文章编号:1000-582X(2002)02-0134-05

# 层合机敏结构的变形传递和层间应力分析:

张奔牛,张俊乾,黄尚廉 (重庆大学 工程力学系,重庆 400044)

摘 要:建立了一种承受弯矩及正应力加载下结构材料与压电陶瓷传感/执行器的应力应变传递关系模型,获得了位移、应力、应变等场量方程。模拟了压电陶瓷作为传感器时结构的变形传递及作为执行器时的应力分布和变形传递,并与实验和有限元分析结果进行了比较。结果显示:模型得出的理论值与试验和有限元结果较为接近;当本体材料两面贴压电陶瓷并加同向电压(即只受纵向载荷作用),本模型与已有的一些模型模拟结果近似,但此模型能同时分析承受弯曲加载的智能结构情况;压电陶瓷作为执行器时,层间正应力和层间剪应力在中间都比较平缓,到接近边缘处有一应力集中,实际制作时应加强此处粘接强度,以防在高应力加载或循环下压电陶瓷剥落。

关键词:机敏结构;压电陶瓷;应力传递;层间应力 中图分类号:0 343.7 文献标识码:A

在机敏结构中,片状压电陶瓷正被广泛用作传感 器和执行器。对结构材料与传感器变形传递的研究, 有助于提高传感器检测信号的精度;而通过对执行器 与结构材料作用机理的研究,能够进一步掌握压电陶 资执行器的控制效果。Crawley 和 de Luis<sup>[1]</sup>于 1987 年 提出了一种变形由压电执行器通过粘接层传递给本体 材料的梁模型,他们假设整个执行器有统一的应变,粘 接层中是一维剪应变状态,梁的轴向应变沿厚向假设 为线性变化。紧接着 Crawley 和 Anderson<sup>[2]</sup>于 1990 年 研究了在理想粘贴条件下基于 Euler - Bernoulli 梁理论 的应变传递模型,文中假设在梁和压电执行器厚度方 向的应变呈线性变化。在上面 2 种情况中,梁的两边 都贴有压电执行器。Robbins 和 Reddy<sup>[3]</sup>于 1991 年基 于位移有限元模型研究了应变传递特性。同年, Reddy 和 Roy<sup>[4]</sup> 做了粘贴非理想化的有限元分析。Park<sup>[5]</sup> 等 人于 1993 年把 Crawley 和 de Luis 的方法用于只有一边 贴有压电陶瓷的梁,分析了弯曲 - 拉伸组合及弯曲 -拉伸-扭曲组合情况下的应变传递规律。Ray<sup>[6]</sup>等人 在1993年发布了理想粘贴状况下的精确弹性分析。 1999 年 Molyet<sup>[7]</sup>等发表了基于有限差分法的粘贴有压 电陶瓷的梁的模型,文中用二维模型研究了两边都贴 有压电陶瓷的粱,并把最后结果同有限元模型及 Crawley 和 de Luis、Crawley 和 Anderson 的结果进行了比较。同年 Peelamedu<sup>[8]</sup> 等进行了三维有限元分析。他 们把最后的结果与 Molyet 的二维有限差分模型、Park 的一维模型及 Peelamedu 的实验进行了比较,并用实验 验证了模型有效性。笔者也于 2000 年建立了三种基 于剪应力滞后传递的模型,分别对应平面应变、平面应 力和三维等不同压电陶瓷粘贴情况<sup>[9]</sup>。

本文基于复合材料层合板应力分析思想,建立了 一种能够分析单、双面粘贴压电陶瓷2种情况下,加载 纵向应力及弯矩的机敏层合结构应力分析模型。然后 通过计算机求解方程组,获得各种不同尺寸和材料条 件下的应力、应变、位移的数值解。当有的层厚较大 时,其应力分布模型可能出现较大误差。为了更精细 地分析应力传递,我们把一些大厚度层分成了许多小 层,用各层平均应变作为材料的应变值,推导了其细分 模型。

## 1 传感器及执行器的变形传递模型

考虑表面粘贴压电陶瓷的层合机敏结构系统,它 由压电层,粘接层和结构材料层组成。由于力电耦合 效应对变形传递造成的影响不十分明显<sup>[10]</sup>,忽略二次 压电效应。具体讲,对传感器,只计算变形引起的电压

收稿日期:2001-11-14
 基金项目:国家自然科学基金重点项目(59635140),面上项目(59503003)
 作者简介:张奔牛(1975-),男,重庆人,重庆大学博士生。主要研究方向:压电陶瓷智能结构,生物芯片技术。

 $\sigma$ 

变化,忽略变形诱导电场对变形的影响;对执行器,假 设作用在片状压电陶瓷的电场是均匀的,只考虑外加 电场引起的变形,忽略变形反过来对电场的扰动。于 是力学场量分析与电场分析可以解耦。当压电陶瓷作 为传感器时,应变传递的方向是由本体材料传给压电 陶瓷,其变形传递的结构如图1所示。而压电执行器 受激励后机敏结构的应力分析可分解为以下几步:① 假想压电陶瓷与结构材料分离,则执行器的无约束自 由应变为  $\epsilon'_{BT}$ ;② 如在压电片两边作用应力,使其回 到无伸缩状态,则所需应力为  $d_{PT} = - E_{PT} \epsilon_{PT}'$  (图 2b);其中 E<sub>err</sub> 为外加电场强度为零时的压电陶瓷弹 性刚度张量,称为短路弹性刚度。③ 用粘接剂将执行 器与结构材料粘接好,然后使作用力释放。fm(图 2c)。 实际结构的应力分布为步骤 ② 和步骤 ③ 产生应力的 叠加。步骤②的分析比较常见,因此我们只需讨论步 骤③的应力分析方法,这与压电传感器的变形传递相 同。于是压电陶瓷作为传感器和执行器时的应力分布 可用同一模型来描述。



图 1 压电陶瓷在结构中作为传感器



图 2 压电陶瓷在结构中作为执行器

## 2 基本方程和条件

考虑到每一层材料都可细分为多层,我们并没有 只做三层的推导,而是导出了多层应力应变分析的方 程。设共有 n 层细分层,总厚度为 h。对每层细分,建立 图 3 所示每层局部直角坐标系,并假设 xz 平面为平面 应变或平面应力。z<sub>i</sub> 轴的原点在该层的几何中面,第 i 层的厚度为 h<sub>i</sub>。

2.1 应力场假设

假设层内纵向正应力沿厚向线性分布<sup>[11.12]</sup>,即:

$$i_{\infty} = \frac{N_x^i}{h_i} + \frac{12}{h_i^3} z_i M_{\infty}^i, i = 1, \cdots, n,$$
 (1)

其中 N; 为第i 层在x 方向上的内力, M; 为第i 层在x 方向上的弯矩。由应力平衡方程可得:

$$\sigma_{\mathbf{x}}^{i} = \frac{3(h_{i}^{2} - 4z_{i}^{2})M_{x}^{i\prime}}{2h_{i}^{3}} - \frac{(h_{i} + 2z_{i})N_{x}^{i\prime}}{2h_{i}} + p_{x}^{i},$$

$$i = 1, \cdots, n \qquad (2)$$

$$\sigma_{\mathbf{x}}^{i} = \frac{(z_{i} - h_{i})(h_{i} + 2z_{i})^{2}M_{x}^{i\prime\prime}}{2h_{i}^{3}} + \frac{(h_{i} + 2z_{i})^{2}N_{x}^{i\prime\prime}}{8h_{i}} - \left(z + \frac{h_{i}}{2}\right)p_{x}^{i\prime\prime} + q_{x}^{i}, i = 1, \cdots, n \qquad (3)$$

其中  $P_x$ 为第*i* 层底面的剪应力,且  $p_x^1 = p_x^{n+1} = 0$ ;  $q_x^i$ 为 第 *i* 层底面的层间正应力,且  $q_x^1 = q_x^{n+1} = 0$ ;上标'/' 表示对 *x* 的导数。



#### 图 3 多层细分局部坐标系

#### 2.2 微分方程

用本构方程  $\epsilon_{x}^{i} = \frac{\partial w_{i}}{\partial z_{i}} = \frac{\sigma_{x}^{i}}{E_{i}} - \frac{v_{i}}{E_{i}}\sigma_{x}^{i}$  和  $\epsilon_{x}^{i} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_{i}}{\partial z_{i}} + \frac{\partial w_{i}}{\partial z_{i}} \right] = \frac{\sigma_{x}}{2\mu_{i}}$  求出位移场,代人本构方程  $\epsilon_{x}^{i}$ =  $\frac{\partial u_{i}}{\partial z_{i}} = \frac{-v_{i}}{E_{i}}\sigma_{x}^{i} + \frac{\sigma_{x}}{E_{i}}$  中,并假设方程在对 *z* 坐标积分 和积分矩的意义下满足,再应用应力和位移连续条件 可以得到 2*n* 个方程。把所有的变量用 *M* 和*N* 表示出来 就可以得到—组控制微分方程:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{y} M_{x}^{i,m} + \sum_{i=1}^{n} G_{ij} M_{x}^{i,m} + \sum_{i=1}^{n} H_{ij} M_{x}^{i} + \sum_{i=1}^{n} F_{i+n,j} N_{x}^{i,m} + \sum_{i=1}^{n} G_{i+n,j} N_{x}^{i,m} + \sum_{i=1}^{n} H_{i+n,j} N_{x}^{i} = 0, j = 1, \cdots, n \quad (4)$$
$$\sum_{i=1}^{n} F_{i,j+n} M_{x}^{i,m} + \sum_{i=1}^{n} G_{i,j+n} M_{x}^{i,m} + \sum_{i=1}^{n} H_{i,j+n} M_{x}^{i} + \sum_{i=1}^{n} F_{i+n,j+n} N_{x}^{i,m} + \sum_{i=1}^{n} G_{i+n,j+n} N_{x}^{i,m} + \sum_{i=1}^{n} H_{i+n,j+n} N_{x}^{i} = 0,$$

界条件决定变量值。

### 2.3 边界条件

由于端部边界上的剪应力  $\sigma_{x}(x = \pm l) = 0$ ,可得 4n 个边界条件:

 $M_{x}^{i'}(x = \pm l) = 0, N_{x}^{i'}(x = \pm l) = 0.$  (6) 设端部未受机械载荷(压电和粘接层)的层数为 m,在 其上有  $\sigma_{x}^{i}(x = \pm l) = 0,$ 可得 4m 个边界条件:

$$M_{x}^{i}(x = \pm l) = 0, N_{x}^{i}(x = \pm l) = 0.$$
 (7)

受加载层为 n - m 层,对加载层端部边界上纵向位移 假设沿 z 坐标线性变化,可得:

$$\int_{-\frac{h_1}{2}}^{\frac{h_1}{2}} u^i dz (x = \pm l) = \pm \left[ \varepsilon + \hat{\varepsilon} \left( \sum_{j=1}^{i} h_j - \frac{h_i}{2} \right) \right] h_j l$$
(8)

其中 ef 分别表示宏观应变和曲率。由边界上一层的纵向位移矩可得:

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{n}{2}} u^{t}zdz (x = \pm l) = \pm \hat{\varepsilon}h_{l}l \qquad (9)$$

得到4(n - m)个边界条件。

设  $W_x$  为第 i 层底面的 z 向位移、 $U_x$  为第 i 层底面 的纵向位移,则  $U^1(x = \pm l) = \pm \epsilon l$ ,  $W^{1\prime}(x = \pm l) = \pm \epsilon l$ , 其它 U' 和 W' 可用位移连续条件推出。

于是我们有2n个微分方程,2n个未知量,8n个边 界条件,M和N的值都可以算出。把值代人相应方程, 应力、应变和位移值都可得到了。

## 3 压电陶瓷作为传感器时变形传递研究

我们这里考察本体材料只受轴向应变,而无弯曲 变形。利用上节的分析模型,假设本体材料的在边界上 承受的轴向应变  $\hat{\epsilon}$  等于给定的数值,曲率  $\hat{\epsilon} = 0,可求$ 得轴向应变在压电层内沿厚向的分布,它是非均匀的。 因此,应变引起的电场沿厚度方向也是非均匀的。压电 传感片的输出电压应为压电片沿厚度的平均电位差, 则其值为:

$$V_{\text{out}} = \frac{d_{31} E_{PZT}}{\epsilon_0 \epsilon_r l_{PZT}} \iint \epsilon_{PZT} (x, z) dz dx = \frac{d_{31} E_{PZT} h_{PZT}}{\epsilon_0 \epsilon_r l_{PZT}} = k - \bar{\epsilon}_{res}$$
(10a)

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r = \kappa_{popu} \varepsilon_{PZT} \qquad (10a)$$

$$k_{\text{innu}} = \frac{a_{31} E_{PZT} a_{PZT}}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$
(10b)

其中
$$\bar{\epsilon}_{PZT} = \frac{\int \epsilon_{PZT}(x,z) dz dx}{h_{PZT} l_{PZT}}$$
为压电陶瓷的平均轴向应

变, $d_{31}$ , $h_{PZT}$ , $E_{PZT}$ , $\epsilon_{PZT}$ 分别为压电片的压电系数、厚度、弹性模量和应变, $\epsilon_0$ , $\epsilon_r$ 分别为真空中的介电常数和压电片厚度方向上的相对介电常数。

作为传感器的压电片并没有直接受到外力的作用,它的轴向应变是通过粘接剂由本体材料的传递所致。一般地讲、 $\bar{\epsilon}_{PZT}$ 与本体材料的平均轴向应变 $\bar{\epsilon}$ 不相等,在文<sup>[12,13]</sup>中,我们引入了应变传递因子 k 的概念,即定义</sup>

$$k = \bar{\epsilon} / \bar{\epsilon}_{PZT} \quad \forall \bar{\epsilon} = k \bar{\epsilon}_{PZT} \quad (11)$$

于是 
$$V_{out} = \frac{k_{max}}{k} \overline{\epsilon}$$
 (12)

为了验证理论应变传递因子 k 的精度,在梁上与压电 陶瓷片对应的位置贴应变片(图 4),把应变片测出的 值近似作为梁与压电陶瓷的应变值,然后用梁应变除 以压电陶瓷应变作为应变传递因子。所取材料常数及 试验与理论预测结果的比较分别如表1和表2所示。



图4 试验模型

表1 材料常数

E(GPa)	v	h(mm)	l(mm)
压电陶瓷 63.0	0.40	0.60	9,82
粘接剂 35.3	0.33	0.16	9.82
钢梁 205.93	0.43	1.14	—

表 2 试验与模型预测的传感器 / 结构应变传递

	1	2	3	4	5	6	7	实验 平均	模型 预测
$\epsilon_{\rm bars}(\mu\epsilon)$	312	271	303	290	278	366	247	295	
$\epsilon_{PZT}(\mu\epsilon)$	127	113	112	116	112	142	104	118	—
$\epsilon_{beam}/\epsilon_{PZT}(\mu\epsilon$	) 2.46	2.40	2.70	2.47	2.48	2.58	2.37	2.5	1.654

试验结果略高于模型推导,这是可以理解的。由于 试验测出的是梁和压电陶瓷的表面应变,而为了实际 的需要,我们理论预测为沿厚度的平均值,应该比表面 的应变比略小。

## 4 压电陶瓷作为执行器时应力分布及变形传 递研究

压电陶瓷作为执行器时,选取压电陶瓷执行器的

#### 4.1 层间应力分布

应力图 5 和图 6 分别为压电材料层与粘接层之间 的层间正应力 σ<sub>x</sub> 和层间剪应力 σ<sub>x</sub> 分布,横坐标都为 x 坐标,表示材料的长度方向,单位为 mm,其中 x = 0处 为材料中点;纵坐标都为应力的大小,单位为 MPa。材 料常数及加载电压造成的自由应变如表 3 所示。



图 6 压电陶瓷 / 粘结剂之间的层间剪应力 σ<sub>=</sub> 分布图

表3 材料常数

	E(GPa)	v	H(mm)	l(mm)	$\epsilon'_{PZT}(\mu\epsilon)$
粘接剂	10.776	0.30	0.4	20	_
铝梁	73.0	0.30	2.5		

图 5 为压电层 / 粘接层的层间正应力。显然,每一 层的层间正应力在中间都比较平缓,到接近边缘处有 一应力集中,这一位置是我们应该特别注意的。实际制 作时应加强这一处的粘接强度,以防在大应变激励或 循环下压电陶瓷剥落。图6为压电层/粘接层的层间剪 应力。同层间正应力一样,每一层的层间剪应力在中间 都比较平缓,到接近边缘处有一应力集中,说明层间的 应力应变剪切传递主要发生在这一部分。同时这也再 一次表明,实际制作时这一处的粘接强度需要加以特 别考虑。

4.2 与已有模型、有限元及试验的应力分布比较

图 7 和图 8 为当两面贴压电陶瓷并加同向电压时, 该模型与几种已有的模型方法算出应力分布的比较。 图 7 为压电陶瓷上应变分布,图 8 为梁上的应变分布。 纵坐标为无量刚长度坐标,横坐标为实际应变与未加 约束时压电陶瓷自由应变的比值。由图可见在分析这 种情况的应变时,几种模型效果相似。但由于本文模型 既能分析对称又能够分析单面粘贴及加载弯矩的情 况,故具有更大的适用范围。



图 8 几种不同模型预测的梁的应变分布

## 4.3 变形传递研究

Peelamedu<sup>[0]</sup>用 Taguchi 方法(Montgomery D C 1991 Design And Analysis of Experiments 3rd edn(Ney York: Wiley))为试验建立一个有效、简便的试验矩阵。根据 这一试验获得的应变值,我们进一步由压电陶瓷应变 除以梁应变作为应变传递因子,与模型分析得出的数 据进行了比较(金属厚度取为 0.203 2 cm),如表 4 示。

### 表 4 试验与模型预测的执行器/结构应变传递

	应变传递因子 (实验 <sup>[3]</sup> )	应变传递因子 (模型预测)
1	3.044 71	1.957 98
2	4.164 56	2.400 79
3	3.022 56	2.416 25
4	2.247 43	2.283 71
5	1.996 38	2.604 02
6	2.009 30	1.911 97
7	2.254 16	2.553 22
8	2.301 81	1.748 38
9	1.738 32	1.977 49
平均	2.531 02	2.205 98

结果显示模型能较好的模拟压电陶瓷作执行器时 的变形传递情况。

#### 5 结论

本文建立了一种承受弯矩及正应力加载下结构材 料与压电陶瓷传感/执行器的应力应变传递关系模型, 获得了位移、应力、应变等场量方程,应用这一微分控 制方程就可通过计算机模拟不同条件下场量数值。我 们模拟了压电陶瓷作为传感器时结构的变形传递及作 为执行器时的应力分布和变形传递,并与实验和有限 元分析结果进行了比较。结果显示:模型得出的理论 值与试验和有限元结果较为接近;当本体材料两面贴 压电陶瓷并加同向电压,本模型与已知的一些模型模 拟结果近似,但此模型能同时分析承受弯曲加载(即加 异向电压和单面粘贴)的智能结构情况;压电陶瓷作为 执行器时,层间正应力和层间剪应力在中间都比较平 缓,到接近边缘处有一应力集中,这一位置是我们应该 特别注意的,实际制作时应加强这一处的粘接强度,以 防在高应力加载或循环下压电陶瓷剥落。

#### 参考文献:

- CRAWLEY E F, dE LUIS J. Use of piezoelectric actuators as element of intelligent structures[J]. AIAA J, 1987, 25:1 373 – 1 385.
- [2] CRAWLEY E F, ANDERSON E H. Detailed models of piezoceramic actuation of beams[J]. J Intell Mater Syst Struct, 1990, 1:4-25.
- [3] ROBBINS D H, REDDY J N. Analysis of piezoelectrically actuated beams using a layer - wise displacement theory [J]. Compute Structure, 1991,41:265 - 279.
- [4] REDDY J N, ROY S. Finite analysis of adhesive joints [J].
   Adhesive bonding ed L H Lee(New York: Plenum) pp, 1991, 3:59-94.
- [5] PARK C, WALZ C, CHOPRA I. Bending and torsing models of beams with induced strain actuator [J]. J Smart Materials and Structure, 1993, 5:327 - 337.
- [6] RAY M C, RAO K M, SAMANTA B. Extract solution for static analysis of an intelligent structure under cylindrical bending[J]. Compute Structure, 1993,47:1 031 - 1 042.
- [7] MOLYET K E. Study of induced strain transfer in piezoceramic smart material systems [J]. Smart Materials and Structure, 1999,8:672-690.
- [8] PEELAMEDU S M, YU Y, NAGANATHAN G N, et al. Active strain - transfer analysis in a piezoceramic system using a finite - element method and experimental investigation [J]. Smart Matererials and Structure, 1999,8:654-662.
- [9] 张奔牛,张俊乾,黄尚廉.压电传感材料与结构的变形传 递模型[J].重庆大学学报,2000,23(4):38-43.
- [10] ZHOU X, CHATTOPADHYAY A, THORNBURGH R. Analysis of piezoelectric smart composites using a coupled piezoelectric – mechanical model[J]. J Intell Mater Syst Struct, 2000, 11(3):169 – 179.
- [11] PAGANO N J. Stress fields in composites laminates[J]. Int J Solids & Structures, 1978, 14:385 - 400.
- [12] MCCARINEY L N, PIERSE M C. Stress transfer mechanics for multiple ply laminates subject to bending[J]. National Physical Laboratory (UK) Report, 1999, CMMT (A) 55, 1.

(下转第142页)

## Mouse with Capability of Fingerprint Identifying

### ZHANG Liang

(JiangSu Public Security College, Nanjing 210012, China)

Abstract: The mouse is developed with the purpose of providing reinforcement of database security for computer users, whose validity can be verified by taking advantage of the fingerprint identity, which is the uniqueness, immutability biological characteristic of human body. By one – by – one matching algorithm, rendering between pressured data and field acquisitions of finger print image, the vital heart of dactylogram verification with the mouse is realized. The mouse has been made possible by taking account of the roomy space within mouse, tiny chip patch for fingerprint identification and together with small size of available microprocessors. The mouse can be used as an normal pointing device while maintaining the capability of user identity distinguishing. The usage of this device is very easy and it is reliable. Development of this device mainly comprises of the hardware development, driver development, application software development, and the installation of network security verification center. The purpose, principle and system design of the mouse is introduced, while characteristics and applications of the device are also presented.

Key words; fingerprint; identification; mouse; verification; distinguish

(責任编辑 姚 飞)

## Analyses of Interlayer Stresses and Strain Transfer in Smart Laminated Structures

## ZHANG Ben-niu, ZHANG Jun-qian, HUANG Shang-lian (Department of Engineering Mechanics, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: A new model is proposed to analyze the strain/stress transfer relation between host materials and piezoceramic sensors/actuators under bending and axial stress loading. The finite thickness of the adhesive is taken into account. The physical layers of the piezoceramic, adhesive and structure material are further subdivided into thinner layers as fine as necessary in order to improve the accuracy of stress analysis. In each thin layer the in – plane stresses are assumed to vary linearly across the thickness. By satisfying equilibrium equations, constitutive equations and displacement – strain relations, all components of stress, strain and displacement can be expressed as functions of the in – plane forces and the moments of the thin layers. The differential equations governing the *in* – plane forces and the moments are obtained. Then, this analytical model is used to predict strain transfer from the structure material to the sensor. It is found, both experimentally and theoretically, that the axial strain of the host material is considerably larger than the strain of the sensor, which is directly related to the output voltage. By introducing the so – called strain transfer factor, a relationship between the output voltage of the sensor and the strain of the measured material is derived. The model is used to predict interlayer stress distributions and strain transfer, which are induced by actuator strain. The result was compared with existing experiments and FEM. There is stress concentration between the actuator and adhesive around the edge of the smart structures, which may cause debonding under high stress loading.

Key words: smart structures; piezoceramic sensors/actuators; strain transfer; interlayer stresses

(責任编辑 姚 飞)