

文章编号:1000-582X(2002)03-0043-04

γ 辐射的散射研究*

刘恩承¹, 蔡从中², 刘高斌²

(1. 重庆大学 ICT 中心, 重庆 400044; 2. 重庆大学 数理学院, 重庆 400044)

摘 要:从 γ 射线在射入物质体内时发生的康普顿散射现象出发, 在忽略三次(及以上)散射、光电吸收的前提下, 从理论上讨论了二次散射对工业 CT 机图像质量的影响。给出了两种数学模型。研究了辐射强度的减少与吸收体厚度之间, 以及一次射线束与二次射线束的相对强度同吸收体厚度之间的定量关系。结果显示: 该讨论适用于垂直入射的平行窄束射线情形; 二次散射会降低整个图像或部分图像的对比度, 并将产生“压杯”现象; 材料对射线的吸收越强、材料越厚, 则图像对比度的降低越明显。该讨论及结论还适用于 X 射线源。

关键词:散射; γ -射线; 数学模型; ICT; 辐射

中图分类号: O571.32; O562.5

文献标识码: A

工业 CT 目前主要是采用透视式层析扫描成像技术对产品和工件进行无损检测。从目前大多数采用的重建图像的方法来看, 为了提高成像质量, 希望射线束应该是高度单色的。但实际上, 由于 γ 射线与被测物体的相互作用, 单色 γ 射线束通过物质时, 它已不再是单色束。穿过吸收体后的 γ 射线束中出现了各种各样的 γ 量子, 射线束的能谱变得很复杂, 这将引起图像质量的下降^[1,2]。本文将从理论上讨论 γ 射线的质量问题。同时, 希望该讨论能对工业 CT 成像系统的优化提供有益的帮助。

1 数学模型 1

首先研究吸收物质内仅引起单独的二次射线(假设三次以上的射线不产生)的情况, 同时这些射线是沿一次射线的方向传播。吸收系数为 μ_1 的一次辐射将在物质中转变为第二次辐射^[3]。二次辐射也按指数衰减, 其衰减系数 $\mu_2 > \mu_1$ 。用 t 表示吸收层的厚度(见图 1)。初始强度为 N_0 的一次辐射, 在深度 x 处衰减到强度 N_1 。

$$\text{即 } N_1 = N_0 \cdot e^{-\mu_1 x} \quad (1)$$

在 x 到 $x + dx$ 层里, 一次射线衰减量为:

$$\begin{aligned} dN_1 &= \mu_1 \cdot N_1 \cdot dx = \\ &\mu_1 \cdot N_0 \cdot e^{-\mu_1 x} dx \end{aligned} \quad (2)$$

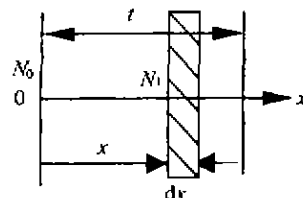


图1 辐射强度的减少与吸收体厚度之间的关系

根据我们的假定, 这个被吸收的辐射强度, 应当相应地等于沿 x 方向辐射出来的二次量子数目。再考虑到还要通过 $t - x$ 厚度。有:

$$\begin{aligned} dN_2 &= dN_1 e^{-\mu_2(t-x)} = \mu_1 \cdot N_0 \cdot e^{-\mu_1 x} \cdot e^{-\mu_2(t-x)} dx \\ N_2 &= \int_{x=0}^t dN_2 = \mu_1 \cdot N_0 \int_{x=0}^t e^{-(\mu_1 - \mu_2)x} \cdot e^{-\mu_2 t} dx = \\ &N_0 \frac{\mu_1}{\mu_2 - \mu_1} [e^{-\mu_1 t} - e^{-\mu_2 t}] \end{aligned} \quad (3)$$

一次射线经过 t 厚度的吸收层的衰减为

$$N_1' = N_0 \cdot e^{-\mu_1 t} \quad (4)$$

产生的二次射线与经过 t 厚度后, 剩下的一次射线之比为:

$$\frac{N_2}{N_1'} = \frac{\mu_1}{\mu_2 - \mu_1} \times \frac{e^{-\mu_1 t} - e^{-\mu_2 t}}{e^{-\mu_1 t}}$$

• 收稿日期: 2001-12-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19904016)

作者简介: 刘恩承(1942-), 男, 重庆人, 重庆大学副教授。主要研究方向: 光纤技术、辐射物理与辐射技术、工业 CT 技术。

由于 $\mu_2 > \mu_1$, 因此 $e^{-\mu_2 t}$ 随 t 增加而迅速减少, 到某一厚度 t 时,

$$\frac{N_2}{N_1'} \approx \frac{\mu_1}{\mu_2 - \mu_1} \quad (5)$$

这时, 虽然厚度继续增加, 但比值 N_2/N_1' 保持不变。即经过一定的厚度后, 一次射线与二次射线之比基本上是一定值 $\mu_1/(\mu_2 - \mu_1)$, 此比值不仅取决于光子能量与吸收物质的性质, 而且还主要取决于物质的密度。

2 数学模型 2

对轻物质中人工或天然放射性物质的 γ 射线而言, 由 Compton 效应所引起的二次射线是最重要的^[4]。

现在我们着重讨论一下 Compton 二次、三次等 γ 射线。设有一束 γ 射线, 其初强度为 A , 自左向右垂直地射入厚度为 t 的平行平板状厚层物质(图 2)。假定在深 x 处的 P 点上, 射线束被体元 $dV = 2\pi r^2 \sin\theta d\theta \cdot dr$ 散射, 散射角为 θ 。

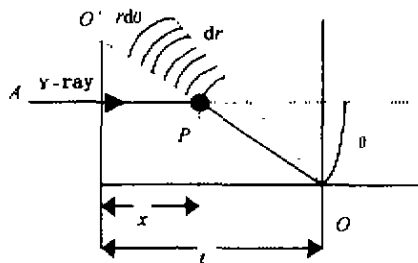


图 2 推导射出的二次射线强度图

1) 计算 1 s 内有多少能量以散射过一次的 γ 射线形式自右方通过 1 cm^2 的平板。有关一次射线束都标以记号“0”。有关散射过一次的射线束都标以记号“1”。

体元 dV 发出的二次射线束在 O 点的强度可由克莱因—尼辛纳—塔姆公式求得^[5]。(考虑到平板表面上的 1 cm^2 面积的法线与二次射线方向成 θ 角)。这里用 σ 表示衰减系数。

$$dI_1 = Ae^{-\sigma_0 x} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{r_0^2}{2} (1 + \cos^2 \theta) \cdot \left[\frac{1}{[1 + \omega_0(1 - \cos\theta)]^3} + \frac{\omega_0^2(1 - \cos\theta)^2}{(1 + \cos^2 \theta)[1 + \omega_0(1 - \cos\theta)]^4} \right] \cdot N \cdot dv \cdot \cos\theta \cdot e^{-\sigma_1 r}$$

式中 $\omega_0 = \frac{h\nu_0}{m_0 c^2}$, $\mu = \cos\theta$

ω_0 的物理意义是人射光子能量相应于电子静能

量的比值, 而 $m_0 c^2 = 0.511 \text{ Mev} \approx 0.5 \text{ Mev}$ 。因而:

$$dI_1 = Ae^{-\sigma_0 x} \cdot N \cdot \mu \cdot f(\mu) \cdot 2\pi \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot dr \cdot e^{-\sigma_1 r} = -2\pi A \cdot N \cdot e^{-\sigma_0 t} \cdot \mu \cdot f(\mu) \cdot d\mu \cdot dr \cdot e^{-(\sigma_1 - \sigma_0 \mu)r}$$

式中 N 表示 1 cm^2 中的电子数。

$$f(\mu) = \frac{r_0^2}{2} (1 + \cos^2 \theta) \cdot \left[\frac{1}{[1 + \omega_0(1 - \cos\theta)]^3} + \frac{\omega_0^2(1 - \cos\theta)^2}{(1 + \cos^2 \theta)[1 + \omega_0(1 - \cos\theta)]^4} \right]$$

还注意到: $x = t - r \cdot \cos\theta = t - \mu \cdot r$

为了计算所有散射过一次的 γ 射线, 必须对上式中的 r 由 0 到 ∞ 求积分, 对 θ 由 0 到 $(\pi/2)$ 或对 μ 由 1 到 0 求积分, 并应用 $0\theta' = t/\cos\theta = t/\mu$, 有:

$$I_1 = -2\pi A \cdot N \cdot e^{-\sigma_0 t} \int_1^0 \mu \cdot f(\mu) d\mu \int_0^{\frac{t}{\mu}} e^{-(\sigma_1 - \sigma_0 \mu)r} dr$$

作代换 $W = \frac{\sigma_1 - \sigma_0 \mu}{\sigma_0 \mu}$, $D = \sigma_0 t$ 后, 解得:

$$I_1 = 2\pi A \cdot N \cdot e^{-\sigma_0 t} \int_0^1 \mu \cdot f(\mu) \frac{[1 - e^{-W \cdot D}]}{W \cdot \sigma_0 \cdot \mu} d\mu = 2\pi A \cdot \frac{e^{-D}}{\frac{\sigma_0}{N}} \cdot \int_0^1 \frac{f(\mu) d\mu}{W} (1 - e^{-W \cdot D})$$

从而比值:

$$\frac{I_1}{A} = \frac{2\pi \cdot e^{-D}}{\sigma_0 \cdot \epsilon} \int_0^1 \frac{f(\mu) d\mu}{W} (1 - e^{-W \cdot D}) \quad (6)$$

上式的结果可用数值积分法求得, 其比值见表 1。

表 1 I_1/A 之值 ($\omega_0 = h\nu_0/(m_0 c^2)$, $m_0 c^2 = 0.511 \text{ Mev}$)

| ω_0 | 吸收体厚度 $D(D = \sigma_0 t)/\text{cm}$ | | | | |
|------------|-------------------------------------|--------|---------|-----------------------|-----------------------|
| | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 |
| 0.5 | 0.01424 | 0.0878 | 0.00791 | 7.75×10^{-5} | 4.82×10^{-9} |
| 1.0 | 0.14160 | 0.0844 | 0.00808 | 8.00×10^{-5} | 5.01×10^{-9} |
| 2.0 | 0.13300 | 0.0836 | 0.00771 | 7.67×10^{-5} | 4.83×10^{-9} |
| 6.0 | 0.10890 | 0.0681 | 0.00624 | 6.17×10^{-5} | 3.86×10^{-9} |
| 10.0 | 0.09690 | 0.0603 | 0.00547 | 5.38×10^{-5} | 3.35×10^{-9} |

从表 1 可知:

a. 对应于不同的 ω_0 (即对应于不同的光子能量), I_1/A 对应于相同的吸收体厚度 D 的变化不大。虽然随 ω_0 的增加而减少, 但都具有相同的量级, 即比值 I_1/A 在相同吸收厚度 D 时, 与光子能量的关系不大。

b. 当吸收体厚度 D 增加时, 由于多次散射的发生, 而使 I_1/A 的值急剧减少。

2) 由于散射光子的能量:

$$h\nu = \frac{h\nu_0}{1 + \omega_0(1 - \cos\theta)} = \frac{h\nu_0}{1 + \omega_0(1 - \mu)} \quad (7)$$

假如所有散射光子都偏斜同一个角度 μ ($\mu = \cos\theta$), 见图2, 则可以写出如下形式的微分方程^[6]:

$$\frac{dI_1}{dt} = \frac{\sigma_0 I_0}{1 + \omega_0(1 - \bar{\mu})} - \frac{\sigma_1 I_1}{\bar{\mu}_0} \quad (8)$$

这里 $\frac{dI_1}{dt}$ 是单位路程上的二次射线能量的增量。

$\sigma_0 I_0$ 是一次 γ 射线在单位路程上的衰减。这是因为从平行 γ 射线束脱离的每个一次 γ 量子, 都可产生二次 γ 量子, 但从(7)式可知, 二次 γ 量子的能量是一次 γ 量子能量的 $1/[1 + \omega_0(1 - \bar{\mu})]$, 因此, 应当用这个分数乘以 $\sigma_0 I_0$; $\sigma_1 I_1$ 是二次射线在单位路程上的衰减——事实上, 二次射线在沿 X 轴移动单位距离时, 它是走过了路程的 $1/\bar{\mu}$, 这因为它们的前进方向与 X 轴成 θ 角。微分方程的解为:

$$I_1 = e^{-\frac{\sigma_1}{\bar{\mu}_0} t} \times \frac{A}{[1 + \omega_0(1 - \bar{\mu}_0)] \frac{\sigma_1 - \sigma_0 \bar{\mu}_0}{\sigma_0 \bar{\mu}_0}} [1 - e^{-\frac{\sigma_1 - \sigma_0 \bar{\mu}_0}{\bar{\mu}_0} t}] = \frac{A e^{-D}}{1 + \omega_0(1 - \bar{\mu}_0) W} [e^{-\frac{\sigma_1 - \sigma_0 \bar{\mu}_0}{\sigma_0 \bar{\mu}_0} a_0 t} - 1] \quad (9)$$

比值:

$$\frac{I_1}{A} = \frac{e^{-D}}{1 + \omega_0(1 - \bar{\mu}_0)} \times \frac{1}{W} [1 - e^{-\bar{w} D}] \quad (10)$$

3) 与上面的讨论完全类似, 当所研究的二次 γ 射线穿过物质时, 它也会引起散射的 γ 射线。在每次散射中, 光子能量减低一个乘数 $1/[1 + \omega_0(1 - \bar{\mu}_0)]$ 。与前面的讨论完全类似的作法, 可以写出二次散射线束的微分方程为:

$$\frac{dI_2}{dt} = \frac{\sigma_1 I_1}{\bar{\mu}_0 [1 + \omega_1(1 - \bar{\mu}_1)]} - \frac{\sigma_2 I_2}{\cos x_2} \quad (11)$$

$$\text{或} \quad \frac{dI_2}{dt} = \frac{\sigma_1 I_1}{\bar{\mu}_0 [1 + \omega_1(1 - \bar{\mu}_1)]} - \frac{\sigma_2 I_2}{\bar{\mu}_0 \bar{\mu}_1} \quad (12)$$

式中: $\mu_0 = \cos\theta_0$, $\cos\theta_1 = \mu_1$, $\omega_1 = \frac{h\nu_1}{m_0 c^2}$

这里, x_2 是二次散射线与 X 轴形成的夹角, 而 $\cos x_2$ 则为 $\cos x_2$ 的平均值, 可以证明: $\overline{\cos x_2} = \bar{\mu}_0 \cdot \bar{\mu}_1$

更高次散射线束的强度也可用同样的方法求得。

$$\frac{dI_n}{dt} = \frac{\sigma_{n-1} I_{n-1}}{\cos x_{n-1} [1 + \omega_{n-1}(1 - \bar{\mu}_{n-1})]} - \frac{\sigma_n I_n}{\cos x_n} \quad (13)$$

$$\text{由于} \quad \overline{\cos x_n} = \bar{\mu}_0 \cdot \bar{\mu}_1 \cdot \bar{\mu}_2 \cdot \cdots \cdot \bar{\mu}_{n-1} \quad (14)$$

因此有:

$$\frac{dI_n}{dt} = \frac{\sigma_{n-1} I_{n-1}}{\bar{\mu}_0 \cdot \bar{\mu}_1 \cdot \bar{\mu}_2 \cdot \cdots \cdot \bar{\mu}_{n-2} [1 + \omega_{n-1}(1 - \bar{\mu}_{n-1})]} - \frac{\sigma_n I_n}{\bar{\mu}_0 \cdot \bar{\mu}_1 \cdot \bar{\mu}_2 \cdot \cdots \cdot \bar{\mu}_{n-1}} \quad (15)$$

平板后边的 γ 射线总强度等于 I :

$$I = I_0 + I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + \cdots \quad (16)$$

进行数值计算, 可以将计算结果画出曲线, 图3是当 $h\nu_0 = 3 \text{ Mev}$, $\omega_0 = 6$ 时的 I_n/I 曲线。

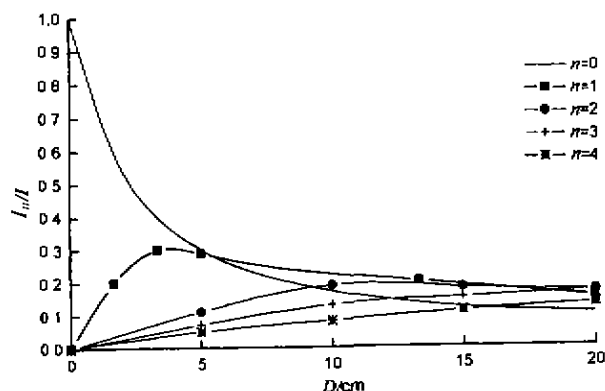


图3 一次射线束($n=0$)及散射过1、2、3、4次的二次 γ 射线束的相对强度和吸引体厚度之间的关系

由图3可知: 一次散射线的强度, 大约在 $D=3$ 时达最大值。 $D=5$ 时, 它与一次射线(即入射射线)份量相等, 然后逐渐减弱, 但比一次射线减弱得缓慢。因此 $D>5$ 时, 二次射线的份量多于一次射线的份量; 散射过二次的射线在 $D=10$ 时达最大值, 在 $D=20$ 时多于二次射线的份量。从数值模拟的结果可知, 一般说来, 对于任何能量的 γ 射线, 通过吸收厚度为 x 时的射线束的辐射强度, 可用下述公式求得:

$$I = A e^{-\mu_0 x} [1 + \alpha \mu_0 x + \beta (\mu_0 x)^2] \quad (17)$$

式中 A 表示一次射线的起始强度; 系数 α 、 β 可根据式(17)中的3个点, 用内插法求得。数值模拟的结果列在表2内。

表2 对应于不同能量 γ 射线的 α 、 β 值

| γ 射线能量 /Mev | α | β | γ 射线能量 /Mev | α | β |
|-----------------------|----------|---------|-----------------------|----------|---------|
| 0.214 | 0.525 | 0.170 | 1.379 | 0.470 | 0.0220 |
| 0.294 | 0.522 | 0.133 | 1.761 | 0.452 | 0.0150 |
| 0.350 | 0.519 | 0.108 | 2.198 | 0.433 | 0.0114 |
| 0.607 | 0.507 | 0.055 | 2.400 | 0.423 | 0.0103 |
| 0.766 | 0.496 | 0.042 | 2.600 | 0.416 | 0.0094 |
| 0.933 | 0.490 | 0.033 | 3.000 | 0.400 | 0.0080 |
| 1.120 | 0.482 | 0.026 | 5.000 | 0.330 | 0.0040 |
| 1.238 | 0.476 | 0.023 | | | |

3 结 论

1) 从文中讨论的过程和方式可知, 上述的讨论和结果, 严格说来, 仅对垂直射入吸收层的平行束才是正

确的;

2) 在上述的讨论中,曾假定 Compton 效应是 γ 射线衰减的唯一过程。而光电吸收与光子对形成过程未加以考虑。因此,上述结果仅适于不很软的 γ 射线和较软的物质;

3) 从讨论的过程可知,上述结果基本上只适用用窄束 γ 射线,对宽束 γ 射线是否适用,还有待于进一步的探讨和研究;

4) 上述结果原则上适用于 X 射线。从本质上说,没有任何理由能证明上述结果不适用于 X 射线;

5) 若无合适的方法来减弱散射辐射的影响,它将会降低整个图像或部分图像的对比度,并产生“压杯”(Cupping Artifacts)现象(朝向均匀物体中心的衰减的异常的减少)。散射辐射在对射线具有高吸收率的材料和厚度的条件下,其影响更为严重。

使用滤波装置有失有得。它常用于对付射束硬化、散射的影响,可通过滤波来减少大量的被散射的低能光子数(但同时也减少了整个光子数,减少了信号能量,增强了图像噪声)。为了减弱散射,把滤波装置置于

探头前,而不是射线源前,则更有效。

参考文献:

- [1] 庄天华. CT 原理与算法[M]. 上海:上海交通大学出版社,1992.
- [2] LIKHACHOV A V, PICKALOV V V. Threedimensional tomography with finite aperture beam[J]. Nucl instr and Meth(A), 1998, 405(2~3):506-510.
- [3] GENTLE D J, SPYROU N M, DHANI A, et al. Scattering and Attenuation Correction in Emission Tomography in the Nuclear Industry[J]. App Radiate Isot, 1990, 41(10~11):975-979.
- [4] DUVAUCHELLE P, GIRIER P, PEIX C. Development of High Resolution Focusing Collimators Intended for Nondestructive testing by the Compton Scattering Tomography Technique [J]. App Radiate Isot, 1990, 41(2): 199-205.
- [5] INANC F, GRAY J N. Scattering Simulation in Radiography [J]. App Radiate Isot, 1997, 48(10~12):1 299-1 305.
- [6] BERODIAS C, PEIX C. Nondestructive Measurement of Density and Effective Atomic Nuclear by Photon Scattering [J]. Materials Evaluation, 1988, 46:1 209-1 211.

Scattering Research for γ -Radiation

LIU En-cheng¹, CAI Cong-zhong², LIU Gao-bin²

(1. ICT Center, Chongqing University, Chongqing 400044, China;

2. College of Mathematics & Physics, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Based on the Compton Scattering phenomenon, this paper theoretically investigates the effect of the second-order scattering of γ -radiation to the images of Industrial Computed Tomographic (ICT) when γ -radiation transmit into materials via ignoring the three or higher order scattering and photo-electric absorbent. Two kinds of mathematical models are presented. The quantitative relationships between the reduction of radiation intensity and the thickness of the absorbed material, the relatively intensity of the first-order, second-order radiation and the thickness of the absorbed materials, are studied. The results show that the discussions can be used in the situation of parallel and narrow ray at perpendicular incident; the second-order scatterings will drop the contrast ratio the global or partial images and will lead to the occurrence of Cupping Artifacts; the more strong the material absorbed radiation is, the bigger the thickness the materials are and the more severe the reduction of the contrast ratio of images are. The discussions and results are also suitable for X-ray.

Key words: scattering; γ -radiation; mathematical model; ICT; radiating

(责任编辑 张 革)