{3}{h \cdot n(n+1)(2n+1)} \sum_{\alpha=1}^n \alpha(A_\alpha - A_{-\alpha})$$

取  $n = 20, h = 0.05$ ;

从求速公式看出, 可以只考虑随机误差(因系统误差为大小和方向固定的误差, 故  $A_\alpha - A_{-\alpha}$  的系统误差已经抵消)。因此  $V_A$  的随机误差为

$$\Delta V_A = 3/(h \sqrt{n(n+1)(2n+1)}) \sigma_A = 3/41 \cdot \sigma_A$$

其中:  $\sigma_A$  为 A 的随机误差均方根,  $\Delta$  表示微分求误差。

1.2.3 光学经纬仪基准数据在对比前的总误差  $\Delta R_0,$

$\Delta A_0, \Delta E_0, \Delta V_R$  模型

首先设定飞行鉴定基准设备个测元的固有系统误差, 然后根据 1.2.1 的交汇算法和误差传递理论, 可建

立以下误差传递的数学模型:

$$\Delta R_0 = (X \cdot \Delta X + Y \cdot \Delta Y + Z \cdot \Delta Z)/R$$

$$\Delta A_0 = (\Delta Z \cdot X - Z \cdot \Delta X)/(X^2 + Z^2)$$

$$\Delta E_0 = (\Delta Y \cdot R - \Delta R_0 \cdot Y)/(R \cdot \sqrt{R^2 - Y^2})$$

其中:

$$\Delta \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = 1/2 \cdot \Delta \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} + 1/2 \cdot \Delta \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = \Delta R_i \cdot M_i \begin{bmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{bmatrix} + R_i \cdot M_i \cdot \Delta L_i$$

$$\Delta L_i = \begin{bmatrix} -\Delta E_i \cdot \sin E_i \cdot \cos A_i - \Delta A_i \cdot \cos E_i \cdot \sin A_i \\ \Delta E_i \cdot \cos E_i \\ -\Delta E_i \cdot \sin E_i \cdot \sin A_i + \Delta A_i \cdot \cos E_i \cdot \cos A_i \end{bmatrix}$$

当单台经纬仪作为基准时,  $\Delta R_i, \Delta A_i, \Delta E_i$  为单台标校总误差,  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  即为  $\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta Z_i$ 。

当两台经纬仪交汇时,  $\Delta A_i, \Delta E_i, i = 1, 2$ , 为 2 台经纬仪标校总误差, 而  $\Delta R_i$  由下式所示:

$$\Delta R_1 = ((\Delta D_2 \cdot B_1 + \Delta B_1 \cdot D_2 - B_2 \cdot \Delta G - \Delta B_2 \cdot G) \cdot (G_2 - D_1 \cdot D_2) - (\Delta G \cdot 2G - \Delta D_2 \cdot D_1 - \Delta D_1 \cdot D_2)(D_2 \cdot B_1 - B_2 \cdot G))/(G_2 - D_1 \cdot D_2)^2$$

$$\Delta R^2 = [(\Delta B^2 + \Delta R_1 G + R_1 \Delta G) D_2 - \Delta D_2 (B_2 + R_1 G)]/D_2^2$$

注:  $\Delta$  表示对原始测量信息  $A_i, E_i, i = 1, 2$  求微分, 属于多重复合函数求微分(展开式太长, 故简略, 下同)。

$R_i, A_i, E_i$  为经纬仪测量值。

$X, Y, Z, V_x, V_y, V_z, R, A, E, V_R$  为交汇后的位置、速度和转换值。

$$\Delta V_R = [(\Delta X \cdot V_x + \Delta V_x \cdot X + \Delta Y \cdot V_y + Y \cdot \Delta V_y + V_z \cdot \Delta Z + Z \cdot \Delta V_z) \cdot R - \Delta R_0 \cdot (X \cdot V_x + Y \cdot V_y + Z \cdot V_z)]/R^2$$

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$  和  $\Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_0$  已求出,  $\Delta V_x, \Delta V_y, \Delta V_z$  的求法如下:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_x \\ \Delta V_y \\ \Delta V_z \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta V_{x1} \\ \Delta V_{y1} \\ \Delta V_{z1} \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta V_{x2} \\ \Delta V_{y2} \\ \Delta V_{z2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{xi} \\ \Delta V_{yi} \\ \Delta V_{zi} \end{bmatrix} = \Delta R_i \begin{bmatrix} V_{li} \\ V_{mi} \\ V_{ni} \end{bmatrix} + R_i \begin{bmatrix} \Delta V_{li} \\ \Delta V_{mi} \\ \Delta V_{ni} \end{bmatrix} + \Delta V_{Ri} \begin{bmatrix} l_i \\ m_i \\ n_i \end{bmatrix} -$$

$$V_{Ri} \begin{bmatrix} \Delta l_i \\ \Delta m_i \\ \Delta n_i \end{bmatrix}$$

其中：

$$\begin{bmatrix} V_{li} \\ V_{mi} \\ V_{ni} \end{bmatrix} = M_i \begin{bmatrix} V_{ai} \\ V_{bi} \\ V_{ci} \end{bmatrix} =$$

$$M_i \begin{bmatrix} -V_{Ei} \sin E_i \cos A_i - V_{Ai} \cos E_i \sin A_i \\ V_{Ei} \cos E_i \\ -V_{Ei} \sin E_i \sin A_i + V_{Ai} \cos E_i \cos A_i \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{li} \\ \Delta V_{mi} \\ \Delta V_{ni} \end{bmatrix} = \frac{M_i}{41} \begin{bmatrix} \sigma_{Ei} \sin E_i \cos A_i - \sigma_{Ai} \cos E_i \sin A_i \\ \sigma_{Ei} \cos E_i \\ -\sigma_{Ei} \sin E_i \sin A_i + \sigma_{Ai} \cos E_i \cos A_i \end{bmatrix} -$$

$$M_i \cdot V_{Ai} \cdot \Delta A_i \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ c_i \end{bmatrix} - M_i \cdot V_{Ei} \cdot \Delta E_i \begin{bmatrix} a_i \\ b \\ c_i \end{bmatrix} -$$

$$M_i (V_{Ai} \cdot \Delta A_i + \Delta E_i \cdot V_{Ai}) \begin{bmatrix} \sin E_i \sin A_i \\ 0 \\ -\sin E_i \cos A_i \end{bmatrix}$$

若是以单台经纬仪测量值作基准， $\Delta R_i$  是给定值， $\Delta V_{Ri} = 3/41 \cdot \sigma_{Ri}$ ， $V_{Ri}$  为平滑求速， $R_i$  为测量值， $\Delta V_x$ 、 $\Delta V_y$ 、 $\Delta V_z$  即为  $\Delta V_{xi}$ 、 $\Delta V_{yi}$ 、 $\Delta V_{zi}$ 。若是两台经纬仪测量值交汇作基准，则  $R_1$ 、 $R_2$  为交汇计算值， $\Delta R_i$  前面已给算式。

$\Delta V_{Ri}$  可计算如下：

$$\Delta V_{R1} = \Delta \left[ \frac{D_2 \cdot V_{B1} - V_{B2} \cdot G}{G_2 - D_1 \cdot D_2} \right], \Delta V_{R2} = \Delta ((G \cdot R_1 + V_{B2}) / D_2)$$

## 2 计算机仿真及其结果分析

### 2.1 计算方法的简化<sup>[3-4]</sup>

前面推导的公式是针对鉴定基准的固定偏差的，且没有完全展开，如要针对随机均方根误差，根据 1.2.2 中原始误差随机独立性的假设，可如下简化上机计算程序：对被鉴定的各个参数，轮番一次令鉴定基准中的一个原始测量参数存在测量误差其余测量误差为 0，用误差传递公式计算其传递误差，然后把各轮番求得的传递误差值取平方，再求和，最后求其平方根。

### 2.2 计算结果分析

#### 2.2.1 基准的可用性分析

鉴定基准的最终精度(即总误差的传递误差)：测距均在 2 m 以内；测角在 10" 以内；测速大于 0.1 m/s，可达 0.2 m/s；而单脉冲雷达的允许总误差：测距为 10 m；测

角为 60"；测速为 0.14 m/s；一般要求鉴定基准的最终精度为被鉴定设备允许误差的 1/5 倍即鉴定基准可用。因而单台经纬仪基准或两台经纬仪交汇基准均可用于鉴定单脉冲雷达的测距和测角。经用实际飞行数据进行事后精度分析可知，用 41 点(20 点/s)中点平滑对鉴定距离和角度是合适的，推导和计算中用的是 41 点中点平滑，如要鉴定测速，在连续跟踪时间较长时，则根据 1.2.2 中的推导( $\Delta V_R$  主要是平滑求速的误差引起)和以上计算所得资料，交汇基准要使用 201 点中点平滑，与被鉴定雷达同站的经纬仪基准要使用多于 121 点的中点平滑，与被鉴定雷达不同站的经纬仪基准也要使用多于 201 点的中点平滑。

#### 2.2.2 基准的合理使用分析

从计算结果可见，用两台经纬仪鉴定单脉冲雷达，如果两台经纬仪均有有效的测量信息，在航捷点 12 km 以内，应该用与单脉冲雷达同站的经纬仪作为鉴定基准，在航捷点 12 km 以外，应该用两台经纬仪交汇作为鉴定基准。这是由于与单脉冲雷达同站的经纬仪在单脉冲雷达附近，转换矩阵近似为单位矩阵， $\Delta R$ 、 $\Delta A$ 、 $\Delta E$  几乎不变传递<sup>[5]</sup>，而另一台经纬仪距单脉冲雷达较远，它对火箭飞行精度鉴定的测元  $A$ 、 $E$  在单脉冲雷达附近变化率大，引起交汇的传递误差  $\Delta A$ 、 $\Delta E$  在单脉冲雷达附近最大，达经纬仪设备固有误差相应项的 3 倍。然而交汇的传递误差  $\Delta R$ ，由于  $R$  在单脉冲雷达附近变化率小，而较远处稍小一些<sup>[6]</sup>。

## 3 结束语

结合实际应用笔者给出了一个较复杂的校飞精度分析的全过程。其中平滑求速的精度分析和基准的合理使用，对测速有极高要求的高精度弹道的测量和数据处理方法<sup>[7]</sup>的研究将有所启发；对于其它复杂的精度分析，其方法也是可以借鉴的。

### 参考文献：

- [1] 王正明, 易东云. 测量数据建模与参数估计[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1996. 95 - 165.
- [2] 楼宇希. 雷达精度分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 1979. 443 - 539.
- [3] 王正明. 弹道跟踪数据的校准与评估[M]. 北京: 国防科大出版社, 1999. 202 - 206.
- [4] 吴翊, 朱炬波. 弹道数据处理的融合算法[J]. 中国科学(E 辑), 1998, 28: 505 - 512.
- [5] 闫章更, 魏振军. 实验数据的统计分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001. 266 - 285.
- [6] 齐全跃. 跟踪雷达测量误差的统计模型(I): 模型的建立[J]. 应用数学学报, 1997, 20: 1 - 10. (下转第 61 页)

## Applied of $3\sigma$ -rule in Reducing Noise in Signal by Wavelet analysis

HE Shi-biao, YANG Shi-zhong

(College of Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** It is a effective method to reduce the noise in signal by wavelet multiscale decomposition. The keys of reducing noise in nonstationary signals are to select good wavelet and thresholds for each layer wavelet decomposition coefficients. In this paper we discuss the principle of reducing noise in nonstationary signal by wavelet analysis and put forward a new method of getting thresholds. For nonstationary signals contained noise, the low frequency wavelet coefficients decomposed represent the parts of low change of signal, the high frequency wavelet coefficients decomposed represent the noise and the saltation of signal. It is very convenient to distinguish the parts of noise and saltation of signal by  $3\sigma$ -rule applied in electronic measurement. As a result, we can reserve the saltation of signal and reduce the noise.

**Key words:** filter; noise; wavelet analysis;  $3\sigma$ -rule

(责任编辑 吕赛英)

(上接第 57 页)

## Error Transfer's Analysis about Evaluation Criterion of a Rocket - Flight

GAO Bo, CHE Zhu-ming

(Xichang Satellite Launch Center, Xichang 615000, China)

**Abstract:** On the basis of the accuracy evaluation's demand of single impulse radar and other ground measure equipment, model of the inherent accuracy of ballistic camera as Evaluation's comparison criterion on fairway of a Rocket - Flight are worked out. Three respects analysis follows: 1) Will the criterion be able to be used? 2) In case of two laser ballistic camera having effective data, where does the one ballistic camera be as criterion? Where does the two ballistic camera be as criterion? 3) How can the speed be evaluated?

The formula, calculation method's simplification as well as the curve figure of the error transfer of the criterion are given and analysed. The model have been successfully used in single impulse radar's accuracy evaluation. It is a typical case of the accuracy analysis.

**Key words:** evaluation criterion; error transfer's analysis; accuracy analysis; rocket; radar accuracy

(责任编辑 吕赛英)